



# MATEMÁTICA FINANCEIRA E ENGENHARIA ECONÔMICA

Princípios e aplicações  
3ª edição revista e ampliada

LUIZ ROBERTO VANNUCCI

**Blucher**

**FAT** FUNDAÇÃO  
DE APOIO À  
TECNOLOGIA

Luiz Roberto Vannucci

# MATEMÁTICA FINANCEIRA E ENGENHARIA ECONÔMICA

Princípios e aplicações

3ª edição revista e ampliada

*Matemática financeira e engenharia econômica: princípios e aplicações*

© 2026 Luiz Roberto Vannucci

Editora Edgard Blücher Ltda.

*Publisher* Edgard Blücher

*Editor* Eduardo Blücher

*Coordenador editorial* Rafael Fulanetti

*Coordenadora de produção* Ana Cristina Garcia

*Produção editorial* Andressa Lira e Juliana Midori Horie

*Diagramação* Roberta Pereira de Paula

*Preparação de texto* Maurício Katayama

*Revisão de texto* Rodrigo Botelho

*Capa* Juliana Midori Horie

*Imagem da capa* iStockphotos

# Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar  
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil  
Tel.: 55 11 3078-5366

**contato@blucher.com.br**  
**www.blucher.com.br**

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 6. ed.  
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, julho de 2021.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios sem autorização escrita da editora.

Todos os direitos reservados pela Editora Edgard Blücher Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Heytor Diniz Teixeira, CRB-8/10570

Vannucci, Luiz Roberto

Matemática financeira e engenharia econômica :  
princípios e aplicações / Luiz Roberto Vannucci. – 3. ed. rev.  
ampl. – São Paulo : Blucher, 2026.

394 p. : il.

Bibliografia

ISBN 978-85-212-2772-4 (Impresso)

ISBN 978-85-212-2768-7 (Eletrônico - Epub)

ISBN 978-85-212-2769-4 (Eletrônico - PDF)

1. Investimentos. 2. Matemática financeira. 3. Cálculos  
financeiros. 4. Sistema de capitalização composto.  
5. Engenharia econômica.

CDU 330.322

Índice para catálogo sistemático:

1. Investimentos

CDU 330.322

# Conteúdo

<b>1. Valores financeiros equivalentes.....</b>	<b>41</b>
1.1 Pagamento único .....	41
1.2 Cálculo de um valor no futuro, conhecido um presente (F/P) .....	42
1.3 Cálculo de um valor no futuro, conhecido um presente (F/P), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	43
1.4 O cálculo informatizado (F/P) .....	45
1.5 Cálculo realizado por meio de fatores (F/P) .....	47
1.6 Exemplo de aplicação do cálculo de F em função de P (F/P) .....	48
1.7 Cálculo de um valor no presente, conhecido um futuro (P/F) .....	49
1.8 Cálculo de um valor no presente, conhecido um futuro (P/F), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	50
1.9 O cálculo informatizado (P/F) .....	51
1.10 Cálculo de um presente, conhecido um futuro (P/F), realizado por meio de fatores.....	52
1.11 Exemplo de aplicação do cálculo de P em função de F (P/F) .....	53
1.12 Montante periódico.....	54
1.13 Montante periódico incidindo nos finais de cada período de capitalização .....	55
1.14 Cálculo de um montante periódico, conhecido um presente (M/P) .....	55
1.15 Cálculo de um montante periódico, conhecido um valor no presente (M/P), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	56

1.16	O cálculo informatizado (M/P).....	57
1.17	Cálculo de um montante periódico, conhecido um presente (M/P), realizado por meio de fatores.....	58
1.18	Exemplo de aplicação do cálculo de M em função de P (M/P).....	59
1.19	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante periódico (P/M).....	60
1.20	Cálculo de um presente, conhecido um valor no montante periódico (P/M), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	61
1.21	O cálculo informatizado (P/M).....	62
1.22	Cálculo de um presente, conhecido um montante periódico (P/M), realizado por meio de fatores.....	63
1.23	Exemplo de aplicação do cálculo de P em função de M (P/M).....	63
1.24	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante periódico (F/M) ...	65
1.25	Cálculo de um futuro, conhecido um montante periódico (F/M), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	66
1.26	Cálculo de um futuro, conhecido um montante periódico (F/M), realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	66
1.27	Cálculo de um futuro, conhecido um montante periódico (F/M), realizado por meio de fatores.....	67
1.28	Exemplo de aplicação do cálculo de F em função de M (F/M).....	68
1.29	Cálculo de um montante periódico, conhecido um futuro (M/F).....	69
1.30	Cálculo de um montante periódico, conhecido um valor no futuro (M/F), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	70
1.31	Cálculo de um montante periódico, conhecido um valor no futuro (M/F), realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	71
1.32	Cálculo de um montante periódico, conhecido um futuro (M/F), realizado por meio de fatores.....	72
1.33	Exemplo de aplicação do cálculo de M em função de F (M/F).....	73
1.34	Montante periódico incidindo nos instantes iniciais de cada período de capitalização.....	74
1.35	Cálculo de um montante periódico incidindo nos instantes iniciais de cada período de capitalização, conhecido um presente (Mc/P).....	75
1.36	Cálculo de um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização, conhecido um valor no presente (Mc/P), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	76
1.37	Cálculo de um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização, conhecido um valor no presente (Mc/P), realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	77

1.38	Cálculo de um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização, conhecido um valor no presente ( $Mc/P$ ), realizado por meio de fatores .....	78
1.39	Exemplo de aplicação do cálculo de $Mc$ em função de $P$ ( $Mc/P$ ).....	79
1.40	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante periódico ( $P/Mc$ ) .....	81
1.41	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização ( $P/Mc$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	81
1.42	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização ( $P/Mc$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	82
1.43	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização ( $P/Mc$ ), realizado por meio de fatores .....	84
1.44	Exemplo de aplicação do cálculo de $P$ em função de $Mc$ ( $P/Mc$ ) .....	84
1.45	Cálculo de um valor no futuro, conhecido o montante periódico ( $F/Mc$ ) ..	86
1.46	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização ( $F/Mc$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	87
1.47	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização ( $F/Mc$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	88
1.48	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização ( $F/Mc$ ), realizado por meio de fatores .....	90
1.49	Exemplo de aplicação do cálculo de $F$ em função de $Mc$ ( $F/Mc$ ) .....	90
1.50	Cálculo de um montante periódico, conhecido um futuro ( $Mc/F$ ) .....	92
1.51	Cálculo de um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização, conhecido um valor no futuro ( $Mc/F$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	93
1.52	Cálculo de um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização, conhecido um valor no futuro ( $Mc/F$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	94
1.53	Cálculo de um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização, conhecido um valor no futuro ( $Mc/F$ ), realizado por meio de fatores .....	95
1.54	Exemplo de aplicação do cálculo de $Mc$ em função de $F$ ( $Mc/F$ ).....	96

1.55	Tabuada financeira para aplicação no sistema de capitalização composto.....	98
1.56	Montantes em parcelas desiguais .....	99
1.57	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante desigual (P/Md)..	100
1.58	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante desigual (P/Md), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	101
1.59	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante desigual (P/Md), realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	102
1.60	Cálculo de um valor no presente, conhecido um montante desigual (P/Md), realizado por meio de fatores .....	104
1.61	Exemplo de aplicação do cálculo de P em função de Md (P/Md) .....	105
1.62	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante desigual (F/Md)..	109
1.63	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante desigual (F/Md), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	110
1.64	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante desigual (F/Md), realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	112
1.65	Cálculo de um valor no futuro, conhecido um montante desigual (F/Md), realizado por meio de fatores.....	113
1.66	Exemplo de aplicação do cálculo de F em função de Md (F/Md) .....	113
1.67	Cálculo de um montante periódico, conhecido um montante desigual (M/Md) .....	116
1.68	Cálculo de um montante periódico, conhecido um montante desigual (M/Md), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	118
1.69	Cálculo de um montante periódico, conhecido um montante desigual (M/Md), realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	119
1.70	Cálculo de um montante periódico, conhecido um montante desigual (M/Md), realizado por meio de fatores.....	120
1.71	Exemplo de aplicação do cálculo de M em função de Md (M/Md) .....	121
<b>2.</b>	<b>Taxas percentuais de juros .....</b>	<b>125</b>
2.1	Taxa percentual com parcela única.....	126
2.2	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um presente e um futuro ( $i - P/F$ ) .....	126
2.3	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um presente, um futuro e o número de períodos de capitalização ( $i - P/F$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	127

2.4	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um presente, um futuro e o número de períodos de capitalização ( $i - P/F$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	128
2.5	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um presente, um futuro e o número de períodos de capitalização ( $i - P/F$ ), realizado por meio de fatores. ....	129
2.6	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $P, F$ ( $i - P/F$ ) . . . . .	130
2.7	Taxa com parcelas iguais e periódicas. ....	131
2.8	Taxa com incidência das parcelas no final de cada período . . . . .	132
2.9	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um presente e o montante periódico ( $i - P/M$ ) . . . . .	132
2.10	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um presente, um montante periódico e o número de períodos de capitalização ( $i - P/M$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C. ....	133
2.11	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um presente, um montante periódico e o número de períodos de capitalização ( $i - P/M$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel . . . . .	134
2.12	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um presente, um montante periódico e o número de períodos de capitalização ( $i - P/M$ ), realizado por meio de fatores. ....	135
2.13	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $P, M$ ( $i - P/M$ ) . . . . .	136
2.14	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um futuro e o montante periódico ( $i - F/M$ ) . . . . .	138
2.15	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um futuro, um montante periódico e o número de períodos de capitalização ( $i - F/M$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C . . . . .	139
2.16	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um futuro, um montante periódico e o número de períodos de capitalização ( $i - F/M$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	140
2.17	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um futuro, um montante periódico e o número de períodos de capitalização ( $i - F/M$ ), realizado por meio de fatores . . . . .	141
2.18	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $F, M$ ( $i - F/M$ ) . . . . .	142
2.19	Taxa com incidência das parcelas no início de cada período . . . . .	144
2.20	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um presente e o montante periódico ( $i - P/Mc$ ) . . . . .	144

2.21	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no presente, um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização e o número de períodos ( $i - P/Mc$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	145
2.22	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no presente, um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização e o número de períodos ( $i - P/Mc$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	146
2.23	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no presente, um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização e o número de períodos ( $i - P/Mc$ ), realizado por meio de fatores .....	147
2.24	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $P, Mc$ ( $i - P/Mc$ ) .....	148
2.25	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um futuro e o montante periódico ( $i - F/Mc$ ) .....	151
2.26	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no futuro, um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização e o número de períodos ( $i - F/Mc$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	152
2.27	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no futuro, um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização e o número de períodos ( $i - F/Mc$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	153
2.28	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no futuro, um montante periódico que incide nos inícios dos períodos de capitalização e o número de períodos ( $i - F/Mc$ ), realizado por meio de fatores .....	154
2.29	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $F, Mc$ ( $i - F/Mc$ ) .....	155
2.30	Taxa percentual com parcelas desiguais .....	157
2.31	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um presente e o montante desigual ( $i - P/Md$ ) .....	157
2.32	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no presente e um montante desigual ( $i - P/Md$ ), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	159
2.33	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no presente e um montante desigual ( $i - P/Md$ ), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	160
2.34	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no presente e um montante desigual ( $i - P/Md$ ), realizado por meio de fatores .....	162

2.35	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $P, Md (i - P/Md)$ .....	163
2.36	Taxa percentual – montantes em parcelas desiguais e o seu valor equivalente em um instante futuro .....	167
2.37	Cálculo da taxa percentual, conhecidos um futuro e os montantes desiguais $(i - F/Md)$ .....	168
2.38	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no futuro e um montante desigual $(i - F/Md)$ , realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	169
2.39	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no futuro e um montante desigual $(i - F/Md)$ , realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	170
2.40	Cálculo da taxa percentual de juros, conhecidos um valor no futuro e um montante desigual $(i - F/Md)$ , realizado por meio de fatores .....	171
2.41	Exemplo de aplicação do cálculo de $i$ em função de $F$ e $Md (i - F/Md)$ .....	172
2.42	Taxa percentual equivalente .....	175
2.43	Cálculo da taxa equivalente para um período de tempo maior $(i(eq) - maior)$ .....	176
2.44	Formas de cálculos empregados .....	177
2.45	Cálculo da $(i(eq) - maior)$ realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	177
2.46	Exemplo de aplicação do cálculo de $i(t)$ em função de $i(n) (i(eq) - maior)$ ..	178
2.47	Cálculo da taxa equivalente para um período de tempo menor $(i(eq) - menor)$ .....	179
2.48	Cálculo da $(i(eq) - menor)$ realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	180
2.49	Exemplo de aplicação no cálculo de $i(n)$ em função de $i(t) (i(eq) - menor)$ ..	180
2.50	Taxa efetiva e taxa nominal .....	181
2.51	Cálculo da taxa efetiva, conhecida uma taxa nominal $(i(ef) - i(nom))$ .....	182
2.52	Cálculo do $i(ef) - i(nom)$ realizado por meio da planilha eletrônica Excel ..	183
2.53	Exemplo de aplicação do cálculo de $i(ef)$ em função de $i(nom) - (i(ef) - i(nom))$ .....	184
2.54	Sistema Price .....	184
2.55	Exemplo de aplicação do cálculo com Sistema Price .....	185
<b>3.</b>	<b>Prazo de retorno .....</b>	<b>187</b>
3.1	Prazo de retorno com valor único para quitação .....	188
3.2	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no futuro e a taxa percentual de juros $(n-P/F)$ .....	188

3.3	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no futuro e a taxa percentual de juros (n-P/F), realizado por meio da calculadora financeira HP12C .....	190
3.4	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no futuro e a taxa percentual de juros (n-P/F), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	191
3.5	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no futuro e a taxa percentual de juros (n-P/F), realizado por meio de fatores financeiros. ....	192
3.6	Exemplo de aplicação do cálculo de n em função de P, F (n - P/F).....	193
3.7	Prazo de retorno com parcelas iguais e periódicas .....	194
3.8	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no montante periódico com incidência nos finais dos períodos de capitalização e a taxa percentual de juros (n-P/M) .....	195
3.9	O cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante periódico realizado por meio da calculadora financeira HP12C (n-P/M) .....	196
3.10	O cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante periódico realizado por meio da planilha eletrônica Excel (n-P/M).....	197
3.11	O cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante periódico realizado por meio de fatores financeiros (n-P/M).....	198
3.12	Exemplo de aplicação do cálculo de n em função de P, M (n - P/M).....	199
3.13	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no futuro, um valor no montante periódico com incidência nos finais dos períodos de capitalização e a taxa percentual de juros (n-F/M) .....	200
3.14	O cálculo do prazo de retorno na relação futuro e montante periódico realizado por meio da calculadora financeira HP12C (n-F/M).....	202
3.15	O cálculo do prazo de retorno na relação futuro e montante periódico realizado por meio da planilha eletrônica Excel (n-F/M).....	203
3.16	O cálculo do prazo de retorno na relação futuro e montante periódico realizado por meio de fatores financeiros (n-F/M).....	204
3.17	Exemplo de aplicação do cálculo de n em função de F, M (n - P/M).....	204
3.18	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no montante periódico com incidência nos inícios dos períodos de capitalização e a taxa percentual de juros (n-P/Mc) .....	206
3.19	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no presente, um valor no montante periódico com incidência nos inícios dos períodos de capitalização e a taxa percentual de juros realizado por meio da calculadora financeira HP12C (n-P/Mc).....	208

3.20	Cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante periódico realizado por meio da planilha eletrônica Excel (n-P/Mc).....	209
3.21	Cálculo do prazo de retorno na relação presente, montantes periódicos com incidência nos inícios dos períodos de capitalização com taxa de juros, realizado por meio de fatores financeiros (n-P/Mc) .....	210
3.22	Exemplo de aplicação do cálculo de n em função de P, Mc (n – P/Mc) .....	211
3.23	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no futuro, um valor no montante periódico com incidência nos inícios dos períodos de capitalização e a taxa percentual de juros (n-F/Mc) .....	212
3.24	Cálculo do prazo de retorno, conhecidos um valor no futuro, um valor no montante periódico com incidência nos inícios dos períodos de capitalização e a taxa percentual de juros realizado por meio da calculadora financeira HP12C (n-F/Mc) .....	214
3.25	Cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante periódico realizado por meio da planilha eletrônica Excel (n-F/Mc).....	215
3.26	Cálculo do prazo de retorno na relação futuro, montantes periódicos com incidência nos inícios dos períodos de capitalização e taxa percentual de juros, realizado por meio de fatores financeiros (n-F/Mc) ..	216
3.27	Exemplo de aplicação do cálculo de n em função de F, Mc (n – F/Mc).....	216
3.28	Prazo de retorno com montantes desiguais .....	218
3.29	Cálculo do prazo de retorno na relação entre um valor no presente e montante desiguais – (n-P/Md) .....	218
3.30	O cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante desigual realizado por meio da calculadora financeira HP12C (n-P/Md) .....	220
3.31	O cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante desigual realizado por meio da planilha personalizada (n-P/Md) .....	222
3.32	O cálculo do prazo de retorno na relação presente e montante desigual realizado por meio de fatores financeiros (n-P/Md) .....	225
3.33	Exemplo de aplicação do cálculo de n em função de P, Md (n – P/Md).....	225
3.34	Notas sobre o cálculo e a análise do prazo de retorno.....	230
<b>4.</b>	<b>Amortização de dívida .....</b>	<b>233</b>
4.1	Sistema de pagamentos constantes (SPC) para amortização de uma dívida .....	234
4.2	Cálculo da amortização de uma dívida através do SPC.....	235
4.3	Cálculo da amortização (SPC) através de um quadro .....	235
4.4	Cálculo da amortização (SPC) através de itens.....	236
4.5	Cálculo do SPC realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	241

4.6	Exemplo de aplicação do cálculo de amortização (SPC) .....	245
4.7	Sistema de amortização constante (SAC) .....	248
4.8	Cálculo da amortização de uma dívida pelo SAC .....	249
4.9	Cálculo da amortização (SAC) por meio de um quadro .....	249
4.10	Cálculo da amortização (SAC) por meio de itens .....	250
4.11	Cálculo do SAC realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	251
4.12	Exemplo de aplicação do cálculo de amortização (SAC) .....	254
4.13	Sistema de amortização misto (SAM) para amortização de uma dívida ...	256
4.14	Cálculo da amortização de uma dívida pelo SAM .....	256
4.15	Cálculo da amortização (SAM) por meio de um quadro .....	257
4.16	Cálculo da amortização (SAM) por itens .....	257
4.17	Cálculo do SAM realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	260
4.18	Exemplo de aplicação do cálculo de amortização (SAM) .....	261
4.19	Sistema de amortização variável (SAV) para amortização de uma dívida ...	264
4.20	Cálculo da amortização de uma dívida pelo SAV .....	265
4.21	Cálculo da amortização (SAV) por meio de um quadro .....	265
4.22	Cálculo da amortização (SAV) por itens .....	266
4.23	Cálculo do SAV realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	267
4.24	Exemplo de aplicação do cálculo de amortização (SAV) .....	268
<b>5.</b>	<b>Ambiente inflacionário .....</b>	<b>271</b>
5.1	Considerações sobre a taxa de juros e da correção monetária .....	272
5.2	Cálculo da taxa percentual real .....	272
5.3	Cálculo da taxa percentual real realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	273
5.4	Cálculo da taxa percentual líquida .....	274
5.5	Cálculo da taxa percentual líquida realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	275
5.6	Cálculo da taxa percentual de correção .....	275
5.7	Cálculo da taxa percentual de correção realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	276
5.8	Exemplo de aplicação de taxas de juros mais correção monetária .....	276
5.9	Considerações sobre a indexação .....	277
5.10	Cálculo de índices de correção monetária .....	277
5.11	Cálculo de índices de correção monetária realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	279
5.12	Exemplo de aplicação de formação de um índice financeiro a partir das variações periódicas .....	282

5.13	Considerações sobre a correção de valores.....	284
5.14	Cálculo de um valor corrigido.....	284
5.15	Cálculo de um valor corrigido realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	284
5.16	Exemplo de cálculo de um valor corrigido.....	285
5.17	Considerações sobre os juros mais a correção monetária.....	286
5.18	Cálculo de um valor no futuro acrescido de juros e correção monetária ..	286
5.19	Cálculo de um valor no futuro acrescido de juros e correção monetária realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	287
5.20	Exemplo de cálculo de um valor futuro sujeito à taxa de juros e correção monetária.....	288
5.21	Cálculo de um montante periódico acrescido de juros e correção monetária.....	289
5.22	Cálculo de um montante periódico acrescido de juros e correção monetária realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	290
5.23	Exemplo de cálculo do pagamento de uma determinada parcela sujeito à taxa de juros e correção monetária.....	291
5.24	Amortização da dívida com parcelas corrigidas.....	292
5.25	Cálculo da amortização de uma dívida pelo sistema de pagamentos constantes (SPC) – com parcelas corrigidas.....	292
5.26	Cálculo da amortização de uma dívida pelo sistema de pagamentos constantes (SPC) – com parcelas corrigidas, realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	294
5.27	Exemplo de cálculo da amortização (SPC) de uma dívida com parcelas corrigidas.....	296
5.28	Cálculo da amortização de uma dívida pelo sistema de amortização constante (SAC) – com parcelas corrigidas.....	299
5.29	Cálculo da amortização de uma dívida pelo sistema de amortização constante (SAC) – com parcelas corrigidas, realizado por meio da planilha eletrônica Excel.....	300
5.30	Exemplo de cálculo da amortização (SAC) de uma dívida com parcelas corrigidas.....	302
<b>6.</b>	<b>Os princípios da engenharia econômica aplicados à análise de viabilidade de investimentos.....</b>	<b>305</b>
6.1	Viabilidade de um investimento.....	305
6.2	Valores líquidos em determinados instantes.....	308
6.3	Taxa de expectativa – $i(e)$ .....	308

6.4	Conceito do valor presente líquido (VPL).....	308
6.5	Análise de sensibilidade do VPL .....	310
6.6	Conceito do valor futuro líquido (VFL).....	310
6.7	Equivalência entre VPL e VFL .....	312
6.8	Conceito do valor do montante periódico líquido (VML) .....	312
6.9	Equivalência entre VPL, VFL e VML .....	313
6.10	Conceito da taxa interna de retorno – $i(r)$ .....	314
6.11	Relação entre VPL e $i(r)$ .....	315
6.12	Métodos de avaliação econômica de projetos de investimento .....	315
6.13	Método do valor presente líquido (VPL) .....	316
6.14	Cálculo do VPL.....	317
6.15	Cálculo do VPL, realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	317
6.16	Cálculo do VPL, realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	318
6.17	Cálculo do VPL, realizado por meio de fatores.....	320
6.18	Exemplo de aplicação do cálculo do VPL .....	321
6.19	Método do valor futuro líquido (VFL) .....	323
6.20	Cálculo do VFL.....	324
6.21	Cálculo do VFL realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	325
6.22	Cálculo do VFL realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	326
6.23	Cálculo do VFL realizado por meio de fatores .....	328
6.24	Exemplo de aplicação do cálculo do VFL .....	328
6.25	Método do valor do montante periódico líquido (VML).....	331
6.26	Cálculo do VML .....	332
6.27	Cálculo do VML realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	333
6.28	Cálculo do VML realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	334
6.29	Cálculo do VML realizado por meio de fatores.....	335
6.30	Exemplo de aplicação do cálculo do VML .....	336
6.31	Método da taxa interna de retorno – $i(r)$ .....	339
6.32	Cálculo da $i(r)$ .....	339
6.33	Cálculo da $i(r)$ realizado por meio da calculadora financeira HP 12C .....	340
6.34	Cálculo da $i(r)$ realizado por meio da planilha eletrônica Excel .....	341
6.35	Cálculo da $i(r)$ realizado por meio de fatores .....	342
6.36	Exemplo de aplicação do cálculo da $i(r)$ .....	343
6.37	Método do benefício-custo (B/C) .....	346
6.38	Cálculo da relação benefício-custo (B/C) .....	348
6.39	O cálculo da relação benefício-custo (B/C), realizado por meio da calculadora financeira HP 12C.....	348

6.40 O cálculo da relação benefício-custo (B/C), realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	350
6.41 O cálculo da relação benefício-custo (B/C), realizado por meio de fatores. ....	351
6.42 Exemplo de aplicação do cálculo da relação B/C. ....	351
6.43 Método do tempo de retorno – n. ....	355
6.44 Cálculo do tempo de retorno – n. ....	355
6.45 O cálculo de n – tempo de retorno – realizado por meio da calculadora financeira HP 12C. ....	357
6.46 O cálculo de n – tempo de retorno – realizado por meio da planilha eletrônica Excel. ....	359
6.47 O cálculo de n – tempo de retorno – realizado por meio de fatores. ....	360
6.48 Exemplo de aplicação do cálculo de n – tempo de retorno. ....	361
6.49 Análise de sensibilidade. ....	367
6.50 Primeiro cenário. ....	367
6.51 A análise de sensibilidade realizada por meio da planilha eletrônica Excel. ....	368
6.52 Segundo cenário. ....	369
6.53 Terceiro cenário. ....	370
6.54 Quarto cenário. ....	371
6.55 Quadro de cenários. ....	372
6.56 Outros cenários. ....	372
6.57 Exemplo de aplicação da análise de sensibilidade. ....	373
6.58 O planejamento e a análise de sensibilidade. ....	376
6.59 O planejamento e a análise de sensibilidade realizados por meio da planilha eletrônica Excel. ....	378
6.60 Primeiro cenário. ....	378
6.61 Segundo cenário. ....	379
6.62 Terceiro cenário. ....	380
6.63 Quadro de cenários. ....	381
6.64 Exemplo de aplicação do planejamento e a análise de sensibilidade. ....	382
<b>Referências. ....</b>	<b>393</b>

# CAPÍTULO 1

## Valores financeiros equivalentes

Os cálculos apresentados a seguir, elaborados dentro do sistema de capitalização composto, também conhecido pela matemática financeira como juros compostos, serão distribuídos em três partes, considerando os critérios de pagamento e investimento mais utilizados.

Na primeira parte veremos o cálculo com **pagamento único**, no qual só existem dois valores financeiros equivalentes envolvidos, em duas épocas definidas.

Na segunda parte trataremos dos cálculos com pagamentos ou investimentos executados por meio de **parcelas iguais e periódicas**, equivalentes a um determinado valor no instante presente ou futuro.

Na terceira parte, veremos os cálculos de um valor equivalente no presente ou no futuro com relação a pagamentos ou investimentos executados através de **parcelas desiguais, periódicas ou não**.

Salientamos que todos os cálculos apresentados consideram a mesma taxa percentual de juros para os períodos de capitalização.

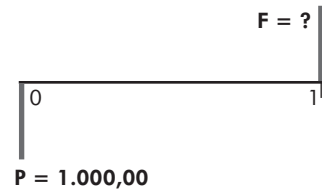
### 1.1 PAGAMENTO ÚNICO

É o pagamento realizado para a quitação de uma dívida ou resgate de um investimento, efetuado de uma só vez.

Esse valor é representado pela quantia inicial acrescida dos juros.

Iniciaremos os cálculos com valores, períodos e taxas que nos deem uma boa visão do conceito a ser assimilado.

- ⇒ investimos **R\$ 1.000,00**
- ⇒ por **um** período
- ⇒ à taxa percentual de juros de **10% a.p.**
- ⇒ quanto receberemos no final do período?

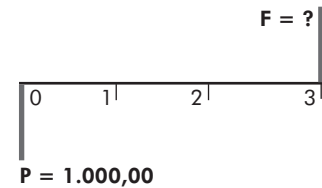


$$J (\text{juros do capital}) = 1.000,00 \times 0,10 \text{ (10\% de 100)} = \text{R\$ } 100,00$$

$$F = P + J = 1.000,00 + 100,00 \Rightarrow F = \text{R\$ } 1.100,00$$

Consideremos agora o prazo para pagamento do empréstimo de três períodos, ou seja:

- ⇒ investimos **R\$ 1.000,00**
- ⇒ por **três** períodos
- ⇒ à taxa percentual de juros de **10% a.p.**
- ⇒ quanto receberemos no final do terceiro período?



Utilizando-se o mesmo procedimento do cálculo anterior, agora para três períodos consecutivos, dentro do sistema de capitalização composto, temos:

$$\text{Final do período 1: } 1.000,00 + 100,00 \text{ (10\% de } 1.000,00) = 1.100,00$$

$$\text{Final do período 2: } 1.100,00 + 110,00 \text{ (10\% de } 1.100,00) = 1.210,00$$

$$\text{Final do período 3: } 1.210,00 + 121,00 \text{ (10\% de } 1.210,00) = 1.331,00$$

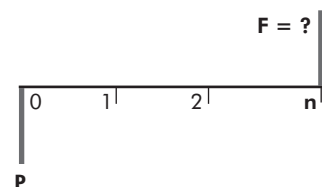
Assim, o valor a receber no final do terceiro período seria de **R\$ 1.331,00**

## 1.2 CÁLCULO DE UM VALOR NO FUTURO, CONHECIDO UM PRESENTE (F/P)

Para facilitar, procuraremos uma fórmula matemática que nos forneça esse tipo de cálculo sem a necessidade de acumularmos valores período a período.

Dentro do mesmo conceito estabelecido nos cálculos já elaborados, temos:

- ⇒ investimos um valor **P**
- ⇒ por **n** períodos de capitalização
- ⇒ à taxa percentual de juros de **i% a.p.**
- ⇒ quanto receberemos no final do **n**ésimo período?



Assim:

Findo o período 1:  $F(1) = P + P i = P(1 + i)$

Findo o período 2:  $F(2) = P(1 + i) + P(1 + i) i = P(1 + i)^2$

Findo o período 3:  $F(3) = P(1 + i)^2 + P(1 + i)^2 i = P(1 + i)^3$

Findo o período 4:  $F(4) = \dots = P(1 + i)^4$

Portanto, para o período n:  $F(n) = \dots = P(1 + i)^n$

Assim, para o cálculo de F em função de P, i, n, temos:

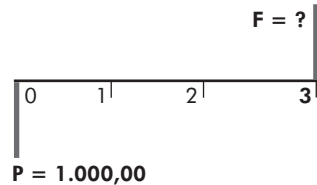
$$F = P(1 + i)^n$$

Aplicando-se essa fórmula desenvolvida para o cálculo anterior:

⇒  $P = \text{R\$ } 1.000,00$

⇒  $i = 10\% \text{ a. p.}$

⇒  $n = 3 \text{ períodos}$



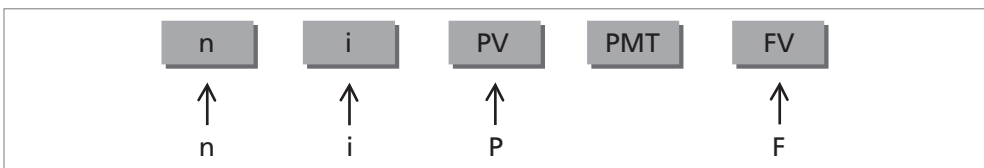
$$F = P(1 + i)^n \Rightarrow F = 1.000,00(1 + 0,10)^3 \Rightarrow F = \text{R\$ } 1.331,00$$

### 1.3 CÁLCULO DE UM VALOR NO FUTURO, CONHECIDO UM PRESENTE (F/P), REALIZADO POR MEIO DA CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C

A calculadora financeira HP 12C, em sua parte superior esquerda, apresenta cinco teclas para a realização de diversos cálculos financeiros, incluindo o F/P:



Conforme nomenclatura aplicada no desenvolvimento matemático desse cálculo, essas teclas representam:

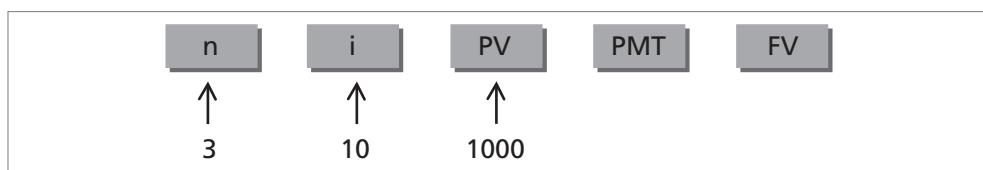


Assim, pode-se utilizá-las para esse cálculo da seguinte forma:

O primeiro passo, sempre aconselhável, é a limpeza das memórias da calculadora, pressionando simultaneamente:

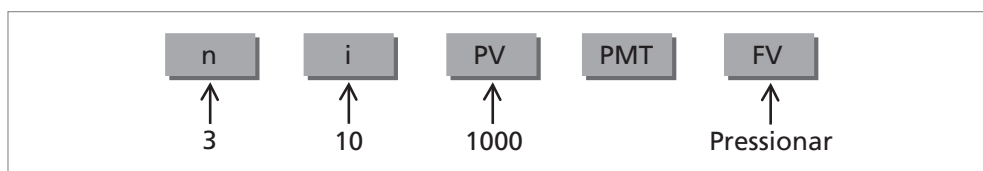


O passo seguinte seriam as informações, em qualquer ordem, dos dados a serem processados. Neste caso, o presente – P, a taxa percentual de juros – i e o número de períodos de capitalização – n:



Para se obter o resultado basta pressionar a tecla **FV**.

Assim, tem-se uma demonstração completa da utilização das teclas para esse cálculo, que também será utilizada como modelo para os demais cálculos que serão desenvolvidos:



Como resultado da operação, obteve-se:  $-1.331,00$ .

Nota-se que o resultado é o mesmo, porém, com sinal negativo.

Isso se deve a uma convenção utilizada pela calculadora financeira HP 12C, representando o fluxo de caixa (entrada e saída do caixa), que opera com sinais contrários.

Evidentemente, se o valor de P for negativo, o resultado será positivo.

Portanto: **F = R\$ 1.331,00**

## 1.4 O CÁLCULO INFORMATIZADO (F/P)

Pelos motivos expostos, preferimos desenvolver nossos cálculos financeiros em planilha eletrônica, utilizando o aplicativo Excel, que nos fornece, além das funções já programadas, a facilidade de se moldar a apresentação do trabalho elaborado.

Assim, estudando as suas funções destinadas aos cálculos pretendidos, notamos que o aplicativo fornece o assistente de função **fx**, no qual se encontram várias categorias.

Dentre essas categorias, escolhemos a financeira, que nos fornece várias funções, cada qual para um cálculo financeiro específico.

Especialmente para o cálculo de um valor equivalente no futuro **F**, como denominado em nossos estudos, o aplicativo oferece a função de nome **VF**, que calcula o valor futuro de um investimento, conhecendo-se, evidentemente, os demais valores envolvidos.

A função **VF** é transcrita da seguinte forma:

$$=VF(\text{taxa};\text{nper};\text{pgto};\text{vp};\text{tipo})$$

Onde:

**VF**: valor no futuro de um investimento;

**taxa**: taxa percentual de juros por período de capitalização;

**nper**: número de períodos de capitalização;

**vp**: valor investido no instante inicial (presente);

**pgto e tipo**: estas funções não se aplicam a esse cálculo.

Analisando essa função, notamos que para o cálculo de **VF** é necessário conhecer-se os valores envolvidos no cálculo, como: **vp**, **taxa** e **nper**.

Na utilização da planilha eletrônica para o cálculo, cada valor envolvido deverá ocupar uma célula, em que o resultado final, evidentemente, ocupará a célula do **VF**, que deverá conter a função estabelecida.

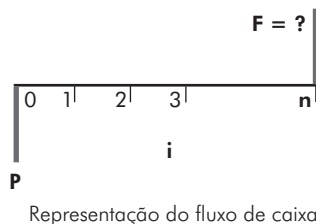
Para a apresentação do cálculo, convém que se tenha uma formatação de tela com boa visualização, com os dados bem definidos, assim como um desenho sintetizando o fluxo do movimento financeiro envolvido, para melhores visualização e compreensão do cálculo efetuado.

Para isso criamos a tela com a formatação que ora apresentamos, usando a nossa nomenclatura inicial, utilizada em nossos cálculos:

**CÁLCULO DE UM VALOR NO FUTURO – F = ?**

em função de P, i, n

**Presente:** P =   
**Taxa percentual:** i =  % a.p.  
**Número de períodos:** n =  períodos  
  
**Futuro:** F =



Bastaria agora definirmos as células que contenham os valores **P**, **i**, **n** e **F** para procedermos os cálculos.

Na planilha de cálculos apresentada no site da editora Blucher: <[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)>, denominamos esse cálculo de **F/P**, e utilizamos as células:

C8 para o valor de P

C10 para o valor de n

C9 para o valor de i

C13 para o valor de F

Assim, para efetuarmos o cálculo pretendido, basta utilizar a função **VF** na célula C13, da seguinte forma:

$$=VF(C9/100;C10;;-C8)$$

Nessa formulação, observar:

Toda fórmula matemática utilizada no Excel deverá iniciar pelo sinal de =.

Na função **VF**, bem como nas demais funções financeiras do Excel, a taxa de juros é trabalhada em décimo de percentual. Portanto, para a comodidade de informarmos a taxa por inteiro, programamos o seu valor dividido por 100.

Os valores **VF** e **VP** (**F** e **P**) são trabalhados com sinais invertidos nessa função. Entramos, então, com o valor negativo na informação do **VP** dentro da mesma, para podermos trabalhar na tela somente com valores positivos.

Os valores intermediários, programados em **VF** e não utilizados (nesse caso, o pgto.), devem figurar entre “;” sem nenhum valor.

Com essa configuração podemos executar qualquer cálculo financeiro, tendo-se como incógnita o **F** (valor equivalente em um instante futuro), em função de **P** (valor existente no instante presente), de **i** (taxa percentual de juros) e de **n** (número de períodos de capitalização).

A formatação utilizada para as células que contêm os valores do dinheiro foi realizada em **R\$** (reais).

Para os dados constantes no 1.1, utilizando-se a planilha F/P do programa anexo, temos:

CÁLCULO DE UM VALOR NO FUTURO – F = ?				em função de P, i, n		F = ?
Presente:	P =	1.000,00				
Taxa percentual:	i =	10	% a.p.			
Número de períodos:	n =	3	períodos			
Futuro:	F =	1.331,00				

Representação do fluxo de caixa

## 1.5 CÁLCULO REALIZADO POR MEIO DE FATORES (F/P)

O procedimento de cálculo financeiro por meio de tabelas com fatores específicos vem facilitar os cálculos para aqueles que não têm à disposição um meio mais eficaz e rápido.

Transforma-se, então, a parte da fórmula que contém a exponencial em fatores, que bem distribuídos auxiliam os cálculos.

Vejamos os procedimentos para esse cálculo:

Da fórmula  $F = P(1 + i)^n$ , transformemos em fator a expressão  $(1 + i)^n$

Como essa expressão é utilizada para o cálculo do valor no futuro (F), em função do presente (P), conhecidos a taxa percentual de juros (i) e o número de períodos de capitalização (n), utilizaremos a seguinte nomenclatura:

$$(1 + i)^n = (F/P, i, n)$$

Portanto, tem-se:

$$F = P(F/P, i, n)$$

Seria interessante ter uma tabela que contivesse vários fatores aplicáveis aos cálculos. Para construí-la, é necessário trabalhar com a expressão  $(1 + i)^n$ , observando-se as duas variáveis.

Para uma primeira tabela, optou-se por fixar o **i** em um determinado valor (1%) e variar o **n**. Assim, tem-se  $(1 + 0,01)^n$ , que será traduzido na tabela dos 1% ao período, com os fatores:

Para n = 1	→	fator = 1,01
Para n = 2	→	fator = 1,0201
Para n = 12	→	fator = 1,126825

Para se construir a tabela para  $i = 2\%$ , valendo-se dos mesmos procedimentos, tem-se:

Para $n = 1$	→	fator = 1,02
Para $n = 2$	→	fator = 1,0404
Para $n = 12$	→	fator = 1,268242

Para as demais tabelas, seguir os procedimentos acima.

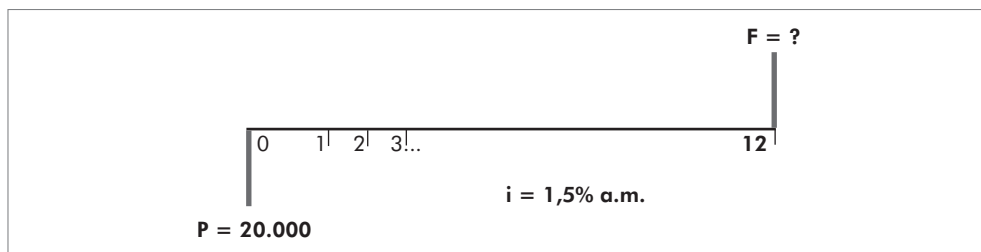
No site da editora Blucher: <[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)> encontra-se a “Tabela financeira” desenvolvida com o auxílio da planilha eletrônica Excel, onde os fatores referentes a 10% ao período poderão ser consultados.

$$F = 1.000 (F/P, 10\%, 3) \Rightarrow F = 1.000 \times 1,331000 \Rightarrow \mathbf{F = R\$ 1.331,00}$$

## 1.6 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO CÁLCULO DE F EM FUNÇÃO DE P (F/P)

Um investimento de R\$ 20.000,00 foi realizado em uma instituição financeira, com a condição de se resgatar o valor investido de uma só vez, no prazo de um ano. Sendo o negócio feito à taxa percentual de juros de 1,5% a.m. (ao mês), qual o valor do resgate?

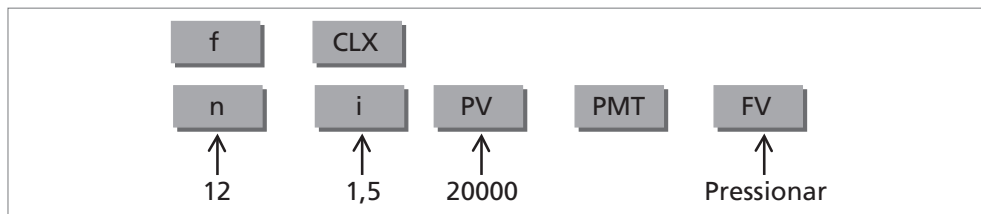
### 1.6.1 Fluxo de caixa gráfico



### 1.6.2 O cálculo pela fórmula

$$F = P (1 + i)^n \Rightarrow F = 20.000,00 (1 + 0,015)^{12} \Rightarrow \mathbf{F = R\$ 23.912,36}$$

### 1.6.3 O cálculo por meio da calculadora financeira HP 12C



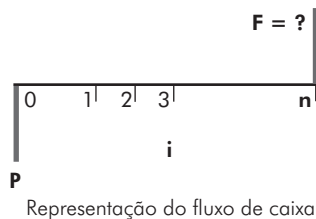
$$\text{FV: } -23.912,36 \Rightarrow \mathbf{F = R\$ 23.912,36}$$

### 1.6.4 O cálculo informatizado

#### CÁLCULO DE UM VALOR NO FUTURO – F = ?

em função de P, i, n

Presente:	P =	R\$ 20.000,00	
Taxa percentual:	i =	1,5	% a.p.
Número de períodos:	n =	12	períodos
Futuro:	F =	R\$ 23.912,36	



Da planilha financeira do programa anexo no site da editora Blucher: <[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)> utilizamos o cálculo F/P.

### 1.6.5 O cálculo por meio de fatores

Com o auxílio da tabela de fatores (site da editora Blucher: <[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)> – taxa de 1,5%), temos:

$$F = 20.000 (F/P, 1,5\%, 12) \Rightarrow F = 20.000 \times 1,195618 \Rightarrow \mathbf{F = R\$ 23.912,36}$$

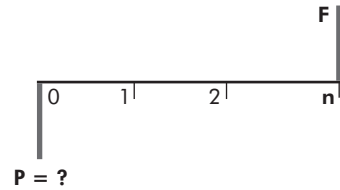
## 1.7 CÁLCULO DE UM VALOR NO PRESENTE, CONHECIDO UM FUTURO (P/F)

O cálculo do valor equivalente no instante inicial (P), conhecidos o número de períodos de capitalização (n), a taxa percentual de juros (i) e o valor no final dos períodos (F), pode ser executado aplicando-se os conceitos estabelecidos no 1.2, caminhando-se agora com o valor conhecido no futuro, para o instante inicial, obviamente descontando-se a taxa percentual de juros a cada período de capitalização.

Seria o cálculo inverso ao aplicado no 1.2 (F/P).

Assim, podemos sintetizar da seguinte forma:

- ⇒ para se obter um determinado valor **F**
- ⇒ após **n** períodos de capitalização
- ⇒ à taxa percentual de juros de **i% a.p.**
- ⇒ quanto investiríamos no instante inicial?

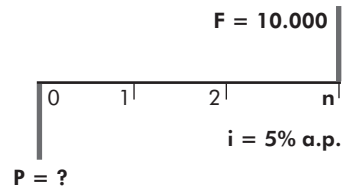


Do 1.2, temos:  $F = P(1 + i)^n \Rightarrow$

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

Supomos os seguintes valores financeiros envolvidos:

- ⇒ para se ter **R\$ 10.000,00**
- ⇒ daqui a **4** períodos de capitalização
- ⇒ à taxa percentual de juros de **5% a.p.**
- ⇒ quanto investiríamos no instante inicial?



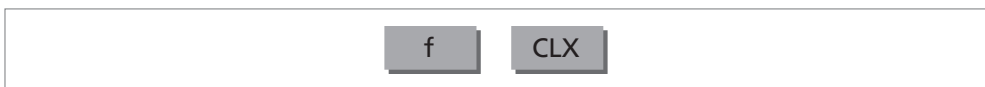
Aplicando-se a fórmula do correspondente temos:

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} \Rightarrow P = \frac{10.000,00}{(1+0,05)^4} \Rightarrow P = \mathbf{R\$ 8.227,02}$$

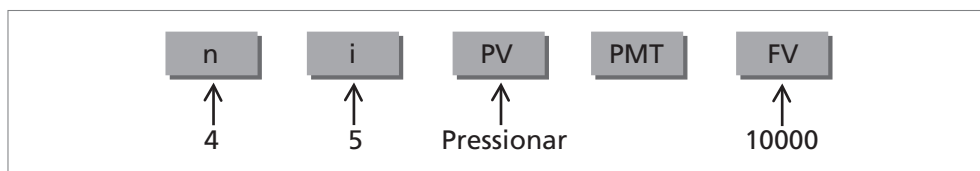
## 1.8 CÁLCULO DE UM VALOR NO PRESENTE, CONHECIDO UM FUTURO (P/F), REALIZADO POR MEIO DA CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C

Valendo-se dos mesmos procedimentos utilizados no item 1.3, no qual foi calculado o valor no futuro conhecidos um presente, a taxa de juros e o número de períodos de capitalização (F/P), calculemos agora um valor no presente conhecidos um futuro, a taxa de juros e o número de períodos de capitalização (P/F).

Primeiro limpam-se as memórias da calculadora:



Em seguida, informam-se os dados em qualquer ordem e pressiona-se a tecla PV:



Como resultado da operação, obteve-se: -8.227,02.

Portanto: **P = R\$ 8.227,02**

## 1.9 O CÁLCULO INFORMATIZADO (P/F)

Para informatizarmos o (P/F), adotaremos os mesmos procedimentos considerados para informatização do 1.4 (F/P), que também servirá como base de orientação para os cálculos seguintes.

No programa anexo (site da editora Blucher: <[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)>), apresentamos esse cálculo com a denominação **P/F**, e uma formatação de tela semelhante à do cálculo anterior, onde utilizamos as células:

**C8** para o valor de **F**

**C10** para o valor de **n**

**C9** para o valor de **i**

**C13** para o valor de **P**

A função que calcula o valor no instante inicial de um investimento, conhecendo-se, evidentemente, os demais valores envolvidos, é denominada no Excel por **VP** e acessada por meio do assistente de função **fx**, na categoria **financeira**.

A função VP é transcrita da seguinte forma:

$$=VP(\text{taxa};\text{nper};\text{pgto};\text{vf};\text{tipo})$$

Onde:

**VP**: valor no presente de um investimento;

**taxa**: taxa percentual de juros por período de capitalização;

**nper**: número de períodos de capitalização;

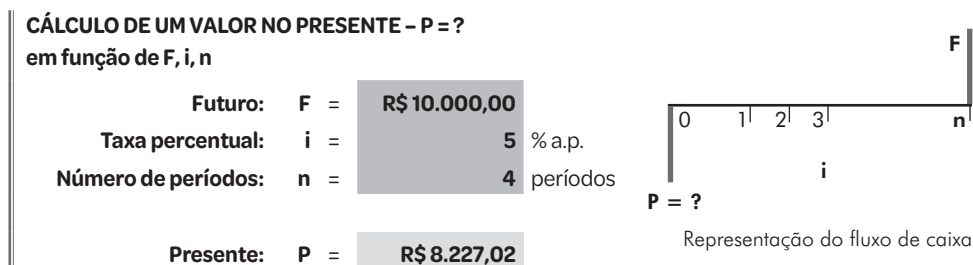
**vf**: valor conhecido no instante final (futuro);

**pgto e tipo**: estas funções não se aplicam a esse cálculo.

Assim, para efetuarmos o cálculo pretendido, basta utilizar a função **VP** na célula **C13**, da seguinte forma:

$$=VP(C9/100;C10;;-C8)$$

Para os dados constantes no 1.7, utilizando-se a planilha **P/F** do programa anexo (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>), temos:



### 1.10 CÁLCULO DE UM PRESENTE, CONHECIDO UM FUTURO (P/F), REALIZADO POR MEIO DE FATORES

Valendo-se dos mesmos procedimentos utilizados no item 1.5 para cálculo por meio de fatores, calculemos agora um valor no presente conhecidos um futuro, a taxa de juros e o número de períodos de capitalização (P/F).

$$\text{Da fórmula, } P = F = \frac{1}{(1+i)^n},$$

transformemos em fator a expressão  $\frac{1}{(1+i)^n}$ .

$$\frac{1}{(1+i)^n} = (P/F, i, n)$$

Portanto, tem-se:

$$P = F(P/F, i, n)$$

Para se construir a tabela para este cálculo (P/F), seguem-se os mesmos procedimentos dos cálculos anteriores realizados para a criação de tabela de fatores.

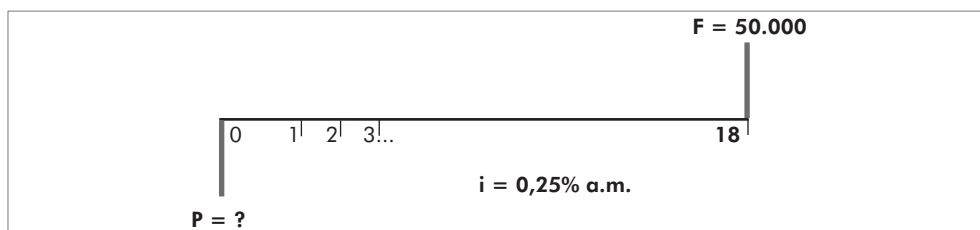
Assim, para o cálculo em questão (ver tabela de fatores no site da editora Blucher: <[www.blucher.com.br](http://www.blucher.com.br)>), temos:

$$P = 10.000 (P/F, 5\%, 4) \Rightarrow P = 10.000 \times 0,822702 \Rightarrow P = \mathbf{R\$ 8.227,02}$$

### 1.11 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO CÁLCULO DE P EM FUNÇÃO DE F (P/F)

Uma empresa necessitando de um reforço financeiro em seu caixa recorreu a um banco comercial, solicitando um empréstimo para pagamento em 18 dias, tempo em que a empresa teria um recebimento futuro. A taxa de juros acertada para o empréstimo foi de 0,25% a.d. (ao dia). Sabendo-se que o valor a receber da empresa é de R\$ 50.000,00 e que ela terá essa quantia dentro de 18 dias, qual valor o banco poderá emprestar no instante da negociação, considerando a capacidade de pagamento da empresa?

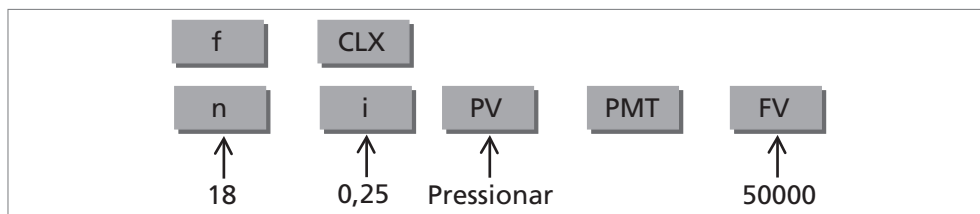
#### 1.11.1 Fluxo de caixa gráfico



#### 1.11.2 O cálculo pela fórmula

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} \Rightarrow P = \frac{50.000,00}{(1+0,0025)^{18}} \Rightarrow P = \mathbf{R\$ 47.802,56}$$

#### 1.11.3 O cálculo por meio da calculadora financeira HP 12C



$$PV: -47.802,56 \Rightarrow F = \mathbf{R\$ 47.802,56}$$

### 1.11.4 O cálculo informatizado

**CÁLCULO DE UM VALOR NO PRESENTE - P = ?**  
em função de F, i, n

Futuro:	F =	R\$ 50.000,00
Taxa percentual:	i =	0,25 % a.p.
Número de períodos:	n =	18 períodos
Presente:	P =	R\$ 47.802,56

Representação do fluxo de caixa

Da planilha financeira do programa anexo (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>, utilizando o cálculo P/F.

### 1.11.5 O cálculo por meio de fatores

Com o auxílio da tabela de fatores (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>) (taxa de 0,25%), temos:

$$P = 50.000 (P/F, 0,25\%, 18) \Rightarrow P = 50.000 \times 0,956051 \Rightarrow P = \text{R\$ } 47.802,56$$

## 1.12 MONTANTE PERIÓDICO

O pagamento de uma dívida contraída ou de um bem adquirido é efetuado, com certa frequência, por parcelas sucessivas e em datas previamente estipuladas.

Na prática financeira esse tipo de pagamento se realiza através de parcelas iguais, com intervalos entre cada dois pagamentos também iguais, que denominamos **montante periódico**, e com uma única taxa percentual de juros incidindo ao longo dos períodos de capitalização.

Assim, trataremos nossos cálculos referentes a essa forma de pagamento, ou de investimento, dentro dessas considerações, e denominaremos **M** o valor da parcela.

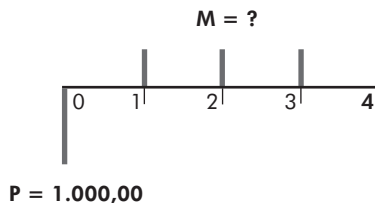
A incidência dos valores financeiros sobre os respectivos períodos de capitalização normalmente se dá no final de cada período; no entanto, há situações em que ela acontece no início.

Inicialmente, trataremos dos cálculos financeiros com os valores incidindo no final de cada período de capitalização; mais adiante, estudaremos a outra situação.

### 1.13 MONTANTE PERIÓDICO INCIDINDO NOS FINAIS DE CADA PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO

Iniciaremos esse estudo pela simulação de um pagamento em parcelas iguais e sucessivas, ocorrendo nos instantes finais de cada período de capitalização de um empréstimo realizado em dinheiro.

- ⇒ empréstimo de **R\$ 1.000,00**
- ⇒ para pagamento em **4** parcelas iguais
- ⇒ à taxa percentual de juros de **4% a.p.**
- ⇒ qual o valor de cada parcela a pagar?



Para quitar a dívida é preciso que a somatória dos valores de  $M$  seja equivalente a **R\$ 1.000,00** no instante inicial; equivalência esta, neste caso, calculada a **4% a.p.** Para tanto, bastaria trazer cada valor de  $M$  ao instante presente, aplicando-se a cada parcela o 1.7 ( $P/F$ ).

$$1.000,00 = \frac{M}{(1+0,04)} + \frac{M}{(1+0,04)^2} + \frac{M}{(1+0,04)^3} + \frac{M}{(1+0,04)^4}$$

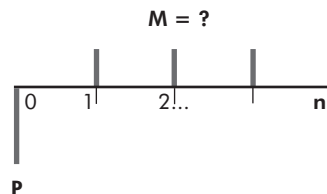
Resolvendo a equação, temos:  **$M = \text{R\$ } 275,49$**

### 1.14 CÁLCULO DE UM MONTANTE PERIÓDICO, CONHECIDO UM PRESENTE (M/P)

Para facilitar, procuraremos uma fórmula matemática que nos forneça esse tipo de cálculo, sem a necessidade de levarmos valor a valor para o instante inicial.

Dentro do mesmo conceito estabelecido nos cálculos já elaborados, temos:

- ⇒ empréstimo de um valor  **$P$**
- ⇒ para pagamento em  **$n$**  parcelas iguais
- ⇒ à taxa percentual de juros de  **$i\%$  a.p.**
- ⇒ qual o valor de cada parcela a pagar ( **$M$** )?



$$P = \frac{M}{(1+i)} + \frac{M}{(1+i)^2} + \frac{M}{(1+i)^3} + \dots + \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$P = M \left[ \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$P = M \times S_n$$

$S_n$  = somatória dos termos de uma progressão geométrica (**P.G.**)

Trabalhando-se a somatória da P.G. acima, na qual:

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}, \quad a_1 = \frac{1}{(1+i)}, \quad a_n = \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{e} \quad q = \frac{1}{(1+i)}$$

sendo:  $a_1$  = primeiro termo;  $a_n$  = enésimo termo;  $q$  = razão, temos:

$$S_n = \frac{\frac{1}{(1+i)^n} \times \frac{1}{(1+i)} - \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{(1+i)} - 1} = \frac{\frac{1}{(1+i)^n \times (1+i)} - \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{(1+i)} - 1}$$

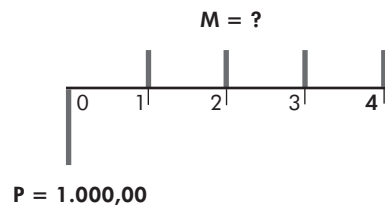
$$S_n = \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n \times (1+i)}}{\frac{1 - (1+i)}{(1+i)}} = \frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n \times (1+i)} \times \frac{(1+i)}{-i} = \frac{1 - (1+i)^n}{-i \times (1+i)^n}$$

$$S_n = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \times i} \Rightarrow P = M \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \times i}$$

Portanto,  $M = P \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$

Aplicando-se esta fórmula desenvolvida para o cálculo anterior, temos:

- ⇒  $P = \text{R\$ } 1.000,00$
- ⇒  $n = 4$  períodos
- ⇒  $i = 4\% \text{ a.p.}$
- ⇒ qual o valor de cada parcela igual a pagar?



$$M = P \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow M = 1.000,00 \frac{(1+0,04)^4 \times 0,04}{(1+0,04)^4 - 1} \Rightarrow M = \text{R\$ } 275,49$$

### 1.15 CÁLCULO DE UM MONTANTE PERIÓDICO, CONHECIDO UM VALOR NO PRESENTE (M/P), REALIZADO POR MEIO DA CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C

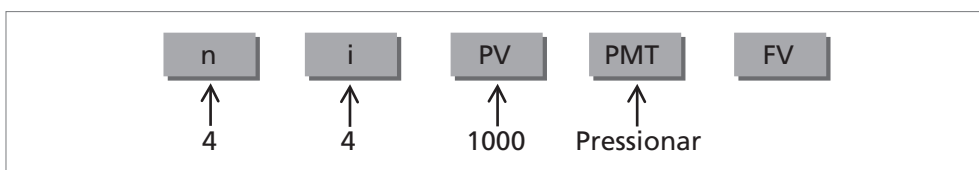
Valendo-se dos mesmos procedimentos utilizados nos itens anteriores para cálculos, por meio da calculadora financeira HP 12C, calculemos agora um montante

periódico conhecidos um presente, a taxa de juros e o número de períodos de capitalização (M/P).

Primeiro limpam-se as memórias da calculadora:



Em seguida, informam-se os dados em qualquer ordem e pressiona-se a tecla PMT, que é a tecla utilizada para a função do montante periódico:



Como resultado da operação, obteve-se: -275,49

Portanto:  $M = \text{R\$ } 275,49$

### 1.16 O CÁLCULO INFORMATIZADO (M/P)

Para informatizarmos o (M/P), adotaremos os mesmos procedimentos considerados para a informatização dos cálculos anteriores.

No programa anexo (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>), apresentamos esse cálculo com a denominação M/P, e uma formatação de tela semelhante à dos cálculos anteriores, quando utilizamos as células:

**C8** para o valor de **P**

**C10** para o valor de **n**

**C9** para o valor de **i**

**C13** para o valor de **M**

A função que calcula o valor do montante periódico, conhecendo-se, evidentemente, os demais valores envolvidos, é denominada, no Excel, de **PGTO** e também acessada pelo assistente de função **fx**, na categoria **financeira**.

A função PGTO é transcrita da seguinte forma:

$$=\text{PGTO}(\text{taxa};\text{nper};\text{vp};\text{vf};\text{tipo})$$

Onde:

**PGTO**: calcula o montante periódico de um pagamento ou investimento;

**taxa:** taxa percentual de juros por período de capitalização;

**nper:** número de períodos de capitalização;

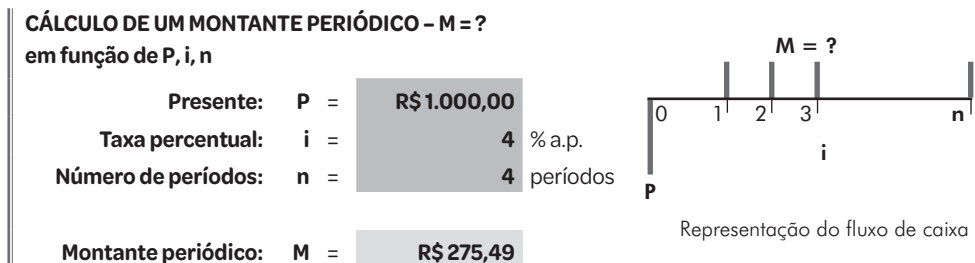
**VP:** valor no presente de um investimento;

**VF e tipo:** estas funções não se aplicam a esse cálculo.

Assim, para efetuarmos o cálculo pretendido, basta utilizar a função **PGTO** na célula **C13**, da seguinte forma:

$$=PGTO(C9/100;C10;-C8)$$

Para os dados constantes no **1.14** utilizando-se a planilha **M/P** do programa anexo, temos:



### 1.17 CÁLCULO DE UM MONTANTE PERIÓDICO, CONHECIDO UM PRESENTE (M/P), REALIZADO POR MEIO DE FATORES

Valendo-se dos mesmos procedimentos utilizados nos itens anteriores para cálculos por meio de fatores, calculemos agora um montante periódico conhecidos um presente, a taxa de juros e o número de períodos de capitalização (M/P).

Da fórmula,  $M = P \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$ ,

transformemos em fator a expressão  $\frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1}$

$$\frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} = (M/P, i, n)$$

Portanto, tem-se:  $M = P(M/P, i, n)$

Para se construir a tabela para esse cálculo (M/P), seguem-se os mesmos procedimentos dos cálculos anteriores realizados para criação de tabela de fatores.

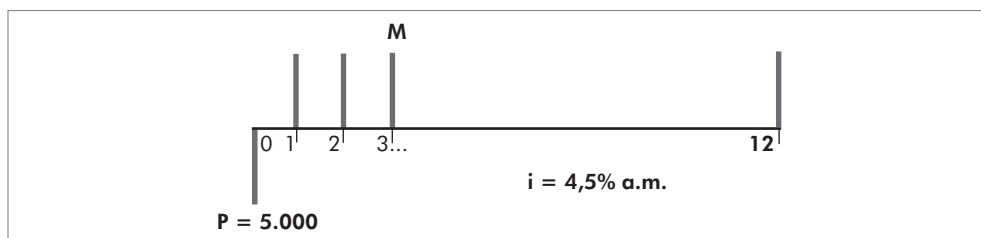
Assim, para o cálculo em questão (ver tabela de fatores anexa no site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>), temos:

$$M = 1.000 (M/P, 4\%, 4) \Rightarrow M = 1.000 \times 0,275490 \Rightarrow M = \mathbf{R\$ 275,49}$$

### 1.18 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO CÁLCULO DE M EM FUNÇÃO DE P (M/P)

Uma instituição bancária realizou um empréstimo no valor de R\$ 5.000,00 e acertou com o cliente o pagamento em 12 parcelas mensais, iguais e consecutivas, iniciando-se a série um mês após o recebimento do dinheiro. Sabendo-se que o empréstimo foi negociado à taxa percentual de juros de 4,5% a.m., qual o valor de cada parcela para quitar dívida?

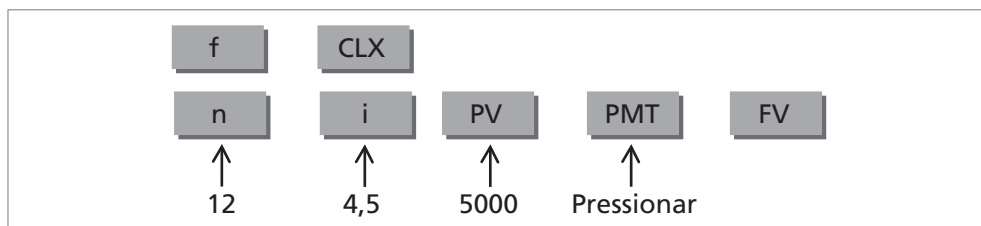
#### 1.18.1 Fluxo de caixa gráfico



#### 1.18.2 O cálculo pela fórmula

$$M = P \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow M = 5.000,00 \frac{(1+0,045)^{12} \times 0,045}{(1+0,045)^{12} - 1} \Rightarrow M = \mathbf{R\$ 548,33}$$

#### 1.18.3 O cálculo por meio da calculadora financeira HP 12C



$$PV: -548,33 \Rightarrow F = \mathbf{R\$ 548,33}$$

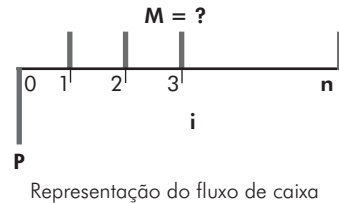
### 1.18.4 O cálculo informatizado

Da planilha financeira do programa anexo (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>), utilizamos o cálculo **M/P**:

#### CÁLCULO DE UM MONTANTE PERIÓDICO - $M = ?$

em função de  $P, i, n$

Presente:	$P =$	R\$ 5.000,00
Taxa percentual:	$i =$	4,5 % a.p.
Número de períodos:	$n =$	12 períodos
Montante periódico:	$M =$	R\$ 548,33



### 1.18.5 O cálculo por meio de fatores

Com o auxílio da tabela de fatores encontrada no site da editora Blucher: <www.blucher.com.br> (taxa de 4,5%), temos:

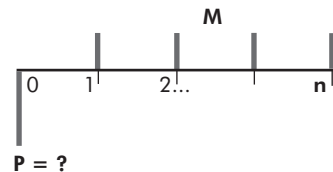
$$M = 5.000 (M/P, 4,5\%, 12) \Rightarrow M = 5.000 \times 0,109666 \Rightarrow M = \text{R\$ } 548,33$$

## 1.19 CÁLCULO DE UM VALOR NO PRESENTE, CONHECIDO UM MONTANTE PERIÓDICO (P/M)

O cálculo do valor equivalente no instante inicial (**P**), conhecidos o número de períodos de capitalização (**n**), a taxa percentual de juros (**i**) e o valor do montante periódico (**M**), pode ser executado aplicando-se os conceitos estabelecidos no 1.14 (**M/P**).

Como se pode notar, esse cálculo é o inverso do anterior. Assim, sintetizamos:

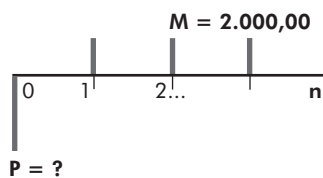
- ⇒ conhecido o montante periódico **M**
- ⇒ com pagamento em **n** períodos
- ⇒ à taxa percentual de juros de **i% a.p.**
- ⇒ qual o valor equivalente no instante inicial (**P**)?



$$\text{Do 1.14: } M = P \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow P = M \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \times i}$$

Supomos os seguintes valores financeiros envolvidos:

- ⇒ conhecido o montante periódico no valor de R\$ 2.000,00 (M)
- ⇒ com pagamento em 24 períodos (n)
- ⇒ à taxa percentual de juros de 2% a.p. (i)
- ⇒ qual o valor equivalente no instante inicial (P)?



$$P = M \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \times i} \Rightarrow P = 2.000,00 \frac{(1+0,02)^{24} - 1}{(1+0,02)^{24} \times 0,02} \Rightarrow \mathbf{P = R\$ 37.827,85}$$

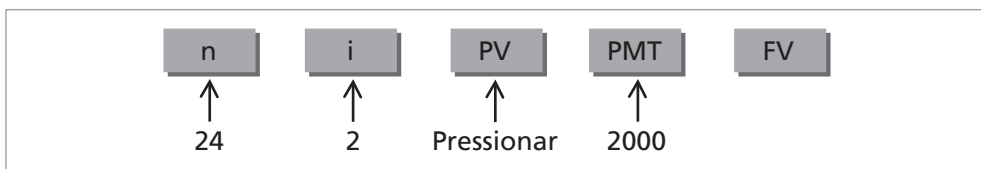
## 1.20 CÁLCULO DE UM PRESENTE, CONHECIDO UM VALOR NO MONTANTE PERIÓDICO (P/M), REALIZADO POR MEIO DA CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C

Valendo-se dos mesmos procedimentos utilizados nos itens anteriores para cálculos por meio da calculadora financeira HP 12C, calculemos agora um presente conhecido um montante periódico, a taxa de juros e o número de períodos de capitalização (P/M).

Primeiro limpam-se as memórias da calculadora:



Em seguida, informam-se os dados em qualquer ordem e pressiona-se a tecla PV, que é a tecla utilizada para a função do presente:



Como resultado da operação, obteve-se: -37.827,85.

Portanto: **P = R\$ 37.827,85**

## 1.21 O CÁLCULO INFORMATIZADO (P/M)

Para informatizarmos o 1.19 (P/M), adotaremos os mesmos procedimentos considerados para a informatização dos cálculos anteriores.

No programa anexo (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>) apresentamos esse cálculo com a denominação **P/M**, e uma formatação de tela semelhante à dos cálculos anteriores, quando utilizamos as células:

**C8** para o valor de **M**

**C10** para o valor de **n**

**C9** para o valor de **i**

**C13** para o valor de **P**

A função que calcula o valor no instante inicial, ou seja, no presente, conhecendo-se, evidentemente, os demais valores envolvidos, é denominada **VP** no Excel, conforme estudamos, e acessada pelo assistente de função **fx**, na categoria **financeira**.

A função VP é transcrita da seguinte forma:

$$=VP(\text{taxa};\text{nper};\text{pgto};\text{vf};\text{tipo})$$

Onde:

**VP**: valor no presente de um investimento;

**pgto**: montante periódico de um pagamento ou investimento;

**taxa**: taxa percentual de juros por período de capitalização;

**nper**: número de períodos de capitalização;

**Vf e tipo**: estas funções não se aplicam a esse cálculo.

Assim, para efetuarmos o cálculo pretendido, basta utilizar a função **VP** na célula **C13**, da seguinte forma:

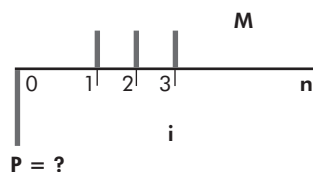
$$=VP(C9/100;C10;-C8)$$

Para os dados constantes no 1.19 utilizando-se a planilha **P/M** do programa anexo (site da editora Blucher: <www.blucher.com.br>), temos:

### CÁLCULO DE UM VALOR NO PRESENTE - P = ?

em função de M, i, n

Montante periódico:	M =	R\$ 2.000,00
Taxa percentual:	i =	2 % a.p.
Número de períodos:	n =	24 períodos
Presente:	P =	R\$ 37.827,85



**Este livro enfatiza a aplicação da Matemática Financeira, especialmente voltada ao sistema de capitalização composto e à análise de viabilidade econômica de investimentos, com base nos princípios da Engenharia Econômica. Além do desenvolvimento conceitual e matemático, são apresentados em todos os assuntos cálculos pela HP 12C, pelo Excel (planilha personalizada) e por tabelas financeiras.**

Os conceitos, os cálculos e as análises, com o desenvolvimento de formas diferentes foram traduzidos com a intenção de oferecer o conteúdo de maneira clara e direta e, sobretudo, de mostrar caminhos rápidos e eficientes. O ponto principal a ser considerado neste livro foi a abertura para a compreensão do desenvolvimento dos conceitos e suas aplicações, desde os assuntos voltados a questões financeiras utilizadas no dia a dia até a análise da viabilidade de um projeto de investimentos dentro dos princípios da Engenharia Econômica.

Esta nova edição, atualizada e ampliada, contempla novos capítulos com usos da Engenharia Econômica em investimentos e aplicações monetárias que proporcionam retorno, como os métodos do benefício-custo (B/C), do tempo de retorno (n) e da análise de sensibilidade com criação de cenários, fornecendo ao gestor condições para análises diferenciadas que podem levar a uma tomada de decisão mais segura.

Destina-se a estudantes e profissionais das mais diversas áreas que tenham interesse no aprendizado e na aplicação da Matemática Financeira, especialmente voltada para o sistema de capitalização composto e para a análise de viabilidade econômica de investimentos, com base nos princípios da Engenharia Econômica.





Clique aqui e:

[VEJA NA LOJA](#)

## Matemática financeira e engenharia econômica

### Princípios e aplicações

---

Luiz Roberto Vannucci

ISBN: 9788521227724

Páginas: 394

Formato: 17 x 24 cm

Ano de Publicação: 2026

---