



**SBA**  
**PRESS** 

JULIO ELIAS NORMEY-RICO  
RODOLFO CÉSAR COSTA FLESCH  
DANIEL MARTINS LIMA  
VINÍCIUS BERNDSEN PECCIN

# CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO

CASO MONOVARIÁVEL LINEAR

**Blucher**

VOLUME 1



sociedade brasileira de  
AUTOMÁTICA

Julio Elias Normey-Rico  
Rodolfo César Costa Flesch  
Daniel Martins Lima  
Vinícius Berndsen Peccin

# **CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO**

Caso monovariável linear

Volume 1

*Controle preditivo baseado em modelo: caso monovariável linear - volume 1*

© 2024 Julio Elias Normey-Rico, Rodolfo César Costa Flesch, Daniel Martins Lima e Vinícius Berndsen Peccin  
Editora Edgard Blücher Ltda.

*Publisher* Edgard Blücher

*Editor* Eduardo Blücher

*Coordenação editorial* Andressa Lira

*Produção editorial* Alessandra de Proença

*Diagramação* Horizon Soluções Editoriais

*Revisão de texto* Edi Carlos Sousa

*Capa* Leandro Cunha

*Imagem de capa* iStockphoto

# Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar  
CEP 04531-934 – São Paulo – SP – Brasil  
Tel.: 55 11 3078-5366  
**contato@blucher.com.br**  
**www.blucher.com.br**

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 6. ed.  
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, julho de 2021.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios sem autorização escrita da editora.

Todos os direitos reservados pela Editora  
Edgard Blücher Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Angélica Ilacqua CRB-8/7057

Controle preditivo baseado em modelo : volume 1 :  
caso monovariável linear / Julio Elias Normey-Rico ... [et al]. –  
São Paulo: Blucher, 2024.  
334 p.

Bibliografia  
ISBN 978-85-212-2128-9

1. Engenharia 2. Controle preditivo 1. Normey-Rico, Julio Elias

23-6070

CDD 620

Índice para catálogo sistemático:  
1. Engenharia

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Controle preditivo baseado em modelo</b>	<b>13</b>
2.1	Formulação geral do MPC	22
2.1.1	Fundamentos	23
2.1.2	Sintonia do MPC	27
2.1.3	Exemplos motivadores	31
2.2	O MPC na pirâmide da automação industrial	38
2.3	Um pouco de história	40
2.4	Comentários finais	41
2.5	Exercícios propostos	42
<b>3</b>	<b>Controle por Matriz Dinâmica (DMC)</b>	<b>45</b>
3.1	Formulação do DMC para plantas estáveis	45
3.1.1	Cálculo das predições	45
3.1.2	Cálculo da resposta livre	57
3.1.3	Cálculo recursivo das predições do DMC	61
3.2	Obtenção da lei de controle	64
3.2.1	Função custo	64
3.2.2	Restrições	67
3.2.3	Minimizando uma função quadrática	74
3.2.4	Horizonte deslizante e obtenção da lei de controle	80
3.2.5	Ajuste da ponderação do controle	85
3.2.6	Normalização de variáveis	87
3.3	Referência futura e uso de filtros de referência	89
3.4	Ação antecipativa ( <i>feed-forward</i> )	96
3.5	DMC para plantas integradoras	106
3.6	Uma solução completa para plantas integradoras e instáveis	113
3.6.1	DMC Generalizado (GDMC)	114
3.6.2	GDMC com ação antecipativa	130
3.6.3	Implementação recursiva do GDMC para plantas estáveis	134
3.7	GDMC – controle equivalente	136
3.7.1	Obtenção do controle equivalente	136
3.7.2	Análise do filtro no desempenho	143
3.7.3	Análise do filtro na robustez	146
3.7.4	Análise do controle antecipativo e filtro de referência	150
3.8	Estudos de caso	156
3.8.1	Estudo de caso 1: processo estável	156
3.8.2	Estudo de caso 2: processo instável	161
3.9	Comentários finais	164
3.10	Exercícios propostos	165

<b>4</b>	<b>Controle Preditivo Generalizado (GPC)</b>	<b>171</b>
4.1	Modelo usado no GPC . . . . .	171
4.2	Cálculo das predições (caso $C(z^{-1}) = 1$ ) . . . . .	177
4.2.1	Exemplos introdutórios . . . . .	177
4.2.2	Cálculo das predições com equações diofantinas . . . . .	181
4.2.3	Implementação recursiva da equação diofantina . . . . .	186
4.2.4	Análise do caso de processos com atraso . . . . .	189
4.2.5	Forma matricial das predições . . . . .	195
4.3	Cálculo das predições (caso $C(z^{-1}) \neq 1$ ) . . . . .	199
4.4	Ação antecipativa ( <i>feed-forward</i> ) . . . . .	205
4.5	Obtenção da lei de controle . . . . .	212
4.6	Exemplos . . . . .	214
4.7	Obtenção do controlador equivalente . . . . .	228
4.7.1	GPC como um controlador de dois graus de liberdade com ação antecipativa . . . . .	229
4.7.2	GPC como PID . . . . .	237
4.7.3	Análise do controle equivalente antecipativo do GPC . . . . .	244
4.7.4	Controlador equivalente com $C(z^{-1}) \neq 1$ . . . . .	247
4.8	Estudo de caso . . . . .	256
4.9	Comentários finais . . . . .	261
4.10	Exercícios propostos . . . . .	262
<b>5</b>	<b>Aspectos práticos do MPC</b>	<b>267</b>
5.1	Restrições especiais . . . . .	267
5.1.1	Resposta monotônica . . . . .	268
5.1.2	Resposta sem pico . . . . .	272
5.1.3	Transitório sem resposta inversa . . . . .	274
5.2	Problemas de infactibilidade com tratamento de restrições . . . . .	276
5.3	Controle por bandas . . . . .	281
5.3.1	Implementação simples das bandas . . . . .	281
5.3.2	Referências variáveis de acordo com a saída atual . . . . .	284
5.3.3	Referências como variáveis de decisão . . . . .	284
5.4	Ponderações variáveis por faixas . . . . .	288
5.5	Partida a quente ( <i>warm start</i> ) . . . . .	290
5.6	Blocagem . . . . .	293
5.7	Referências para a variável manipulada na função custo . . . . .	298
5.8	Efeito do tempo de processamento da ação de controle no sistema e soluções práticas . . . . .	301
5.9	Comentários finais . . . . .	308
5.10	Exercícios propostos . . . . .	309
<b>Apêndice A: Simulador GPC-SISO</b>		<b>313</b>
<b>Apêndice B: Resumo dos algoritmos MPC</b>		<b>315</b>
B.1	Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) . . . . .	315

---

B.2	Controle por Matriz Dinâmica (DMC) . . . . .	317
B.2.1	Implementação recursiva do DMC . . . . .	319
B.2.2	DMC Filtrado . . . . .	319
B.3	DMC Generalizado (GDMC) . . . . .	320
B.4	Controle Preditivo Generalizado (GPC) . . . . .	322
B.4.1	GPC com polinômio $C(z) \neq 1$ . . . . .	324
<b>Referências</b>		<b>327</b>

# Introdução

Este livro tem como objetivo principal apresentar aos estudantes de engenharia e de áreas afins os fundamentos do controle preditivo baseado em modelo, também denominado apenas como controle preditivo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*). O MPC é uma das metodologias de controle mais usadas na indústria de processos (ALAMIR, 2013), sendo, depois do PID, a estratégia mais difundida e com maior satisfação de uso por parte dos usuários. Ainda, ela é muito pesquisada no meio acadêmico, o que pode ser comprovado pela grande quantidade de artigos publicados no assunto anualmente. Este sucesso se deve a vários fatores: (i) ela pode ser aplicada tanto a processos monovariáveis quanto a multivariáveis, sejam eles lineares ou não lineares; (ii) as restrições das variáveis do processo podem ser incluídas diretamente na formulação do controlador, o que é um importante diferencial frente a outras técnicas de controle avançado e talvez uma das suas características mais importantes do ponto de vista das aplicações práticas; (iii) os objetivos para o sistema em malha fechada são definidos no domínio do tempo, o que simplifica o entendimento e sua aplicação; (iv) é uma estratégia de controle ótima, que busca a minimização de uma função custo que pode ser bastante flexível, possibilitando a sua adaptação para uma grande diversidade de problemas práticos.

O livro tem uma abordagem teórico-prática, que prioriza o desenvolvimento da teoria clássica do MPC, além de apresentar aspectos de implementação e estudos de caso retirados do ambiente industrial. Para tal, diversos casos reais são usados para motivar e embasar as metodologias de controle e seus respectivos desenvolvimentos matemáticos.

No decorrer deste texto, que é o Volume 1 de um conjunto de dois volumes, os conceitos básicos de controle preditivo serão detalhados, abordando as principais metodologias de MPC linear usadas na prática industrial, para o caso mais simples de sistemas de uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *Single-Input Single-Output*). São traçados paralelos com a teoria clássica de controle para comparar os resultados apresentados com estratégias bem conhecidas da literatura, como controladores PID e o preditor de Smith. Posteriormente, no Volume 2, tratam-se os problemas mais gerais multivariável (MIMO, do inglês *Multi-Input Multi-Output*) e não linear, bem como aspectos mais detalhados de métodos de otimização.

Todo o desenvolvimento teórico apresentado neste livro segue uma abordagem no domínio do tempo discreto, recorrendo a conceitos e ferramentas básicas da teoria

de controle digital clássico, como equações a diferenças e transformada Z. O livro é orientado a estudantes de engenharia e de áreas afins que possuem conhecimentos básicos de teoria de controle em tempo contínuo e tempo discreto, podendo ser usado tanto em cursos de graduação (nas fases finais) quanto em cursos de mestrado. Para cursos mais avançados e pesquisas de doutorado, sugere-se também o uso do material apresentado no Volume 2.

Este livro é organizado da seguinte maneira:

- o Capítulo 2 introduz os primeiros conceitos sobre controle MPC e apresenta exemplos motivadores para mostrar o potencial da ferramenta;
- os Capítulos 3 e 4 apresentam, para o caso SISO, duas das abordagens de MPC mais usadas na literatura e na indústria, respectivamente, o controlador DMC (do inglês *Dynamic Matrix Control*) e o controlador GPC (do inglês *Generalized Predictive Control*);
- para finalizar este volume, o Capítulo 5 trata de aspectos práticos dos controladores MPC. Detalhes de estratégias usadas na prática para adaptar o MPC acadêmico ao uso industrial, e que são muito importantes para o sucesso dessas aplicações, são apresentadas. Assim, se discutem, entre outros, problemas como o uso de variáveis de folga nas restrições, fundamental para as restrições nas variáveis controladas do processo, e as técnicas de blocagem, muito utilizadas para reduzir o tempo de cálculo da lei de controle.

Para fins de revisão dos conteúdos apresentados, no final de cada capítulo são propostos exercícios e atividades de simulação. Ainda, nos apêndices, são apresentados uma ferramenta de simulação gratuita, e um resumo dos algoritmos MPC discutidos no livro. Os códigos dos exemplos são disponibilizados para descarga na página web do livro<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> <https://danielml.paginas.ufsc.br/livro-mpc/>.

# Controle preditivo baseado em modelo

O controle preditivo baseado em modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*), como seu nome indica, é uma estratégia de controle que usa o conceito de predição para o cálculo da ação de controle a ser aplicada no processo. Predição é o ato ou efeito de prever, de afirmar o que vai acontecer no futuro. Quando fazemos uma predição, estamos antecipando aquilo que, supostamente, vai acontecer. No caso do MPC, essas predições são calculadas usando um modelo do processo a ser controlado e dados presentes e passados desse processo. Assim, o MPC, também chamado apenas de controle preditivo, é uma estratégia de controle que baseia suas decisões em predições do que vai acontecer no futuro calculadas com base em um modelo.

De uma certa forma, o controle preditivo tenta reproduzir a forma como os humanos tomam decisões. Considere, por exemplo, as ações tomadas por uma pessoa antes de iniciar o cruzamento de uma avenida. A partir do momento em que o pedestre chega no fim da calçada, a ação de controle seguinte, cruzar ou não a avenida, depende de uma análise realizada com base na observação das posições e velocidades dos carros que trafegam, e num cálculo mental do tempo que eles vão levar para chegar até o ponto onde o pedestre pretende cruzar. Ainda, o pedestre estima o tempo necessário para cruzar até o outro lado. Assim, ele está realizando uma predição, em uma janela de tempo futuro, de qual será a sua posição e de quais serão as posições dos carros. A janela de tempo que ele considera é dada, aproximadamente, pelo tempo necessário para cruzar até o outro lado. A decisão final a ser tomada, que podemos denominar ação de controle, não depende apenas das medições realizadas no instante atual, mas também das predições das variáveis envolvidas no problema. Se, pelo cálculo mental realizado, o tempo necessário para cruzar for menor que o necessário para os carros chegarem até o local, o pedestre vai cruzar. Caso contrário, deve esperar outra oportunidade. Ainda, se a decisão foi a de cruzar a avenida, normalmente o pedestre irá continuar a análise da movimentação dos carros e reavaliará a situação para poder alterar sua decisão, se necessário. Por exemplo, se o pedestre observar a aceleração de um dos carros que se aproxima, a reavaliação da predição pode concluir que é necessário acelerar o passo para chegar a salvo no outro lado da avenida.

O mesmo acontece em outras situações, por exemplo, quando dirigimos um carro. As decisões de acelerar ou frear não são tomadas apenas com a informação do instante atual de todos os elementos móveis que podem colidir com o nosso carro, mas usamos também

as previsões das velocidades e posições dos mesmos. E fazemos isso continuamente, sempre atentos a movimentações dos carros e pedestres próximos.

Em todas essas situações, usamos um modelo mental obtido com a experiência, que nos permite realizar as previsões em uma determinada janela de tempo e, a partir das informações desse modelo e do ambiente em que estamos, decidimos que ação tomar usando algum critério. No caso do carro, por exemplo, se estamos com muita pressa podemos tomar uma decisão bem diferente da que tomaríamos, caso nosso objetivo fosse economizar combustível ou prezar pela segurança. Ainda, se estivermos dirigindo um carro popular ou um carro esportivo, por mais que tenhamos um objetivo bem definido, usaremos uma estratégia diferente para pisar no acelerador em cada caso. Isso ocorre porque o comportamento dos veículos é diferente para uma dada ação de controle, então nosso comportamento ao volante também terá que ser diferente para que os veículos possam se comportar de modo semelhante. Ou seja, nossas decisões são impactadas pelos objetivos traçados e pelo modelo do processo que controlamos. Ainda em relação a este exemplo, observe que as decisões que tomamos são reavaliadas a cada instante e sempre consideram uma janela de tempo futuro.

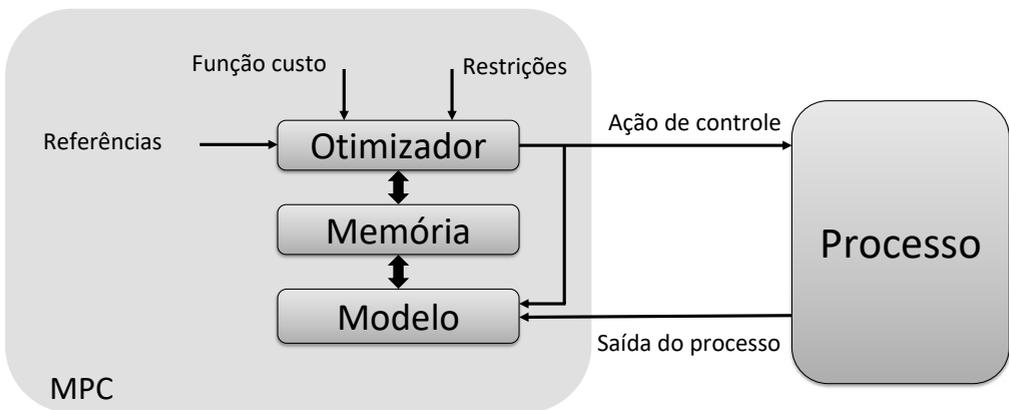
O controle preditivo coloca toda essa filosofia de tomada de decisão mediante uma formulação matemática. Nessa formulação estarão definidos o modelo, os objetivos e as restrições. Por exemplo, no caso do carro, vamos construir um modelo matemático que relacione a sua velocidade e posição na estrada, que serão as variáveis controladas (ou saídas), com as variáveis manipuladas (ou entradas de controle), que neste caso são a posição do volante, do acelerador e do freio. O objetivo pode ser, por exemplo, conduzir o carro seguindo uma trajetória definida por velocidades e posições ao longo da estrada. As principais restrições do problema neste caso são a velocidade máxima e a aceleração máxima do carro, a velocidade máxima permitida na via em cada trecho, o máximo ângulo de giro do volante e a distância mínima que desejamos manter em relação a outros carros ou obstáculos. Assim, com base na previsão calculada pelo modelo no horizonte, vamos calcular a ação de controle que atenda da melhor forma possível o objetivo de seguir a trajetória planejada, satisfazendo também as restrições associadas ao problema. Finalmente, a cada amostra, o algoritmo de controle reavalia a situação, dado que os carros e obstáculos próximos mudam de posição, e desloca a janela de tempo usada para a previsão.

Em controle preditivo, utiliza-se uma formulação matemática para descrever os objetivos de controle, assim como para considerar as restrições do problema, o que implica, na prática, a resolução de um problema de otimização a ser resolvido em cada amostra. Encontrar as ações de controle futuras a serem aplicadas no processo, de forma tal que cheguemos o mais próximo possível do objetivo pode ser, em geral, colocado

como um problema de maximização ou minimização de uma função, normalmente chamada de função custo ou função objetivo.

A Figura 2.1 mostra um diagrama de blocos do MPC considerando as ideias anteriormente expostas. Nele, podemos ver o bloco que representa o modelo matemático que aproxima o comportamento do processo e o otimizador que encontra a ação de controle a ser aplicada no processo a cada amostra. Apesar de otimizador e modelo serem representados em blocos separados, o otimizador precisa de informações do modelo para poder definir a sequência ótima de ações de controle, então esses elementos são representados na figura como compartilhando um espaço de memória, para troca de informações. Observe que o otimizador precisa, como entradas, uma função custo (ou função objetivo), as restrições do problema, as referências e o modelo que relaciona as previsões com as ações de controle. Em geral, pode-se colocar o problema de otimização de forma genérica como: encontrar as ações de controle numa janela de tempo futuro para minimizar a função custo e, ao mesmo tempo, satisfazer as equações do modelo e as restrições.

Dessa forma, por um lado o otimizador precisa das previsões futuras para poder encontrar o sinal de controle ótimo. Por outro lado, o modelo precisa dos valores passados das variáveis manipuladas e controladas e também dos controles futuros definidos pelo otimizador para encontrar as previsões na janela de tempo futuro, comumente chamada de horizonte de predição. Essa troca de informações é o que se representa no espaço de memória compartilhada na Figura 2.1.



**Figura 2.1** Diagrama de blocos do MPC.

Como o modelo utiliza os valores passados das variáveis controladas para calcular as previsões, fica claro que o controle preditivo é uma estratégia que utiliza a realimentação. Muitas pessoas têm a falsa ideia de que o MPC, por trabalhar com previsões, não precisa

de informações sobre a medição do processo, mas isso não é verdade. Abordagens MPC utilizam a saída do processo para o cálculo da ação de controle. Essa dependência não aparece de forma explícita, mas por meio do modelo na Figura 2.1, que calcula as saídas futuras com base nas medições já feitas, e do fato que o otimizador faz uso do modelo para encontrar as ações ótimas de controle.

Observe a generalidade desse sistema de controle, pois ele pode ser aplicado nos mais diversos problemas, usando os mais diversos tipos de modelo, e considerando diferentes objetivos. Na formulação do MPC não especificamos, por exemplo, se o modelo é linear ou não linear, se está dado em relações entrada-saída ou com variáveis de estado, se é um modelo fenomenológico ou do tipo caixa preta. Também não especificamos se os objetivos são seguir uma determinada referência ou maximizar uma produção, por exemplo.

Mas será que o uso do conceito de predição na formulação de uma lei de controle é uma exclusividade do MPC? Vamos apresentar um exemplo simples de controle em tempo discreto para analisar este ponto.

### Exemplo 2.1

Considere um processo modelado por um sistema de tempo discreto de primeira ordem do tipo:

$$y(k) = ay(k - 1) + bu(k - 1),$$

sendo  $y(k)$  a saída,  $u(k)$  o controle,  $k$  a amostra de tempo atual e  $a$  e  $b$  coeficientes reais que caracterizam a dinâmica do sistema. Suponhamos que desejamos fazer com que o processo tenha uma saída predeterminada numa janela de tempo futura de tamanho  $N$  dada por:

$$\mathbf{y}_d = [y_d(k + 1) \ y_d(k + 2) \ \dots \ y_d(k + N)]^T.$$

Assumindo que o modelo representa bem o processo, é possível obter os valores futuros da saída simplesmente deslocando no tempo a equação do modelo:

$$y(k + i + 1) = ay(k + i) + bu(k + i).$$

Com esta última equação, é possível obter o sinal de controle necessário para garantir que a saída em  $k + i + 1$  tenha o valor desejado  $y_d(k + i + 1)$  ao se isolar o sinal de controle  $u(k + i)$  e substituir  $y$  por  $y_d$ . Se isso for feito para diferentes valores de  $i$ , chega-se a uma sequência de sinais de con-

trole futuros que garantem o seguimento de todas as referências desejadas (novamente, assumindo que o modelo é uma boa representação do processo):

$$\begin{aligned} u(k) &= (1/b)(y_d(k+1) - ay(k)), \\ u(k+1) &= (1/b)(y_d(k+2) - ay_d(k+1)), \\ &\vdots \\ u(k+i) &= (1/b)(y_d(k+i+1) - ay_d(k+i)) \\ &\vdots \\ u(k+N-1) &= (1/b)(y_d(k+N) - ay_d(k+N-1)). \end{aligned}$$

Note que o primeiro elemento do conjunto de equações acima depende da medição de  $y(k)$ , mas nos demais os valores futuros da saída foram substituídos por seus valores desejados correspondentes. Assim, os controles futuros podem ser determinados antecipadamente a partir das saídas desejadas e da suposição de que a saída futura do modelo (predição) estima bem a saída futura do processo.

Suponhamos, agora, que a nossa janela de tempo é de uma amostra,  $N = 1$ , ou seja, vamos apenas definir  $y(k+1)$ . A lei de controle a implementar nesse caso é:

$$u(k) = (1/b)(y_d(k+1) - ay(k)),$$

que é uma lei de controle de tempo discreto composta por uma ação realimentada do tipo proporcional e uma ação antecipativa baseada no valor futuro desejado para a saída do processo.

Este exemplo mostrou como podemos, de maneira simples, considerar a predição da saída do processo na lei de controle, sem que para isso seja necessário o uso de técnicas mais sofisticadas.

Nos controladores clássicos usados na indústria, como o PID, é comum considerar a ação de controle com base no erro de seguimento de uma referência, dado, no caso contínuo, por  $e(t) = r(t) - y(t)$ , com  $r(t)$  sendo a referência a ser seguida em malha fechada. A lei de controle PID clássica ideal pode ser escrita como:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\mu) d\mu + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.1)$$

sendo  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  os ganhos proporcional (P), integral (I) e derivativo (D), respectivamente. A parte integrativa desta lei de controle apenas considera os valores do erro em tempos anteriores ao atual, mas a parcela PD do controlador:

$$u_{PD}(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.2)$$

que pode ser escrita como:

$$u_{PD}(t) = K_p \left( e(t) + (K_d/K_p) \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (2.3)$$

$$u_{PD}(t) = K_p \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (2.4)$$

definindo  $T_d = K_d/K_p$  como o tempo derivativo, pode ser interpretada de uma maneira diferente, como uma ação proporcional da predição do erro. Vamos analisar esse fato na sequência.

Observe que a maneira mais simples de estimarmos o valor futuro de uma variável, com base na informação disponível em um instante atual, é fazermos uma aproximação da curva que descreve seu comportamento pela reta tangente à curva no instante atual. Para estimar o valor de  $e(t + \delta t)$ , sendo  $\delta t$  um incremento de tempo para o futuro, podemos realizar a seguinte aproximação com base na expansão de Taylor de primeira ordem:

$$e(t + \delta t) \approx e(t) + \left. \frac{de(t)}{dt} \right|_t \delta t. \quad (2.5)$$

Agora, se comparamos esta equação com a do cálculo da ação PD, dada por (2.4), e usamos  $\delta t = T_d$ , podemos reescrever a lei de controle PD como:

$$u_{PD}(t) = K_p \hat{e}(t + T_d), \quad (2.6)$$

considerando  $\hat{e}(t + T_d)$  a predição do sinal de erro do sistema, em um instante  $T_d$  unidades de tempo à frente do instante atual,  $t$ . A Figura 2.2 ilustra essa ideia. Nela, podemos observar a curva real da evolução do erro e o valor estimado para  $t + T_d$ , usando a reta tangente avaliada no instante  $t$ .

Finalmente, como o erro é calculado com base na saída do processo, de fato, a ação de um controle PD pode ser considerada como a primeira estratégia proposta na literatura para usar uma predição da saída do processo na lei de controle. Observe que ao usar a derivada da variável, consideramos a tendência de variação, que é uma forma de prever o comportamento futuro da mesma.

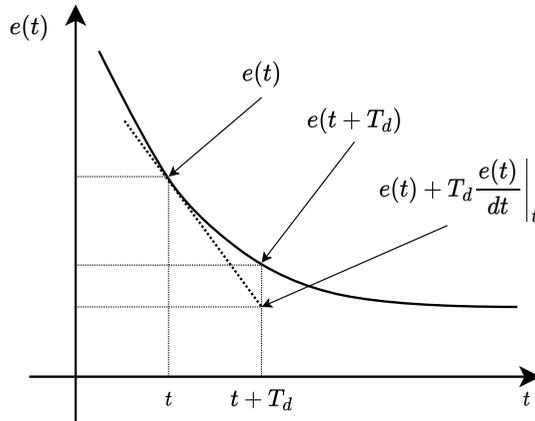
Se consideramos a lei de controle PD em tempo discreto, usando a aproximação de Euler para a derivada:

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(kT_s) - e[(k-1)T_s]}{T_s}, \quad (2.7)$$

chegamos a:

$$u_{PD}(kT_s) = K_p e(kT_s) + K_p (T_d/T_s) (e(kT_s) - e[(k-1)T_s]), \quad (2.8)$$

sendo  $T_s$  o período de amostragem. Como observamos em (2.8), o controle PD não usa informação do futuro, mas tem intrinsecamente embutido um cálculo que prediz esse comportamento.



**Figura 2.2** Interpretação da ação PD como uma previsão linear do erro.

Agora vamos considerar um segundo exemplo, incluindo um atraso no modelo do processo. Por simplicidade de notação, quando não seja necessário especificar o  $T_s$  nas equações, usaremos apenas a variável  $k$  para representar o instante de tempo  $kT_s$ .

**Exemplo 2.2**

Considere um processo modelado por um sistema de tempo discreto de primeira ordem com atraso de  $d$  amostras do tipo:

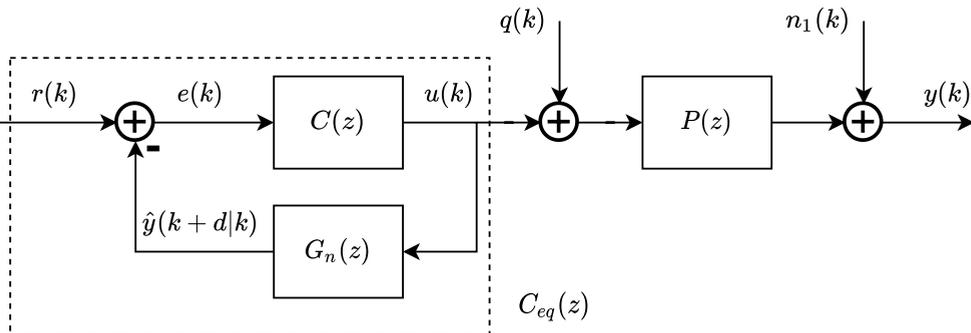
$$y(k) = ay(k - 1) + bu(k - 1 - d),$$

com as mesmas definições de variáveis empregadas no Exemplo 2.1. Neste caso, devido ao atraso, a saída do processo no instante  $k$  depende do sinal de controle aplicado em  $k - d - 1$ , o que, como sabemos do controle clássico, dificulta o projeto do controlador, porque sempre estamos observando o efeito de uma ação de controle que aplicamos há algum tempo. Uma possível estratégia seria ajustar o sinal de controle atual para fixar o valor futuro da variável de processo no instante  $k + d + 1$  usando a mesma estratégia empregada no Exemplo 2.1, ou seja:

$$\begin{aligned} y(k + 1 + d) &= ay(k + d) + bu(k), \\ u(k) &= (1/b)(y(k + 1 + d) - ay(k + d)). \end{aligned}$$

Assumindo que o modelo representa bem o processo, podemos, a cada passo, impor  $y(k + d + i) = y_d(k + d + i)$  (para  $i$  de 0 a 1) e calcular o controle necessário para impor que a saída futura seja a desejada. Como a saída atual é simplesmente um sinal atrasado do sinal arbitrado, a resposta do sistema seguirá a trajetória desejada depois de passado o atraso.

A ideia discutida no Exemplo 2.2 é justamente a ideia do preditor de malha aberta usado em sistemas de controle clássico. Observe que a lei de controle obtida nesse exemplo corresponde à do sistema de primeira ordem sem atraso anteriormente descrito, mas usa os sinais futuros em tempos diferentes. Assim, uma previsão de  $y(k + d)$ , representada como  $\hat{y}(k + d | k)$  (que significa a previsão de  $y$  em tempo  $k + d$  calculada com a informação disponível em  $k$ ), é calculada usando o modelo do processo sem atraso e esta previsão é empregada em uma estratégia de controle realimentado, como a da Figura 2.3. Na figura,  $q(k)$  é uma perturbação na entrada do processo e  $n_1(k)$  uma perturbação na saída do processo, que também pode representar o ruído de medição (neste caso,  $y(k)$  é a medição da saída do processo e não necessariamente o valor real encontrado na saída do processo).

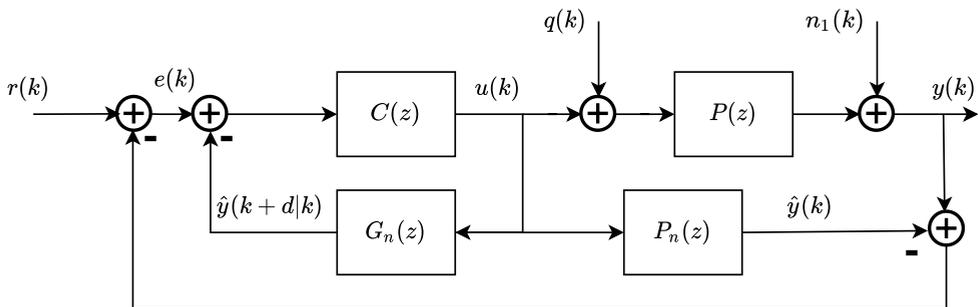


**Figura 2.3** Diagrama de blocos do preditor em malha aberta.

Nesse esquema, o bloco  $C(z)$  do controle é ajustado por métodos tradicionais para que a resposta do modelo sem atraso, representado por  $G_n(z)$ , seja a desejada. Logo, espera-se que a saída do processo, com dinâmica representada por  $P(z)$  na figura, seja simplesmente um sinal atrasado de  $d$  amostras com relação a  $\hat{y}(k + d | k)$ , a previsão da saída em  $k + d$  dadas as informações no instante  $k$ . O controle que vemos na figura, que pode ser considerado como um sistema equivalente  $C_{eq}(z)$ , como destacado, tem as seguintes características: (a) permite um ajuste simples de  $C(z)$  dado que o atraso não está no modelo  $G_n(z)$ ; (b) usa um modelo explícito do processo dentro da estrutura de controle; (c) é um controle em malha aberta, pois não considera a saída do processo

para o cálculo de  $u(k)$ . Esta última propriedade mostra duas desvantagens do esquema analisado: ele será insensível às perturbações (como as dos sinais  $q(k)$  e  $n_1(k)$  da Figura 2.3) e caso o modelo não represente bem a dinâmica do processo, não teremos em  $y(k)$  o sinal desejado.

Uma estratégia que resolve esses problemas é o controlador conhecido como preditor de Smith (PS), proposto em 1957, e válido para processos estáveis em malha aberta. Nesse controlador, também usamos uma previsão de  $y(k + d)$  calculada a partir do modelo do processo sem atraso, mas adicionamos uma realimentação da saída do processo. O esquema do PS é mostrado na Figura 2.4.



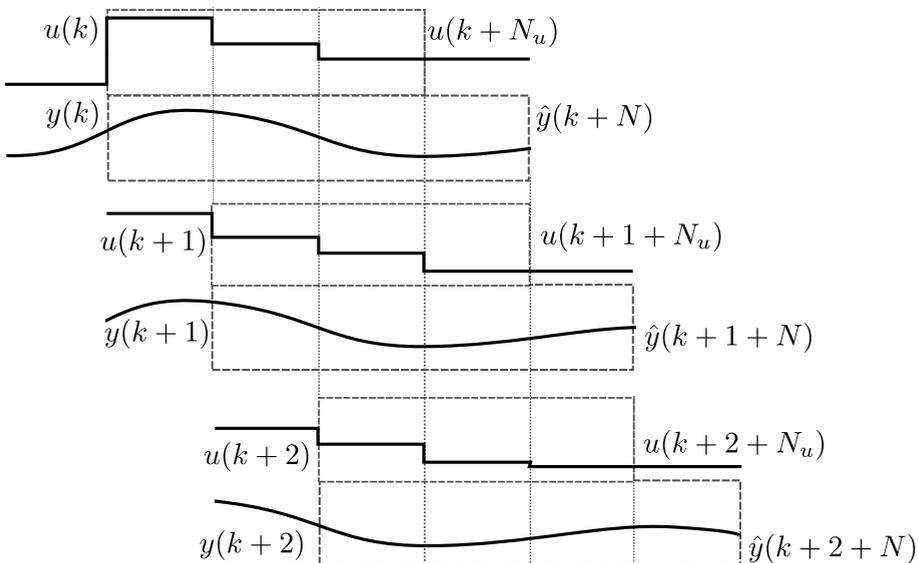
**Figura 2.4** Diagrama de blocos do preditor de Smith.

Nesse esquema, observamos que foi adicionado um bloco  $P_n(z)$ , que é um modelo do processo com atraso. Ainda, temos uma realimentação do erro entre a saída desse modelo (que é uma previsão  $\hat{y}(k)$  da saída) e a própria saída do processo. Assim, o PS é uma estrutura de controle em malha fechada que permite levar em consideração as perturbações e os possíveis erros de modelagem. Logicamente, o ajuste de  $C(z)$ , denominado controlador primário do PS, deve ser feito de acordo com as especificações de robustez e desempenho desejadas.

Observando esta estrutura e a do MPC da Figura 2.1, podemos concluir que o controle preditivo pode ser considerado como uma estratégia baseada em previsões de terceira geração, que generaliza as ideias do PID e do PS para todo tipo de sistema, considerando previsões em um horizonte genérico e embutindo na formulação do controlador aspectos bem importantes para a indústria, como o uso de restrições e de critérios ótimos de desempenho. Vamos nos debruçar na próxima seção no estudo das características gerais do MPC.

## 2.1 FORMULAÇÃO GERAL DO MPC

O controle preditivo baseado em modelo, como conhecido e utilizado hoje em dia, surgiu nos anos 70 do século XX como uma estratégia de controle ótimo. De forma geral, o MPC calcula a ação de controle a ser aplicada no instante atual,  $k$ , a partir da predição do comportamento da planta, baseado em um modelo dinâmico da mesma, em um horizonte finito  $N$ . São computados  $N_u$  incrementos de controle futuros por meio da otimização de uma função custo que representa algum critério de comportamento do sistema e condições de operação da planta. Apenas a primeira ação de controle é aplicada ao sistema e o MPC recalcula uma nova sequência de controle a cada novo instante de amostragem, uma vez que novas informações da planta são adquiridas (CAMACHO; BORDONS, 2004). O conceito básico do funcionamento do MPC pode ser visto na Figura 2.5, na qual são apresentados três instantes de tempo em que a janela de predição é computada. Em cada caso, apenas o sinal de controle calculado para o tempo atual é, de fato, aplicado no processo. Observe que em todos os passos se calculam três ações de controle futuras (para este exemplo  $N_u = 3$ ), mas, como apenas o primeiro dos três controles é usado, no passo seguinte novamente se calculam três ações de controle futuras, e assim sucessivamente. Observe, por exemplo, como no segundo passo o sinal de controle  $u(k + 1)$  não é igual ao valor calculado no primeiro passo para o instante  $k + 1$ . Assim, o valor aplicado de controle no passo 2 não é necessariamente igual ao controle futuro  $u(k + 1)$  calculado no instante  $k$ .



**Figura 2.5** Conceito básico de funcionamento do MPC, em que é computada uma janela de predição e aplicado apenas o sinal de controle no tempo atual.

Como o cômputo da ação de controle do MPC passa por um processo de otimização, podem ser definidas, de forma explícita, restrições nas variáveis do sistema. Outras características importantes desta forma de colocar o problema de controle são: (i) se as referências futuras da planta forem conhecidas, é possível ter ações de controle antes mesmo da mudança de referência realmente acontecer; (ii) se as perturbações forem mensuráveis, é possível considerar as ações de controle antecipativas na formulação do problema de otimização (NORMEY-RICO; CAMACHO, 2007). Finalmente, como já comentado, a forma geral do problema de controle proposto permite tratar os mais diversos casos e considerar diferentes objetivos.

### 2.1.1 Fundamentos

Como visto, o MPC não é uma estratégia de controle específica, mas uma filosofia de controle que contempla uma família de estratégias ou técnicas de controle que têm alguns elementos em comum (CAMACHO; BORDONS, 2004):

- existência de um modelo de predição;
- existência de uma função custo (ou função objetivo);
- procedimento para a obtenção da lei de controle baseado em horizonte deslizante e otimização.

O que diferencia cada tipo de técnica é, basicamente, como as perturbações são consideradas, o modelo utilizado na predição e a função custo. Vamos analisar cada um desses elementos.

#### Modelo de predição

O modelo de predição varia de acordo com o algoritmo MPC. Como é uma estratégia definida no domínio do tempo, podemos utilizar qualquer tipo de modelo do processo, sempre que represente adequadamente as relações entre as principais variáveis do processo: manipuladas, controladas e perturbações. Ainda, as diferentes formulações podem considerar o modelo das perturbações de diferentes formas. Por exemplo, o DMC, que apresentaremos no Capítulo 3, utiliza um modelo entrada-saída de tempo discreto, linear e invariante no tempo da planta, denominado do tipo resposta ao degrau. Neste modelo, apenas se armazenam os coeficientes da resposta das saídas da planta a degraus aplicados nas entradas (manipuladas e perturbações). Para as perturbações, a formulação DMC considera que somente sinais de tipo degrau são esperados, o que simplifica bastante a formulação.

Outro modelo deste tipo que pode ser usado é o da resposta ao impulso, que é adotado em outro dos algoritmos de MPC linear usados na indústria, o controle algorítmico baseado em modelo (MAC, do inglês *Model Algorithm Control*). Assim como o DMC, o MAC também usa um modelo que permite representar perturbações constantes. Não analisaremos o MAC neste livro devido à sua similaridade com o DMC. Já o GPC, que estudaremos no Capítulo 4, é baseado em modelos lineares entrada-saída do tipo função de transferência, que são os modelos de tempo discreto usados nas estratégias de controle digital clássico. Para as perturbações, o GPC permite considerar modelos mais gerais, que podem incluir diversas características dinâmicas. Outro modelo linear bastante usado é o que se baseia em modelos de espaço de estados, que estudaremos no Volume 2. Muitas estratégias de MPC usam essa abordagem, entre elas o controle preditivo funcional (PFC, do inglês *Predictive Functional Control*). Essa formulação é bastante genérica, admitindo o uso de diferentes modelos para as perturbações. Existem muitas outras abordagens com uso de modelos lineares, que são os mais usados, mas várias metodologias de controle preditivo foram propostas na literatura considerando modelos não lineares do processo na sua formulação. A classe de metodologias que usam modelos não lineares é tipicamente chamada de controle preditivo não linear (NMPC, do inglês *Nonlinear Model Predictive Control*). Modelos do tipo variáveis de estado não linear são bastante comuns nos desenvolvimentos de controle preditivo de forma geral. Nessas abordagens, o estado no próximo instante é escrito como uma função genérica não linear que depende do estado no instante anterior e das entradas do sistema. Existem, também, formulações de MPC usando modelos caixa preta baseados, por exemplo, em redes neurais artificiais ou algoritmos genéticos. Também é possível formular um MPC com base em modelos fenomenológicos do processo, usando esse modelo genérico como preditor dentro da estrutura de controle. Algumas metodologias de NMPC serão estudadas no Volume 2, com foco naquelas mais gerais e que têm maior possibilidade de serem implementadas na prática.

### Função custo

A função custo também varia de acordo com a técnica MPC. Para uma formulação geral de um problema de controle com a estratégia MPC, poderíamos considerar uma função custo bem complexa, que permitisse incluir todos os tipos de objetivo que sejam considerados interessantes para o controle de um processo. Porém, muitas formulações específicas têm proposto o uso de funções objetivo simples. Uma expressão bastante utilizada na prática para o caso SISO é dada por:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j|k) - r(k+j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \lambda(j) [\Delta u(k+j)]^2, \quad (2.9)$$

sendo  $\hat{y}(k+j|k)$  uma predição da saída em um tempo futuro  $k+j$ , dadas as informações em  $k$ ,  $r(k+j)$  é a referência em  $k+j$ ,  $\Delta u(k+j)$  é o incremento de controle em  $k+j$ ,  $N_1$  e  $N_2$  definem o horizonte de predição e  $N_u$  é o horizonte de controle. Os termos  $\delta(j)$  e  $\lambda(j)$  ponderam o comportamento futuro do erro e do esforço de controle, respectivamente, e são definidos como uma sequência de pesos, que podem assumir valores diferentes ao longo do horizonte.

A função custo descrita em (2.9) possui os elementos mais básicos e fundamentais num problema de controle tradicional: (i) buscar que a saída do processo siga uma dada referência; e (ii) ajustar o esforço de controle necessário para esse objetivo. Veja que dois objetivos geralmente conflitantes são estabelecidos, dado que para minimizar o erro de seguimento tenderíamos a usar grandes esforços de controle e, ao minimizar o esforço de controle, estamos impondo respostas mais lentas que, como consequência, levam a maior erro de seguimento de referência. O compromisso desses dois objetivos é ajustado por meio das ponderações dos dois termos da função, ou seja, utilizando  $\delta(j)$  e  $\lambda(j)$ . Ainda, os horizontes têm um papel importante na definição do custo, porque definem as janelas de tempo consideradas em  $J$ . Estudaremos essas ideias com mais detalhes nos próximos capítulos, mas observe que horizontes de predição muito longos, quando comparados aos tempos de resposta do processo, vão ponderar fortemente o regime permanente das respostas. Por outro lado, horizontes de predição muito curtos dão mais importância ao transitório. O horizonte de controle está fortemente associado à complexidade do problema a ser resolvido, dado que maiores horizontes implicam uma maior quantidade de valores de controle futuro a serem calculados. Por outro lado, usando horizontes de controle mais longos temos mais graus de liberdade para resolver o problema de controle proposto. Assim, novamente temos um compromisso entre dois objetivos para esta escolha: maior flexibilidade para definir os sinais de controle ou menor complexidade computacional.

Antes de finalizar esta seção, é importante ressaltar que todas os parâmetros de ajuste do MPC estão associados com a função custo, são definidos no domínio do tempo e são bastante intuitivos. Definir pesos sobre uma variável frente a outra numa função custo é uma regra de sintonia simples de aplicar e de entender, o que se configura como outra das vantagens do MPC nas aplicações práticas. Os usuários rapidamente conseguem interpretar as ideias associadas à sintonia, que é uma propriedade que poucas técnicas de controle avançado possuem. Porém, não devemos pensar que o ajuste de um MPC, embora intuitivo, vá ser simples, principalmente no caso de sistemas MIMO.

### Obtenção da lei de controle

A obtenção da ação de controle do MPC passa por um processo de otimização da função custo do tipo:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{u}} \quad & J \\ \text{s.a.} \quad & \overline{\mathbf{R}}\Delta \mathbf{u} \leq \overline{\mathbf{r}} \\ & \overline{\mathbf{C}}\Delta \mathbf{u} = \overline{\mathbf{c}}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

em que  $\overline{\mathbf{R}}\Delta \mathbf{u} \leq \overline{\mathbf{r}}$  e  $\overline{\mathbf{C}}\Delta \mathbf{u} = \overline{\mathbf{c}}$  representam as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente, colocadas em função do vetor de incrementos de controles futuros,  $\Delta \mathbf{u}$ , que tem dimensão  $N_u$ . As matrizes  $\overline{\mathbf{C}}$ ,  $\overline{\mathbf{R}}$ ,  $\overline{\mathbf{r}}$  e  $\overline{\mathbf{c}}$  são calculadas em função do modelo, dos limites impostos para as diferentes variáveis e de eventuais outras restrições que possam vir a ser impostas. Essas restrições podem ser de todo tipo e sobre todas as variáveis do problema, mas, em geral, podem ser colocadas em função da variável de decisão do problema, que é o vetor de controle futuro, usando o modelo do processo. Exemplos de restrições na variável manipulada podem ser simplesmente os limites superior e inferior dos atuadores. Para as variáveis controladas, normalmente faixas de operação devem ser respeitadas, para manter a operação do processo segura e economicamente viável. Assim, as restrições são de grande importância na prática. O sucesso do MPC na indústria é devido principalmente à possibilidade de tratar as restrições de uma forma simples na formulação do problema de controle. Estudaremos vários tipos de restrições usadas na prática nos próximos capítulos.

O problema de controle (2.10) definido no MPC, que é um problema de otimização, tipicamente deve ser resolvido a cada instante de amostragem. Há casos em que o problema de otimização tem solução analítica, mas, no geral, ele precisa ser resolvido com métodos numéricos. Esse problema de otimização é um ponto crítico na questão de custo computacional, já que a sua solução depende do tipo de modelo usado para as predições, do número e tipo de restrições e do tamanho dos horizontes de predição e de controle. Os casos mais simples de resolver na prática são aqueles que utilizam modelos de predição lineares, restrições lineares e uma função custo quadrática com horizontes curtos. Os mais complexos são os que usam modelos e restrições não lineares, funções objetivo complexas e horizontes longos. Para entender conceitualmente como podemos transformar o problema de controle MPC na solução de (2.10), suponhamos que usando o modelo de predição podemos escrever o vetor de predições da saída do processo  $\mathbf{y}$  em função dos controles futuros como  $\mathbf{y} = \alpha(\Delta \mathbf{u}) + \mathbf{p}_p$ , sendo  $\alpha(\cdot)$  uma função qualquer e  $\mathbf{p}_p$  um termo que expressa a dependência de  $\mathbf{y}$  com as informações passadas. Usando esta função nas restrições da saída e no termo de  $J$  que depende das predições de  $\mathbf{y}$ , podemos transformar tanto as restrições como a função custo em expressões dependentes apenas do controle futuro e de informações conhecidas (da referência e dos valores passados das

variáveis). Assim, como mostrado em (2.10), o problema de otimização passa a ser escrito na variável de decisão  $\Delta \mathbf{u}$ . A solução encontrada nesse problema pode variar dependendo dos parâmetros de ajuste do controle MPC, ponto que será analisado na próxima seção.

### 2.1.2 Sintonia do MPC

Realizaremos, nesta seção, uma discussão geral dos efeitos dos parâmetros de sintonia nas respostas em malha fechada de um MPC com base na função custo básica apresentada em (2.9). Aspectos mais específicos e tratamento de casos particulares serão apresentados em capítulos posteriores.

Como já comentado, os diversos algoritmos MPC utilizam diferentes funções objetivo para calcular a lei de controle, porém praticamente todos eles consideram como objetivo minimizar um índice  $J$ , que reescrevemos aqui:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j|k) - r(k+j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \lambda(j) [\Delta u(k+j)]^2, \quad (2.11)$$

e que considera o erro entre as previsões da saída,  $\hat{y}(k+j|t)$ , e a referência futura,  $r(k+j)$ , e penaliza as variações do controle,  $\Delta u(k+j)$ .

Assim, os parâmetros de ajuste do controlador são:

- $N_1$  e  $N_2$ , que são os horizontes de previsão mínimo e máximo;
- $N_u$ , que é o horizonte de controle;
- $\delta(j)$ , que é a ponderação do erro;
- $\lambda(j)$ , que é a ponderação do esforço de controle.

Apesar de não existirem regras analíticas para a escolha desses parâmetros, os valores dos mesmos têm uma interpretação relativamente clara e, por isso, há recomendações para a definição dos valores a serem usados. Essas recomendações são apresentadas na sequência.

#### Escolha dos horizontes

Os termos que definem o horizonte de previsão,  $N_1$  e  $N_2$ , indicam os instantes nos quais se deseja que a referência siga a saída, ou seja, quais erros futuros devem ser considerados em  $J$ . Em geral, a janela de previsão,  $N = N_2 - N_1 + 1$  deve ser escolhida para capturar a dinâmica transitória do processo, o que se consegue ajustando um valor de  $N_2$  entre 50% e 100% do tempo de assentamento do mesmo. Por exemplo, se um sistema em malha aberta tem um tempo de assentamento dado por  $t_{5\%}$ , definido como

o tempo que o sistema demora para permanecer dentro da faixa de  $\pm 5\%$  em torno do valor de regime permanente para uma entrada degrau, e o período de amostragem for  $T_s$ , o valor de  $N_2$  deve estar preferencialmente no intervalo  $[0,5t_{5\%}/T_s, t_{5\%}/T_s]$ . Já o ajuste de  $N_1$  permite desconsiderar, quando desejado, o erro cometido nos primeiros  $N_1 - 1$  instantes da janela de valores futuros, que vai de 1 a  $N_2$ .

Por exemplo, em sistemas com atraso, se este pode ser representado por  $d$  amostras, é lógico escolher  $N_1 > d$ , já que não haverá resposta do sistema à entrada  $u(k)$  até o tempo  $k + d$  (o primeiro instante em que aparece alguma alteração na resposta causada por uma variação da variável manipulada em  $k$  é  $k + d + 1$ ). Note que em sistemas reais, o efeito do sinal de controle aplicado em  $k$  só vai aparecer na resposta do sistema, no mínimo, no instante seguinte, dado que no MPC primeiro se mede a saída do processo e depois se atua usando o controle calculado em  $k$ . Assim, mesmo que o sistema tenha uma parcela de resposta instantânea, ela só será medida em  $k + 1$ . Por este motivo, uma escolha habitual é usar  $N_1 = d + 1$  em um MPC para um sistema com atraso de  $d$  amostras.

Em casos nos quais, por questões de especificação, deseja-se dar mais importância ao regime permanente do que ao transitório da resposta, o valor de  $N_1$  pode ser aumentado, assim como a janela de predição  $N$ . Caso contrário, quando se deseja dar prioridade ao transitório, o valor de  $N_1$  deve ser o menor possível ( $N_1 = d + 1$ ) e a janela de predição  $N$  pequena comparada ao valor de  $t_{5\%}/T_s$ .

O horizonte de controle  $N_u$ , que é por definição menor ou igual que  $N_2$ , especifica por quantos instantes no futuro desejamos considerar as variações da ação de controle durante o cálculo do controle ótimo. Assim, um MPC calcula, a cada instante de amostragem,  $N_u$  valores de incrementos de controle ótimos e assume que após  $N_u$  instantes o controle permanece constante (os incrementos são nulos). Note que  $N_u$  define os graus de liberdade do problema de controle, então  $N_u$  tipicamente não deve ser muito grande para evitar aumentar a dimensão do problema de controle a ser resolvido. Observe que a função  $J$  a minimizar depende do vetor  $\Delta \mathbf{u}$ , que tem dimensão  $N_u$ . Assim, quanto maior for este horizonte, mais complexo será o problema a ser resolvido a cada amostra. Por outro lado, valores muito pequenos tendem a gerar dinâmicas com tempos de resposta muito similares aos de malha aberta, em especial quando o horizonte de predição é escolhido para capturar o regime permanente do processo. Observe que se temos poucas possibilidades para escolher na manipulação do controle ( $N_u$  pequeno) e devemos cumprir a condição de regime permanente, o controle a ser aplicado vai ser muito parecido com o valor necessário para a saída do processo alcançar o valor desejado em regime permanente. Na prática, é comum utilizar valores de  $N_u$  entre  $1/5$  e  $1/2$  de  $N$ . Quando temos a possibilidade de realizar um ajuste por simulação, uma recomendação interessante é começar com horizonte  $N_u$  bem pequeno e aumentá-lo até observar que as mudanças não causam mais efeito na saída do processo. Note que alterações no horizonte de controle causam também altera-

ções na composição da função custo, pois o número de termos referentes ao incremento de controle aumentará nessa função. Assim, tipicamente é necessário alterar as ponderações em conjunto com a alteração dos horizontes. Isso será discutido logo na sequência.

### Escolha das ponderações

A ponderação  $\delta(j)$  é usada para definir o peso, ou importância, dos erros futuros na janela de predição  $N$ . Os valores de  $\delta(j)$  podem variar no horizonte, mas cabe ressaltar que geralmente são escolhidos valores constantes, ou seja,  $\delta(j) = \delta, \forall j$ . Na sequência desta análise consideramos as ponderações  $\delta(j)$  e  $\lambda(j)$  constantes no horizonte, já que tipicamente não é trivial ajustar um valor diferente de ponderação para cada elemento de cada um dos horizontes (de controle e de predição). Entretanto, em alguns casos pode ser interessante empregar ponderações variáveis ao longo do horizonte, por exemplo, para ponderar mais os erros de predição no início do horizonte do que no final, em um caso em que o modelo sabidamente não seja uma representação muito fiel do processo. Com isso, garante-se que sejam mais ponderadas informações mais confiáveis, já que ao longo do horizonte os erros do modelo tendem a se acumular, então informações mais próximas do instante de medição tendem a ser mais confiáveis.

Aumentar o valor de  $\delta$ , mantendo  $\lambda$  constante, implica dar mais importância ao erro de seguimento de referência na função  $J$ , o que tem como consequência um controle que tenta se aproximar da referência mais rapidamente. O contrário também é válido, ou seja, valores menores da ponderação permitem respostas transitórias com maior erro de seguimento, resultando em respostas mais lentas.

A ponderação  $\lambda$  é usada para limitar os movimentos da ação de controle no horizonte  $N_u$  e, por isso, na indústria é comum usar a denominação “fator de supressão do controle”. Valores maiores de  $\lambda$ , mantendo  $\delta$  constante, têm como consequência um controle mais suave, dado que grandes variações de controle resultariam em um valor muito elevado para  $J$ , já que os incrementos de controle são multiplicados por uma ponderação grande para comporem a função custo  $J$ . Se queremos utilizar ações de controle rápidas e agressivas, devemos usar valores menores de  $\lambda$ , já que neste caso mesmo variações grandes de controle não causariam um aumento significativo de  $J$ , pois os valores seriam multiplicados por uma ponderação baixa.

Possivelmente já ficou claro na análise feita no parágrafo anterior que no ajuste das ponderações, devemos considerar o peso relativo das contribuições das parcelas que dependem dos erros futuros e dos incrementos da ação de controle futuros. Aumentar ou diminuir simultaneamente  $\delta$  e  $\lambda$  na mesma proporção não vai causar efeito algum na solução, dado que apenas estaríamos multiplicando  $J$  por uma constante, sem alterar a sequência de sinais de controle que levariam a função custo a alcançar seu mínimo.

Assim, um procedimento comum no caso SISO é fixar uma das ponderações como unitária e usar apenas a outra para a sintonia do controlador.

No caso multivariável, esta simplificação em geral não se utiliza, dado que na maioria das aplicações cada variável manipulada e controlada precisa ter horizontes e pesos diferentes na função custo devido às diferentes dinâmicas presentes no processo e à importância que cada variável tem no desempenho do sistema. Este tópico é apresentado com maiores detalhes no Volume 2.

Devemos ressaltar aqui que o ajuste das ponderações é dependente de vários fatores relacionados com a forma da função  $J$  e com o modelo do processo. Por exemplo, o ganho estático do processo terá influência na escolha das ponderações, dado que processos com ganho grande terão maiores variações das saídas para as mesmas variações das entradas que no caso de processos com menor ganho. Também, como a contribuição de cada parcela em  $J$  depende das ponderações e do horizonte, o efeito de duplicar  $\lambda$ , por exemplo, não é igual para dois casos que consideram valores diferentes para os horizontes, dado que a sua influência depende do número de termos sendo considerados em  $J$ .

Devemos ressaltar que o ajuste das ponderações com as variáveis  $y(k)$  e  $u(k)$  não normalizadas pode ser complexo na prática, dado que as variáveis do processo podem estar em intervalos muito diferentes em termos de valores numéricos. Assim, na prática, é aconselhável normalizar todas as variáveis do processo antes de se formular o problema MPC, de forma tal que todas as variações esperadas estejam em intervalos pré-estabelecidos, por exemplo, de 0% a 100% ou de 0 a 1. Essa normalização pode ser realizada de diversas maneiras, mas é comum efetuar este procedimento dividindo o valor da variável pelo seu valor máximo esperado.

### Outros elementos de sintonia

Como comentado, os elementos analisados são os básicos de uma função custo simples. Outros parâmetros de ajuste do controle podem ser considerados dependendo da formulação do MPC e da função custo. Por exemplo, termos adicionais em  $J$  podem ser colocados para manter variáveis dentro de bandas, para buscar que as variáveis manipuladas se aproximem de pontos ótimos de operação da planta, entre outros objetivos. Ainda, na própria formulação do MPC podem ser utilizados filtros de referência ou de previsão que precisam ser ajustados. Todos esses pontos serão analisados em capítulos posteriores deste Volume 1 e no Volume 2.

### 2.1.3 Exemplos motivadores

Antes de passar ao estudo detalhado das diversas técnicas de MPC nos próximos capítulos, vamos apresentar dois exemplos. O primeiro serve para ilustrar o ajuste de parâmetros em um sistema simples e o segundo para mostrar o potencial da técnica MPC em um processo mais complexo e considerando restrições. Em ambos os casos, os resultados das simulações foram obtidos usando uma ferramenta de simulação interativa, que permite ajustar os diferentes parâmetros da simulação e visualizar as respostas obtidas de forma simples, não requerendo conhecer detalhes da implementação do código do controle. A ferramenta e suas principais propriedades são apresentadas no Apêndice A.

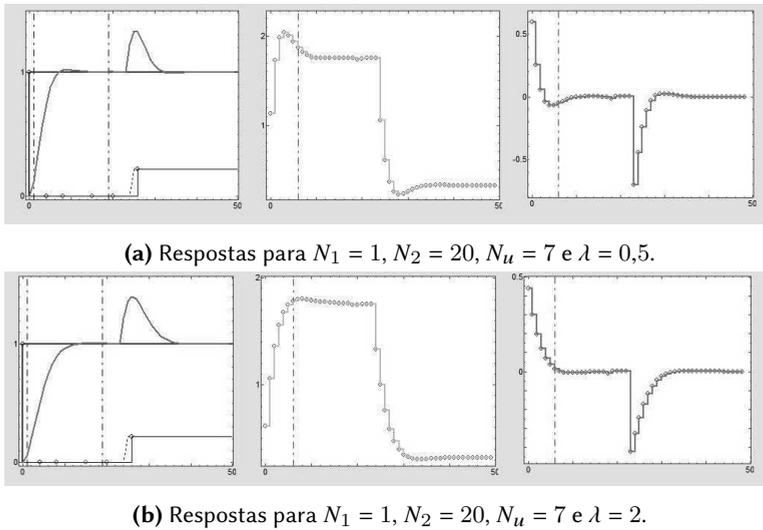
#### Exemplo 2.3

Aqui, vamos mostrar a sintonia do MPC para um caso simples. Consideraremos um sistema de controle de velocidade de um motor de corrente contínua, modelado por uma função de transferência de segunda ordem e com variáveis normalizadas, que tem uma resposta em malha aberta com tempo de assentamento de aproximadamente 2 s e ganho estático unitário. Neste processo, a variável manipulada é a tensão aplicada no motor.

Vamos utilizar um controle MPC com a função custo básica já definida nesta seção em (2.9) e observar o efeito dos ajustes dos horizontes e ponderações. O período de amostragem é escolhido como  $T_s = 0,1$  s. Vamos usar um cenário de simulação de 5 s com uma mudança de referência de 0 para 1 em tempo 0, e uma perturbação do tipo degrau de valor 0,2 aplicada na entrada do processo na metade do tempo de simulação. Usaremos  $\lambda$  e  $\delta$  constantes no horizonte, com o ajuste de  $\delta = 1$  fixo e apenas variaremos o valor de  $\lambda$ . Todas as simulações foram realizadas com a ferramenta interativa de controle GPC SISO apresentada no Apêndice A.

Apresentamos primeiro uma simulação com  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$  e  $N_u = 7$ , seguindo as recomendações para uma janela de predição de quase todo o transitório do processo, uma janela de controle próxima de 1/3 da de predição e usando  $\lambda = 0,5$ . As respostas podem ser vistas na Figura 2.6a, em que se mostram a saída do processo, o sinal de controle e o incremento de controle ( $\Delta u(k)$ ). Como podemos ver, as respostas são rápidas e sem oscilações (há apenas um pequeno sobressinal na resposta) e o sistema segue a referência e rejeita a perturbação em regime permanente.

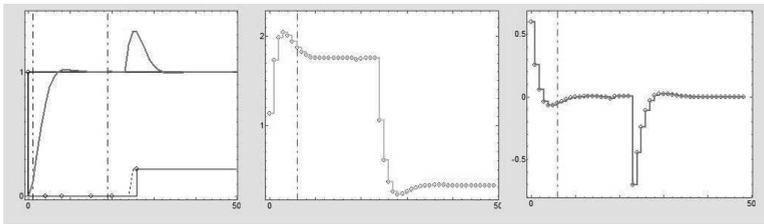
Para ver o efeito da ponderação, na Figura 2.6b é mostrado o caso com os mesmos horizontes ( $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$  e  $N_u = 7$ ), porém com um valor maior de ponderação para o incremento de controle,  $\lambda = 2$ . Observamos que as respostas são mais lentas que as observadas no caso anterior e o sinal de controle tem variações menores, ambos os fatos justificados pelo maior valor da ponderação do esforço de controle.



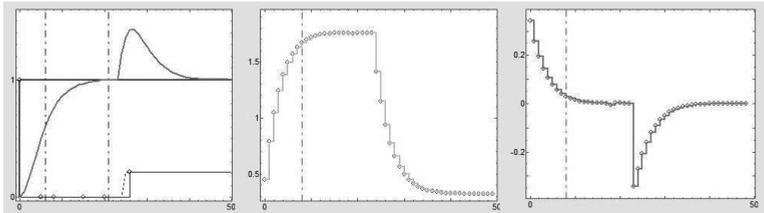
**Figura 2.6** Análise da variação de  $\lambda$ . À esquerda, referência, saída e perturbação; no centro, ação de controle; e à direita, variação do sinal de controle ( $\Delta u(k)$ ). O tempo é dado em amostras.

Para ver o efeito de  $N_1$ , na Figura 2.7b é apresentado o caso com  $N_1 = 6$ ,  $N_2 = 20$ ,  $N_u = 7$  e  $\lambda = 0,5$ , que é o caso inicial, porém com  $N_1$  maior (para efeitos de comparação o caso inicial é repetido na parte (a) da figura). Neste caso, a função custo não considera a parte inicial do transitório e, assim, os erros iniciais não são levados em conta, o que acarreta uma resposta lenta. Esta resposta é a mais lenta de todas as analisadas neste exemplo e isso se deve a uma combinação de fatores: os erros maiores são observados no início do transitório e houve uma diminuição do tamanho do horizonte de predição sem alterar as ponderações.

Para ver o efeito de diminuir  $N_2$ , na Figura 2.8b é apresentado o caso com  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 3$ ,  $N_u = 3$  e  $\lambda = 0,5$  (para efeitos de comparação, o caso inicial é repetido na parte (a) da figura). Note que, neste caso, foi necessário ajustar também o horizonte de controle, pois não há sentido em definir sinais de controle para períodos futuros que não serão considerados na resposta observada do sistema, além de isso causar problemas para a solução do problema de otimização, como será discutido no Capítulo 3. Neste caso, a função custo somente considera a parte inicial do transitório, e o modelo usado nas predições é bem pouco representativo do processo, o que acarreta uma resposta mais oscilatória e mais lenta que no caso inicial com  $N_2 = 20$ .

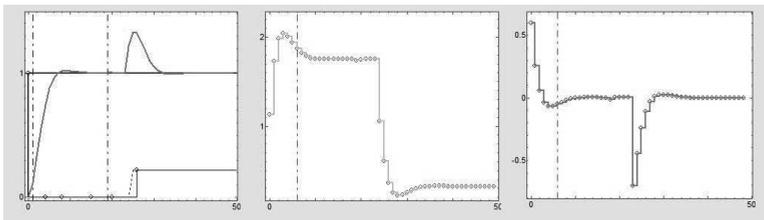


(a) Respostas para  $N_1 = 1, N_2 = 20, N_u = 7$  e  $\lambda = 0,5$ .

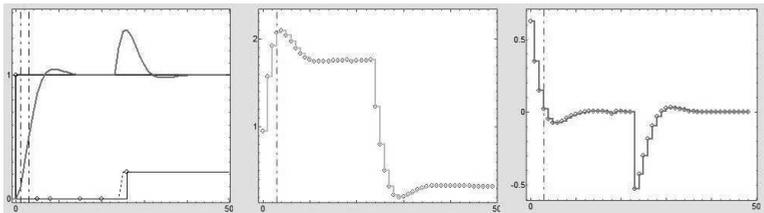


(b) Respostas para  $N_1 = 6, N_2 = 20, N_u = 7$  e  $\lambda = 0,5$ .

**Figura 2.7** Análise da variação de  $N_1$ . À esquerda, referência, saída e perturbação; no centro, ação de controle; e à direita, variação do sinal de controle ( $\Delta u(k)$ ). O tempo é dado em amostras.



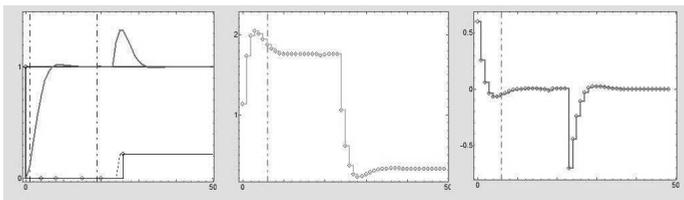
(a) Respostas para  $N_1 = 1, N_2 = 20, N_u = 7$  e  $\lambda = 0,5$ .



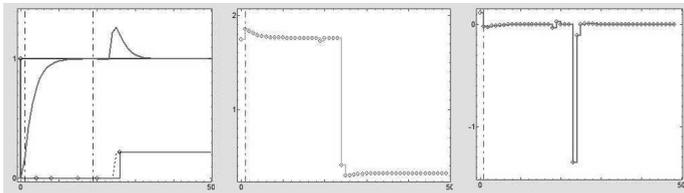
(b) Respostas para  $N_1 = 1, N_2 = 3, N_u = 3$  e  $\lambda = 0,5$ .

**Figura 2.8** Análise da variação de  $N_2$ . À esquerda, referência, saída e perturbação; no centro, ação de controle; e à direita, variação do sinal de controle ( $\Delta u(k)$ ). O tempo é dado em amostras.

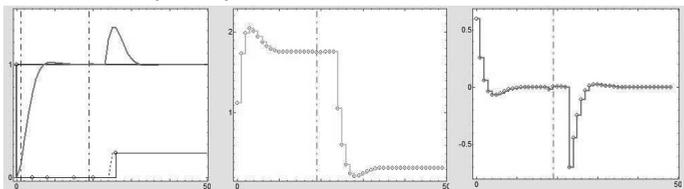
Finalmente, para ver o efeito da variação de  $N_u$ , na Figura 2.9 se comparam três casos diferentes. Na parte (a) da figura se mostra o ajuste original. Na parte (b) é apresentado o caso com  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$ ,  $N_u = 1$  e  $\lambda = 0,5$ , que é equivalente ao primeiro caso apresentado, porém com horizonte de controle de uma amostra. Observamos como as repostas para seguimento de referência são mais lentas que no caso de  $N_u$  maior e, neste caso, apresentam um tempo de resposta próximo ao de malha aberta. O sinal de controle tem uma variação mais abrupta no instante em que ocorre a mudança de referência e depois varia pouco, praticamente assumindo o valor de regime permanente desde o início da resposta, como já foi discutido. Também observe que a resposta para a perturbação é mais agressiva que nos casos anteriores. Em parte, essa alteração na resposta é causada também pela diminuição da contribuição do esforço de controle na função custo, visto que, neste caso, apenas um esforço de controle ponderado por  $\lambda$  é somado na função custo. Assim, ao invés de considerar sete incrementos de controle na função custo, como acontecia nos casos anteriores, é considerado apenas um.



(a) Respostas para  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$ ,  $N_u = 7$  e  $\lambda = 0,5$ .



(b) Respostas para  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$ ,  $N_u = 1$  e  $\lambda = 0,5$ .



(c) Respostas para  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$ ,  $N_u = 10$  e  $\lambda = 0,5$ .

**Figura 2.9** Análise da variação de  $N_u$ . À esquerda, referência; saída e perturbação; no centro, ação de controle; e à direita, variação do sinal de controle ( $\Delta u(k)$ ).

Já na parte (c) da Figura 2.9 é apresentado um caso em que aumentamos o horizonte de controle, assim o ajuste é  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 20$ ,  $N_u = 10$  e  $\lambda = 0,5$ , que é equivalente ao primeiro caso apresentado, porém com horizonte de controle maior. Observamos como as repostas não melhoram, se comparadas ao caso inicial, de  $N_u = 7$ . Assim, neste exemplo, não compensa aumentar  $N_u$ , visto que como consequência se aumenta também a complexidade do algoritmo, sem que isso se reflita em ganhos aparentes de desempenho.

Podemos observar, a partir das simulações apresentadas, que as regras gerais de ajuste do MPC obtiveram os resultados esperados para este caso simples. Ao longo do livro realizaremos outros estudos de sintonia em casos mais complexos. Ressaltamos que apesar de o MPC ter regras gerais de sintonia intuitivas, o ajuste não é simples de se realizar, principalmente nos casos multivariáveis. Mesmo neste exemplo simples, fica claro que a alteração de um parâmetro de ajuste acaba causando mais de um efeito na resposta, como o observado na diminuição do horizonte de controle, que acaba reduzindo também a contribuição total do incremento de controle na função custo se as ponderações forem mantidas constantes.

Para motivar os leitores e mostrar o potencial da estratégia de controle MPC, principalmente no tratamento de restrições, para conseguir que o processo atenda as especificações de operação, vamos considerar agora um estudo de caso de um processo que possui uma dinâmica estável mas com comportamento de resposta inversa (também conhecida como de fase não mínima) e restrições.

#### Exemplo 2.4

Este exemplo considera o controle de um processo de fase não mínima com restrições que pode ser modelado na região de operação como um sistema contínuo linear de segunda ordem com um zero no semi-plano direito:

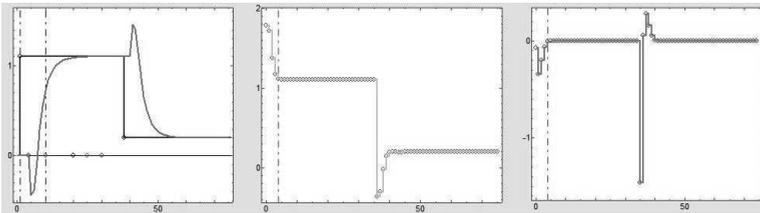
$$P(s) = \frac{(1 - s)}{(0,5s + 1)(s + 1)},$$

com o tempo em minutos.

Um MPC SISO foi projetado com uma amostragem de 0,3 min para este sistema, usando horizonte de predição inicial igual a 1, e horizonte final de 10. Observe que esta escolha parece intuitivamente adequada, pois uma janela de predição de 10 amostras (3 min) captura bem a dinâmica de malha aberta do processo. Assim, escolhemos  $N_1 = 1$  e  $N_2 = 10$ . O horizonte de controle foi ajustado com  $N_u = 3$ , um terço da janela de predição da saída.

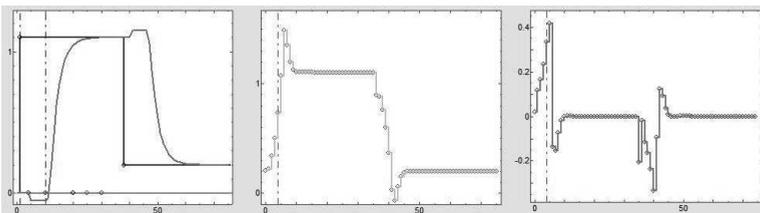
Vamos considerar que inicialmente não temos restrições e as ponderações são fixadas em  $\lambda = 0,1$  e  $\delta = 1$ . O resultado de aplicar este MPC no processo, para mudanças tipo degrau na referência, é mostrado na Figura 2.10. As figuras mostradas são do simulador interativo usado para estudo do controle GPC SISO, descrito no Apêndice A.

Como podemos observar, o sistema apresenta uma resposta sem oscilações. A ação de controle tem um comportamento suave e o sistema de controle permite que a referência seja alcançada no regime permanente. Ainda se observa, como esperado, o comportamento de resposta inversa devida ao zero em  $s = 1$ .



**Figura 2.10** Resposta do do processo  $P(s)$  para o caso sem restrições. O tempo é dado em amostras.

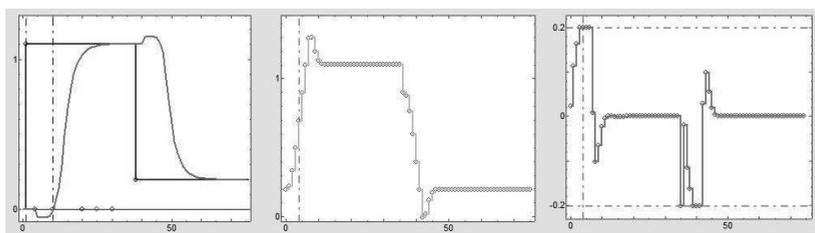
Para mostrar o potencial do MPC, uma segunda simulação inclui restrições na variável controlada. Neste caso, se deseja minimizar a resposta inversa do sistema, isto é, diminuir o pico da resposta no sentido contrário ao da mudança de referência. Esta restrição coloca uma condição tal que se a referência tem um valor maior que o valor inicial da variável controlada no momento da aplicação do degrau (como é o caso do exemplo), então o controlador tenta evitar que no transitório a variável controlada assuma valores menores que o valor inicial. Ao incluir esta restrição no problema, são obtidas as respostas mostradas na Figura 2.11.



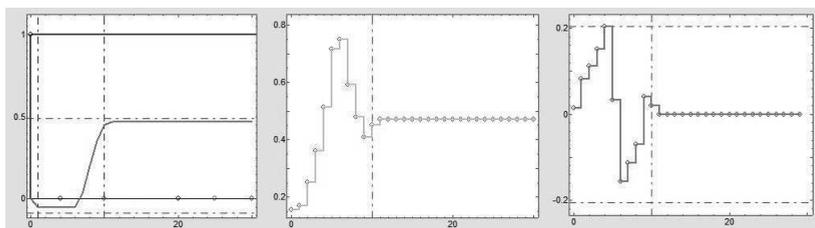
**Figura 2.11** Resposta do do processo  $P(s)$  para o caso com restrições que evitam a resposta inversa. O tempo é dado em amostras.

Podemos observar que o pico da resposta inversa é bem menor que no caso anterior e para isso o controle necessita realizar movimentos mais bruscos. Observa-se, ainda, que o preço a pagar, como esperado, é uma resposta mais lenta que no caso anterior.

Na simulação a seguir, colocamos uma restrição no incremento de controle, colocando como limites uma variação máxima em módulo de 0,2. Como esperado, o controlador respeita as restrições e o processo tem uma resposta mais lenta. As respostas obtidas são mostradas na Figura 2.12.



**Figura 2.12** Resposta do do processo  $P(s)$  para o caso com restrições que evitam a resposta inversa e restringem o incremento de controle. O tempo é dado em amostras.



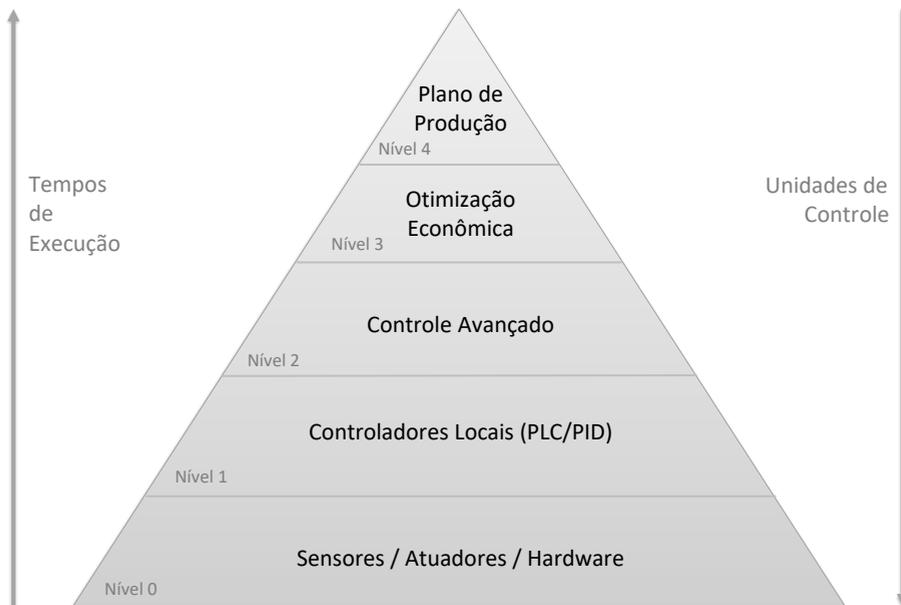
**Figura 2.13** Resposta do do processo  $P(s)$  para o caso com restrições que evitam a resposta inversa, restringem o incremento de controle e limitam a saída ao valor 0,5. O tempo é dado em amostras.

Na última simulação, consideramos um cenário diferente, com apenas 9 minutos de ensaio e uma mudança de referência. Vamos supor que não se deseja que a variável controlada se afaste mais do que 0,5 do ponto de operação, mas que um operador envia um comando de mudança de referência de valor 1. Na Figura 2.13 é mostrado o resultado desta simulação. Observe que o controlador MPC não permite que a variável  $y$  viole a restrição imposta quando se aplica a mudança de referência, e tenta manter, durante todo o tempo, a variável na restrição 0,5, garantindo, assim, o correto funcionamento do processo. Logo, podemos con-

cluír que o MPC é extremamente flexível e permite atender diversas especificações. Estudaremos com mais detalhes esses aspectos nos próximos capítulos.

## 2.2 O MPC NA PIRÂMIDE DA AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

A Figura 2.14 apresenta uma representação esquemática da Pirâmide da Automação Industrial. Essa pirâmide compreende os diferentes níveis de controle para sistemas industriais considerando a escala de tempo da operação (tempo de execução da tarefa, objetivo ou requisito operacional) e o número de unidades de controle (complexidade do objetivo de controle). Essa representação é bastante usada na prática e é muito útil para entendermos melhor as diferentes ações e funções dos diferentes sistemas de controle em um processo complexo, dado que ele é normalmente composto por vários subsistemas mais simples que interagem.



**Figura 2.14** Pirâmide da automação industrial e os níveis de controle: o MPC tipicamente atua na camada de controle avançado.

Como podemos observar na figura, no nível de controle mais baixo (nível 0), temos os sistemas de sensoriamento, atuação e *hardware* atrelados ao processo; esses componentes operam em escalas de tempo rápidas (na ordem de segundos ou milissegundos). Já no

primeiro nível de controle (nível primário), temos os controladores locais, função para a qual geralmente se utilizam os controladores lógico programáveis (CLPs) e controladores tipo PID, também chamados de controladores de baixo nível, que regulam os processos em termos de objetivos da ordem de tempo de alguns segundos ou minutos. Essa camada é normalmente denominada na indústria de camada regulatória.

Os controladores locais recebem da camada superior (nível secundário) os valores de referência e condições a serem usados para manter as variáveis de processo deste nível dentro de determinados requisitos. No nível secundário, observamos os controladores avançados, que se ocupam de controlar de forma conjunta várias variáveis do processo, levando em consideração acoplamentos entre os diferentes subsistemas. Esses controladores geralmente consideram dinâmicas da ordem de minutos ou de horas e recebem do nível terciário os valores desejados para as variáveis de processo do nível secundário.

No nível terciário de controle, temos os controladores (ou otimizadores) da produção do sistema industrial, que geralmente trabalham na escala de dias, levando em conta requisitos econômicos associados aos custos das matérias-primas, energia usada no processo e valor de venda dos produtos. Finalmente, no topo da pirâmide se encontra a etapa de planejamento de produção, na qual se definem os planos mensais ou anuais de produção.

A forma da pirâmide usada nesta figura se justifica, uma vez que nas camadas mais baixas (perto da planta) temos mais unidades de controle, ou seja, mais sistemas de controle operando do que nas camadas mais altas. Por exemplo, em uma indústria petroquímica, existem centenas (ou até milhares) de atuadores, sensores e controladores de baixo nível, algumas unidades de controle avançado e otimização e, normalmente, um único sistema de planejamento, que coordena a planta como um todo.

A pirâmide apresentada é bem geral e tem cinco níveis, mas na prática os processos podem usar mais ou menos camadas de controle, dependendo da complexidade do processo e do nível de automação. A maioria das aplicações de MPC na indústria se situa no nível 2 de controle avançado, sendo que o MPC é o sistema de controle mais usado no meio industrial nessa camada. Porém, devemos ressaltar que existem também muitos estudos e aplicações de MPC em sistemas de controle local para alguns casos específicos. O uso de MPC no sistema de controle local tem se massificado graças aos avanços das tecnologias de software e hardware, que permitem a implementação mais eficiente de algoritmos de controle complexos com períodos de amostragem menores. Estudaremos alguns aspectos relacionados com este tema no Volume 2 desta obra. Além disso, mais recentemente, os estudos de MPC têm abordado estratégias denominadas de MPC Econômico, no qual as camadas de controle dos níveis 2 e 3 são executadas em um único MPC, que inclui na sua função custo os requisitos da otimização econômica.

### 2.3 UM POUCO DE HISTÓRIA

Pode-se considerar que o MPC surgiu no ambiente industrial no final da década de 1970 em aplicações da indústria petroquímica, operando como sistema de controle avançado de nível 2, recebendo da camada de otimização as referências e enviando comandos para os controles locais. Nessa época, surgiram o controle algorítmico baseado em modelo (MAC, do inglês *Model Algorithm Control*) (RICHALET et al., 1976) e o controle por matriz dinâmica (DMC, do inglês *Dynamic Matrix Control*) (CUTLER; RAMAKER, 1980), que utilizavam modelos de tipo resposta ao impulso ou ao degrau para descrever a planta e consideravam restrições no processo de otimização. O sucesso desses algoritmos nas aplicações deveu-se fundamentalmente à simplicidade das ideias utilizadas, mas não veio acompanhado de estudos relacionados com a estabilidade e robustez dos algoritmos.

Apesar de o método ter sido proposto há mais de 40 anos, a pesquisa em aplicações industriais do DMC continua ativa, e alguns trabalhos recentes podem ser citados. Em Fernandes et al. (2020), por exemplo, o DMC foi utilizado em uma planta integrada de separação de ar e ciclo Allam. Uma estratégia com DMC para controlar uma usina termelétrica a carvão é apresentada em He e Lima (2019). Em Wang et al. (2020), o DMC é utilizado no contexto de controle preditivo distribuído, aplicado a um processo reator e separador. Em Shi et al. (2022), o DMC é usado em uma planta de recuperação de resíduos. Também, Xu et al. (2020) apresenta um DMC implementado a partir do modelo de convolução orientado a dados, no qual a representação de entrada-saída é obtida diretamente da resposta ao degrau amostrada. Finalmente, uma generalização do DMC para plantas instáveis em malha aberta foi recentemente publicada (SANTOS; NORMEY-RICO, 2023). Neste trabalho, os autores apresentaram a possibilidade de ajuste do controle via dados, o que é bem interessante para aplicações industriais.

No início dos anos 1980, uma outra família de algoritmos de MPC surgiu no meio acadêmico, com abordagens relacionadas ao controle adaptativo e utilizando geralmente uma descrição por uma função de transferência para sistemas monovariáveis (DATTA; OCHOA, 1996). Entre outros, podem ser citados o controle preditivo generalizado (GPC, do inglês *Generalized Predictive Controller*) (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987; CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987), o controle adaptativo de predição estendida (EPSAC, do inglês *Extended Prediction Self-Adaptive Control*) (DE KEYSER; CUAWENBERGHE, 1985), o controle adaptativo de horizonte estendido (EHAC, do inglês *Extended Horizon Adaptive Control*) (YDSTIE, 1984) e o controle preditivo unificado (UPC, do inglês *Unified Predictive Control*) (SOETERBOEK, 1992).

Finalmente, diversas formulações foram propostas utilizando modelos de variáveis de estado, permitindo fundamentalmente que toda a teoria de espaço de estado fosse utilizada no contexto de MPC (GARCIA; PRETT; MORARI, 1989).

Do final dos anos 1980 até o ano 2000, muitos trabalhos foram publicados analisando questões de estabilidade e robustez dos diversos algoritmos, principalmente do GPC, que se tornou bastante popular (CLARKE; MOHTADI, 1989; ROBINSON; CLARKE, 1991; YOON; CLARKE, 1995). Considerando aspectos como restrições de igualdade no horizonte ou pré-estabilização do sistema, foi possível encontrar procedimentos para garantir a estabilidade em malha fechada (KOUVARITAKIS; ROSSITER; CHANG, 1992; CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987). Estudos sobre sistemas com atrasos dominantes e os problemas de robustez associados também foram publicados nesses anos (NORMEY-RICO; CAMACHO, 1999; NORMEY-RICO; CAMACHO, 2000). Esse período foi marcado também pelo aparecimento dos primeiros livros sobre MPC (SOETERBOEK, 1992; CAMACHO; BORDONS, 2004) e pela solução do problema de estabilidade do controle preditivo com restrições (MAYNE et al., 2000).

Do início dos anos 2000 até hoje, a maioria dos trabalhos de pesquisa tem se orientado ao estudo de controle preditivo não linear, MPC para sistemas híbridos, MPC robusto, MPC econômico e em aplicações com tempos de amostragem muito pequenos. O MPC linear tem se consolidado como a técnica de controle avançado MIMO mais utilizada na indústria (TAKATSU; ITOH; ARAKI, 1998; QIN; BADGWELL, 2003) e muitos trabalhos têm sido publicados abordando resultados de pesquisas mais recentes sobre MPC, como pode ser visto nas diversas conferências internacionais sobre o tema.

## 2.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Este capítulo apresentou as principais ideias do MPC e sua relação com os controladores clássicos, que utilizam ideias simples de predição na sua formulação. Os assuntos tratados aqui focaram na apresentação do MPC como uma ferramenta poderosa para resolver problemas de controle de sistemas mono e multivariáveis de diversos tipos e com os mais variados tipos de especificações. Nos próximos capítulos, nos debruçaremos na análise de alguns algoritmos particulares de MPC, focando inicialmente nas abordagens mais simples.

## 2.5 EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Considere o modelo de um processo dado pela função de transferência de tempo discreto  $\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,05}{z - 0,9}$ . Calcule a predição da saída em  $k + j$ ,  $\hat{y}(k + j | k)$ , para um sinal de entrada do tipo degrau unitário aplicado em  $k = 0$  e horizonte de 5 amostras, considerando condições iniciais nulas. Agora, considere que o sistema está no instante de tempo discreto  $k = 1$  e a saída desejada para o próximo instante de tempo é  $y_d(k + 1) = 2$ . Qual valor de ação de controle,  $u(k)$ , deve ser aplicado? Utilize o procedimento discutido no Exemplo 2.1.
2. Considere o modelo de um processo com atraso representado por  $\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,08z^{-3}}{z - 0,82}$ . Com auxílio computacional, faça um gráfico da predição da saída  $\hat{y}(k + j | k)$ , para um sinal de entrada constante com o valor de 5 unidades aplicado em  $k = 1$  e horizonte de predição de 12 amostras. Considere condições iniciais nulas.
3. Dada a função custo:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta [\hat{y}(k + j | k) - r(k + j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \lambda [\Delta u(k + j)]^2,$$

considerando o modelo de predição:

$$\hat{y}(k + j | k) = ay(k + j - 1) + bu(k + j - 1),$$

com horizontes  $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 2$  e  $N_u = 2$ , deduza a equação  $J$  em função apenas das variáveis com valores conhecidos em  $k$ , como  $y(k)$ ,  $u(k - 1)$ , referências futuras conhecidas  $r(k + j)$  e variáveis de decisão  $\Delta u(k + j)$ .

4. A partir da função custo do exercício anterior, com ponderações constantes e horizontes de controle e predição iguais, calcule os valores de  $\lambda$  e  $\delta$  para uma ponderação igualitária entre erro e o incremento da ação de controle, uma vez que as variáveis possuem valores mínimos e máximos dados por  $y(k) = [0, 30]$  e  $\Delta u(k) = [-5, 5]$ . Verifique a sua resposta calculando  $J$  para um horizonte pequeno.

5. Utilizando a ferramenta de simulação para GPC SISO apresentada no Apêndice A, escolha um processo de primeira ordem com atraso dado por  $P(s) = \frac{e^{-2s}}{1+s}$  e ajuste o controle GPC sem restrições de forma intuitiva usando a análise do efeito dos parâmetros de sintonia apresentados neste capítulo. Analise primeiro o caso com modelo igual ao processo e depois inclua erro de modelagem. Observe o efeito dos parâmetros nas respostas.
6. Partindo dos resultados do exercício anterior, inclua restrições no GPC no sinal de controle, no incremento de controle e na saída. Isto se realiza modificando o ajuste do controlador, escolhendo o tipo de restrição a ativar. Inclua as restrições uma a uma e observe os resultados obtidos. Estude dois casos diferentes: no primeiro, considere o caso no qual o processo e o modelo são iguais; no segundo, introduza erros de modelo, o que pode ser feito na ferramenta alterando os polos e zeros da planta e mantendo os do modelo. Analise os resultados, observando o atendimento ou não das restrições, principalmente na variável de saída. Que diferenças observa entre os dois casos estudados? Discuta.
7. Utilizando a ferramenta de simulação para GPC SISO apresentada no Apêndice A, escolha um processo de segunda ordem com zero no semiplano direito dado por  $P(s) = \frac{1-s}{(1+s)(1+2s)}$  e ajuste um GPC sem restrições de forma intuitiva usando a análise do efeito dos parâmetros de sintonia apresentados neste capítulo. Analise primeiro o caso com modelo igual ao processo e depois inclua erro de modelagem. Observe o efeito dos parâmetros nas respostas. Numa segunda etapa inclua restrições no problema, no sinal de controle, no incremento de controle e na saída. Depois utilize restrições denominadas na ferramenta como NMP (que tentam evitar a resposta inversa causada pelo zero no semiplano direito do plano  $s$ ). Analise o resultado e veja como ajustar o controle para diminuir o efeito do zero na resposta.



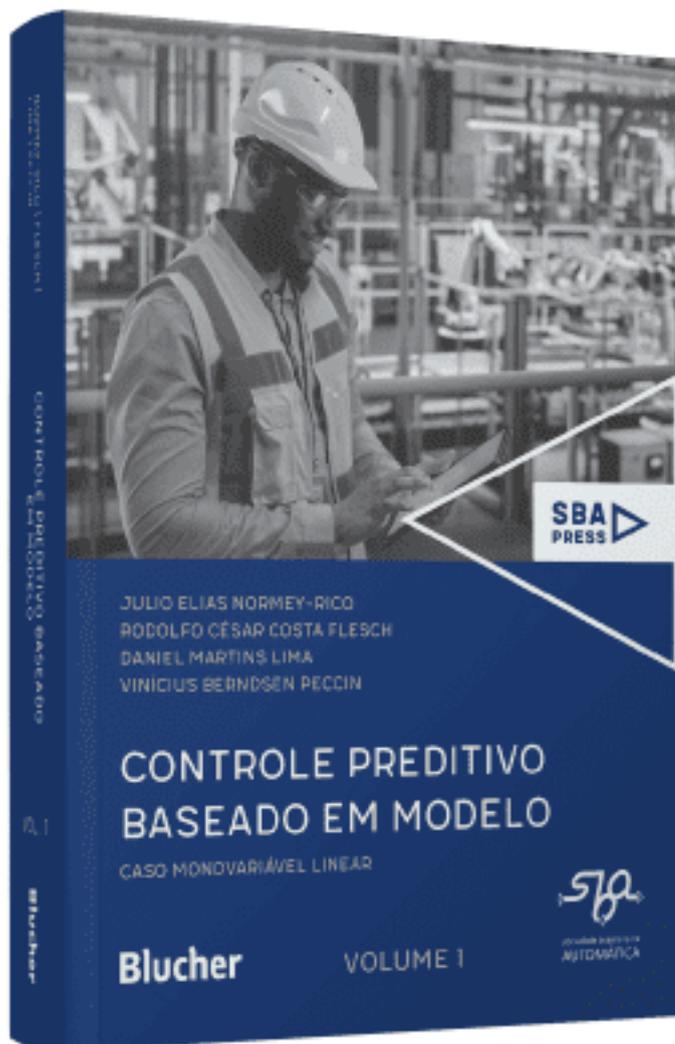
ESTE LIVRO, QUE É O VOLUME 1 DE UM CONJUNTO DE DOIS VOLUMES, APRESENTA AOS ESTUDANTES DE ENGENHARIA E DE ÁREAS AFINS OS FUNDAMENTOS DO CONTROLE PREDITIVO PARA SISTEMAS DINÂMICOS DE UMA ENTRADA E UMA SAÍDA.

O controle preditivo é uma das metodologias de controle mais usadas na indústria de processos, sendo, depois do PID, a estratégia mais difundida e com maior satisfação de uso por parte dos usuários. O livro tem uma abordagem teórico-prática, que foca no desenvolvimento da teoria clássica do controle preditivo, mas apresenta também aspectos de implementação e estudos de caso retirados do ambiente industrial. Para tal, diversos casos reais são utilizados para motivar e embasar as metodologias de controle e seus respectivos desenvolvimentos matemáticos. A obra trata do controlador DMC (do inglês *Dynamic Matrix Control*) e do controlador GPC (do inglês *Generalized Predictive Control*) e também tem um capítulo que trata de aspectos práticos dos controladores preditivos. O livro é acompanhado dos códigos dos controladores estudados, que são disponibilizados em página *web* própria.



[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)

**Blucher**



Clique aqui e:

[VEJA NA LOJA](#)

## Controle preditivo baseado em modelo - Volume 1 Caso monovariável linear

---

Julio Elias Normey-Rico, Rodolfo César Costa Flesch,  
Daniel Martins Lima, Vinícius Berndsen Peccin

ISBN: 9788521221289

Páginas: 334

Formato: 17 x 24 cm

Ano de Publicação: 2024

---