OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE ENGENHARIA

REYOLANDO M. L. R. F. BRASIL
MARCELO ARAUJO DA SILVA

Blucher

Reyolando M. L. R. F. Brasil
Marcelo Araujo da Silva

OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS DE ENGENHARIA

Otimização de projetos de engenharia

Editora Edgard Blücher Ltda.

Imagem da capa: Marcelo Araujo da Silva

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil
Tel.: 55 11 3078-5366
contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Angélica Ilacqua CRB-8/7057

Brasil, Reyolando M.L.R.F.

Otimização de projetos de engenharia / Reyolando M.L.R.F. Brasil, Marcelo Araujo da Silva. – São Paulo : Blucher, 2019.

174 p. : il.

Bibliografia

ISBN 978-85-212-1355-0 (impresso)

ISBN 978-85-212-1356-7 (e-book)

1. Engenharia – Administração de projetos 2. Cálculo diferencial 3. Programação linear I. Título II. Silva, Marcelo Araujo da

18-1457 CDD 620

Índice para catálogo sistemático:

1. Engenharia

CONTEÚDO

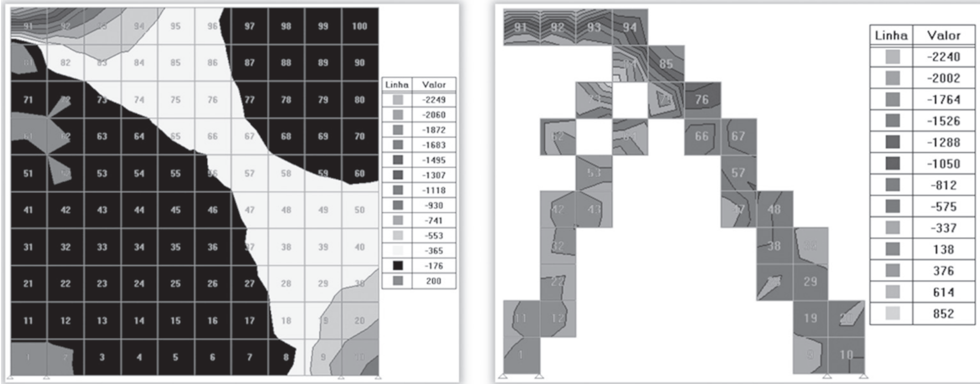
CAPÍTULO 1
Ideias fundamentais

1.1 INTRODUÇÃO

Otimização é o processo de se determinar entre várias opções de um objeto aquela que é a melhor possível dentro de certos critérios de escolha e limitações, com os recursos disponíveis. No projeto de um empreendimento, o tempo todo, procura-se o melhor desempenho nas suas diversas disciplinas: análise, projeto, fabricação, vendas, pesquisa, desenvolvimento etc. Essa é praticamente a definição de *projeto ótimo*.

O processo de projeto tradicional é baseado na análise de diversas soluções e na viabilidade de sua execução. Nesse processo não existe uma maneira formal de aprimorar um dado projeto e o projetista pode melhorá-lo baseado em sua intuição e experiência. Com uma determinada solução em mãos, uma decisão precisa ser tomada: aceitar o projeto como final ou refiná-lo. Observa-se então que esse método depende fortemente da intuição, experiência e habilidade do projetista.

Por outro lado, o processo de projeto ótimo é mais estruturado. Nessa abordagem, primeiramente as variáveis de projeto são identificadas. A função objetivo, aquela que mede o mérito relativo de uma solução, e as funções restrições de projeto, dadas pelas limitações existentes, devem ser definidas em função das variáveis de projeto. Uma vez definidas essas grandezas, um método de otimização apropriado pode ser utilizado para aperfeiçoar um projeto inicialmente estimado. O projetista ainda precisa adotar um projeto inicial, mas o aprimoramento do projeto agora não depende apenas de sua experiência, e sim de um algoritmo de otimização. Como resultado, o processo de projeto ótimo pode conduzir a soluções seguras e mais econômicas e, ainda, em um tempo relativamente curto, com a utilização de um processo computadorizado.



(a) (b)

Figura 1.1 Exemplo de otimização de forma de chapa metálica submetida a carga concentrada.

Considere-se o exemplo mostrado na Figura 1.1, em que uma chapa metálica que está submetida a um carregamento específico (uma carga horizontal concentrada, aplicada em sua extremidade superior esquerda) apresenta a forma inicial quadrada, conforme mostrada na Figura 1.1(a). Nessa figura, também é mostrada a distribuição de tensões em kgf/cm^2 no projeto inicial. Após a aplicação de um método de otimização, desenvolvido pelos autores, o projeto final apresenta-se conforme mostrado na Figura 1.1(b). Observe que uma boa parte da massa da placa, onde as tensões eram baixas no caso (a), marcadas com cor preta, foi eliminada do domínio da placa no processo de otimização. Nesse caso o processo de otimização reduziu a massa da placa em mais de 50%, produzindo uma redução significativa na quantidade de material utilizado para a fabricação da placa.

Em termos matemáticos, a otimização trata de encontrar valores extremos (máximos ou mínimos) de uma função (a função objetivo) que depende de uma ou mais variáveis de projeto, sujeitas às restrições de igualdade ou de desigualdade. Trata-se de um campo de conhecimento e de pesquisa extremamente vasto, aplicado a todas as áreas das engenharias, das ciências em geral, da logística etc. Na administração de empresas ela é às vezes renomeada de pesquisa operacional.

1.2 ELEMENTOS DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

1.2.1 VARIÁVEIS DE PROJETO

As variáveis de projeto são um grupo de funções em que cada uma expressa o valor (variável durante o processo de otimização) de um determinado parâmetro de um dado projeto. Cada variável de projeto é independente das demais, podendo assumir um determinado valor em um dado domínio contínuo, ou contínuo por partes, ou discreto. Uma viga de seção retangular, feita de certo material, destinada a vencer um certo vão e suportando certa carga, tem duas variáveis de projeto: a largura e a altura de sua seção. O vetor das variáveis de projeto será denotado aqui pelo vetor x. No caso em questão o vetor pode ser escrito como $\mathbf{x} = [bw \quad h\,]^T$, como mostrado na Figura 1.2. O problema de otimização pode ser definido como encontrar valores adequados de b_w e h, tal que a viga suporte o carregamento sem ruptura, deslocamentos excessivos ou fissuras que prejudiquem seu desempenho a longo prazo.

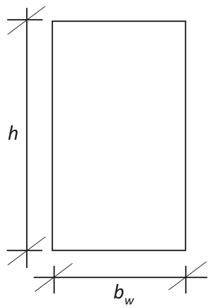


Figura 1.2 Viga de seção transversal retangular.

O projeto da lata de refrigerante cilíndrica da Figura 1.3, dado o volume desejado e a pressão de envase, tem três variáveis de projeto: seu diâmetro, sua altura e a espessura da chapa metálica. O vetor das variáveis de projeto neste caso é $\mathbf{x} = [D \quad h \quad e]^T$. Dependendo da formulação, outras variáveis de projeto podem ser adotadas, como espessuras diferentes para a lateral e_l, para o topo e_t, e para a base e_b. Com isso, ter-se-ia $\mathbf{x} = [D \quad h \quad e_l \quad e_t \quad e_b]^T$. Assim, existem diversas formulações para um mesmo problema.

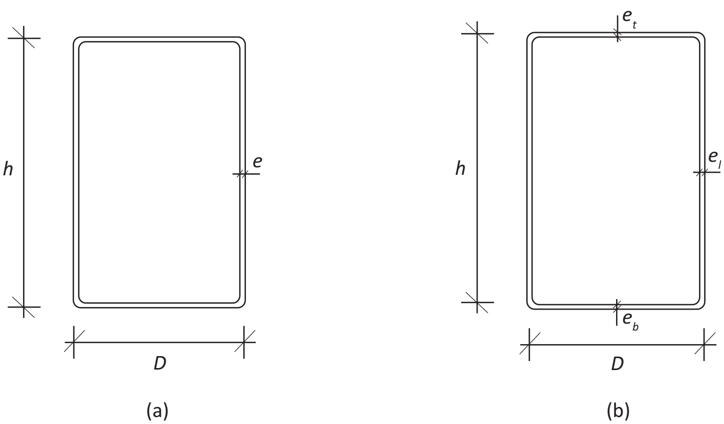


Figura 1.3 Seção de uma lata de refrigerante mostrando as variáveis de projeto.

As variáveis de projeto podem ser relacionadas com materiais, topologia, configuração, capacidade de componentes etc. Variáveis de projeto relacionadas com materiais são usadas na seleção do tipo de material adotado: aço, concreto, polímeros etc.

Elas são variáveis discretas que representam as propriedades físicas e mecânicas dos materiais. Variáveis topológicas são introduzidas se a forma ou o "*layout*" do sistema estão sendo otimizados. Variáveis de capacidade de componente podem ser desde a capacidade produtiva de determinados equipamentos utilizados em uma linha de produção até a resistência de determinados materiais. O tipo de perfil a ser adotado num projeto de estruturas metálicas pode ser considerado uma variável de configuração, ou até mesmo topológica.

A seleção das variáveis de projeto é um importante passo, visto que toda a formulação do problema depende de suas definições. Elas devem ser selecionadas de tal forma que o processo de cálculo seja implementável e o projeto final seja prático. O domínio viável para a solução de um determinado problema aumenta proporcionalmente ao aumento da quantidade das variáveis de projeto. Em outras palavras, o aumento das variáveis de projeto resulta, em geral, em um melhor projeto. Neste livro, como já citado, as variáveis de projeto serão representadas por um vetor x como

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \dots x_n]^T$$

em que n é o número total de variáveis de projeto.

No caso de variáveis de projeto discretas, estas devem satisfazer a condição:

$$x_i \in \mathbf{x}_i \equiv \{x_{i1} \quad x_{i2} \quad \cdots \quad x_{iN_{Ei}}\},\ i = 1,\ \dots, n$$

em que x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{iNEi} são os N_{Ei} possíveis valores discretos que podem ser assumidos pela variável x_i. Por exemplo, um vergalhão de aço CA-50 pode ter os seguintes diâmetros: {6,3 8 10 12,5 16 20 25 32} mm. Assim também ocorre com a bitola de cabos elétricos que possuem dimensões predefinidas.

1.2.2 FUNÇÃO OBJETIVO OU FUNÇÃO CUSTO

A função objetivo, ou função custo, determina o mérito relativo de vários projetos para um determinado sistema. A seleção da função objetivo é uma importante tarefa, pois os projetos são melhorados a partir da minimização ou maximização de seu valor.

Tomando como exemplo estruturas civis, em grande parte dos problemas de otimização estrutural o peso da estrutura é escolhido como função objetivo. Esse fato é devido à grande facilidade de computação dessa grandeza e também porque seu valor está diretamente relacionado com o custo dos materiais empregados. Um uso mais eficiente dos materiais irá minimizar o custo de construção quando todos os outros fatores, como custo de fabricação, transporte, montagem e manutenção, permanecerem constantes. Em otimização estrutural, esses fatores geralmente não são constantes, mas sim funções das variáveis de projeto. Por exemplo, o custo de transporte de um determinado elemento estrutural pré-fabricado depende de seu peso e dimensões.

Existem outros custos por trás de um custo de construção que devem ser levados em conta nos processos de dimensionamento. Estes podem ser o tempo de construção, custos relacionados à ruína da estrutura, à eficiência da estrutura, entre outros. O custo relacionado com o tempo de construção pode ser facilmente computado, enquanto o custo de ruína pode ser, em alguns casos, de impossível determinação. A ruína de um sistema estrutural está intrinsecamente relacionada com a segurança adotada tanto no processo de dimensionamento quanto no processo de construção. O aparecimento de um estado-limite último ou de serviço na estrutura pode dever-se à combinação de vários fatores aleatórios entre si, originados nas causas seguintes: a) incertezas relativas aos valores considerados como resistências dos materiais utilizados, levando-se em conta não só as condições de execução e controle da obra, como também alguns parâmetros que repercutem sobre o estado-limite em questão (como carga de longa duração, fadiga etc.); b) erros cometidos quanto à geometria da estrutura e suas seções; c) avaliação inexata das ações diretas, indiretas ou excepcionais, devido à impossibilidade de defini-las, a princípio, com precisão absoluta, ao longo de toda a vida útil da estrutura; d) divergência entre os valores calculados e os valores reais das solicitações, diante das hipóteses simplificadoras usualmente adotadas no cálculo. Um bom objetivo a ser buscado no dimensionamento de uma estrutura é aquele de se conciliar um custo mínimo para ela, mantendo-se abaixo de um valor previamente estabelecido a probabilidade do aparecimento de um estado-limite. A finalidade da aplicação, nesse dimensionamento, dos princípios de teoria probabilística seria a da obtenção do custo ótimo da estrutura com a segurança apropriada. Este deveria levar em conta, entre os diversos fatores, considerações de ordem moral e psicológica (o que é impossível de se quantificar), bem como o valor da vida humana e a reação da opinião pública diante da ocorrência de algum acidente.

Antes de se tentar formular todos os fatores envolvidos num processo de dimensionamento, é importante saber se eles de fato têm influência sobre a solução. Não seria desejável considerar uma função objetivo geral demais, porque o resultado pode ser uma função objetivo plana que não seja sensível a mudanças nas variáveis de projeto e que não resulte numa melhoria do projeto inicialmente adotado. Uma vez que os fatores mais importantes na computação do custo são determinados, eles podem ser calculados em função das variáveis de projeto.

Às vezes é desejável minimizar ou maximizar várias funções objetivo simultaneamente. Isso é chamado otimização multicritérios ou otimização com objetivos múltiplos. Esse tipo de problema pode ser definido como: determinar um vetor variável de projeto que satisfaz as restrições e otimiza um vetor função cujas componentes são as diversas funções objetivo. As funções objetivo consideradas nesse tipo de problema estão geralmente em conflito umas com as outras. Como um exemplo, na otimização simultânea de uma estrutura com um sistema de controle de vibrações incorporado, tanto a minimização do custo da estrutura quanto a minimização das oscilações devem ser tratadas como funções objetivo. Nesse caso, vê-se claramente que a minimização do custo da estrutura implicaria diminuir as dimensões das seções dos elementos estruturais, o que acarretaria um aumento nos deslocamentos.

Uma função objetivo geral para um sistema dinâmico (variável no tempo) pode ser definida como:

$$f(\mathbf{x},T) = \bar{f}(\mathbf{x},T) + \int_0^T \tilde{f}(\mathbf{x},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\ddot{\mathbf{z}},t)dt, \tag{1.1}$$

onde z é o vetor das variáveis de estado como os deslocamentos, carga elétrica, temperatura, e T é o intervalo de tempo total considerado. É assumido que a função objetivo é contínua e diferenciável. As variáveis de estado são consideradas como funções contínuas do tempo e são determinadas pela integração das equações de estado do sistema. No caso da engenharia elétrica, uma equação de estado é dada, por exemplo, por associações de circuitos elétricos, enquanto na engenharia de estruturas é dada pela equação do movimento. A Equação (1.1) pode representar qualquer função custo. Por exemplo, $\bar{f}$ pode representar a massa da estrutura, ou a massa dos cabos elétricos, enquanto $\tilde{f}$ pode representar o deslocamento, ou ainda qualquer outra função envolvendo as variáveis de estado.

1.2.3 RESTRIÇÕES DE PROJETO

Para os problemas descritos e resolvidos neste livro, as restrições de projeto são divididas em dois grupos: restrições estáticas e restrições dinâmicas. Restrições dinâmicas são impostas ao longo de todo o intervalo de tempo $t \in [0,T]$ no qual o sistema é analisado. Limites para os valores assumidos pelas tensões, deslocamentos e acelerações são exemplos desse tipo de variáveis. Já as restrições estáticas independem do tempo e estão relacionadas a limites geométricos da estrutura e fundação, intervalos estabelecidos para as frequências naturais de vibração, deslocamentos estáticos, tensões estáticas sobre o solo, e limites para as variáveis de projeto. Limites para perdas de potencial, no caso de projetos elétricos, são restrições impostas.

Uma forma geral para representar as restrições estáticas é:

$$g_i = \bar{g}_i(\mathbf{x},T) + \int_0^T \tilde{g}_i(\mathbf{x},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\ddot{\mathbf{z}},t)dt \begin{cases} = 0 \text{ para } i = 1,\ldots,l \\ \leq 0 \text{ para } i = l+1,\ldots,m \end{cases}. \tag{1.2}$$

E uma forma geral para as restrições dinâmicas é:

$$g_i = \tilde{g}_i(\mathbf{x},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\ddot{\mathbf{z}},t) \begin{cases} = 0 \text{ para } i = m+1,\ldots,l' \\ \leq 0 \text{ para } i = l'+1,\ldots,m' \end{cases}, \text{ para } t \in [0,T]. \tag{1.3}$$

1.3 O PROBLEMA PADRÃO DE OTIMIZAÇÃO

De uma maneira geral, um processo de otimização pode ser descrito conforme o fluxograma mostrado Figura 1.4.

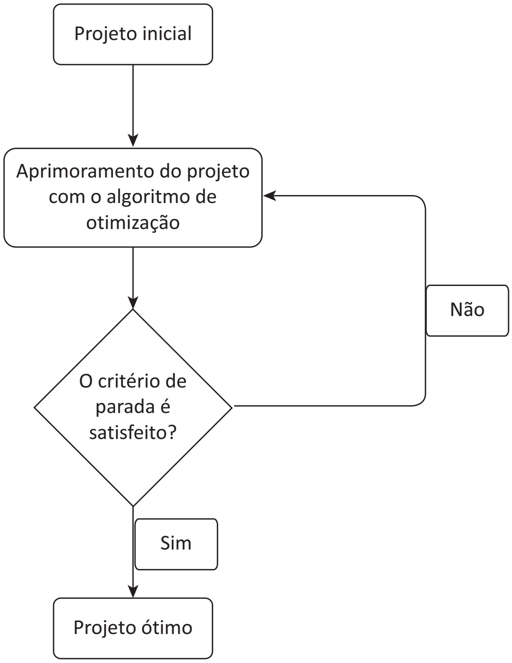


Figura 1.4 Fluxograma genérico de um processo de otimização.

Observe-se, na Figura 1.4, que o processo de otimização clássico parte de um projeto inicial, ou de um grupo de projetos iniciais, que é aprimorado de acordo com um determinado método de otimização.

Um problema geral de otimização pode ser formulado na forma padrão que segue.

Seja um problema definido pelos valores de um vetor de n **variáveis de projeto**

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix}^T. \tag{1.4}$$

Minimizar uma **função objetivo** $f(\mathbf{x})$, sujeita a **restrições de igualdade**

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \qquad j = 1, \cdots, p \tag{1.5}$$

e **restrições de desigualdade**

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \qquad i = 1, \cdots, m. \tag{1.6}$$

As funções *f*, *g* e *h* podem ser, no geral, não lineares.

Se for desejado encontrar o máximo de uma função $f(x)$, em vez do mínimo, basta determinar o mínimo dessa função com sinal trocado, $F(x) = -f(x)$.

Para os problemas de baixa dimensão, o problema pode ser resolvido pela simples inspeção de gráficos das funções *f*, *g* e *h*, conforme o Capítulo 3.

1.4 EXEMPLOS

E1. Apresenta-se um exemplo de pesquisa operacional baseado em (ARORA, 2012), a maximização de lucro de uma empresa que fabrica dois tipos de aeronaves, A e B. Usando os recursos disponíveis, ou 28 aeronaves A ou 14 aeronaves B podem ser produzidas por mês. O departamento de vendas pode vender 14 aeronaves A ou 24 aeronaves B. O departamento de expedição (entrega) não pode entregar mais que 16 aeronaves por mês. A empresa lucra 400 mil dólares por aeronave A e 600 mil dólares por aeronave B. Quantas aeronaves de cada tipo dão o máximo lucro?

Variáveis de projeto:

x_1 = número de aeronaves A; x_2 = número de aeronaves B

Função objetivo (lucro), a ser maximizada: $F(\mathbf{x}) = 400x_1 + 600x_2$

Restrições (de desigualdade):

$$x_1 + x_2 \leq 16 \quad \Rightarrow \quad g_1(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 - 16 \leq 0 \qquad \text{(expedição)}$$

$$x_1/28 + x_2/14 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad g_2(\mathbf{x}) = x_1/28 + x_2/14 - 1 \leq 0 \qquad \text{(produção)}$$

$$x_1/14 + x_2/24 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad g_3(\mathbf{x}) = x_1/14 + x_2/24 - 1 \leq 0 \qquad \text{(vendas)}$$

E2. Considere a viga prismática engastada e em balanço mostrada na Figura 1.5.

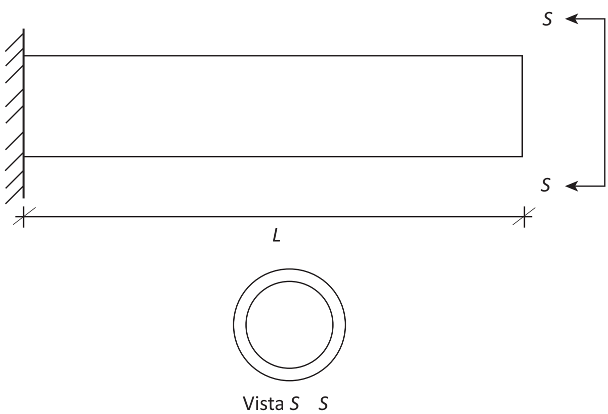


Figura 1.5 Viga engastada e em balanço.

A seção transversal é em anel circular. O diâmetro externo da seção é D e a espessura da parede e. A rigidez da viga é $k = 3EI / L^3$, onde E é o módulo de elasticidade longitudinal da peça, I o momento de inércia e L o comprimento da viga. A massa devida ao peso próprio da viga concentrada na extremidade livre é M. Uma boa aproximação para M é igual a ¼ da massa total da viga, calculada pelo produto do volume pela massa específica ρ. A primeira frequência de vibração natural da viga é

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}}. \tag{1.7}$$

Um problema de otimização clássico é minimizar a massa da viga impondo que a primeira frequência de vibração seja superior a um determinado valor mínimo. Definem-se as variáveis de projeto como sendo:

$x_1 = D$ (diâmetro externo da seção transversal), $x_2 = e$ (espessura da parede da seção transversal)

Função objetivo (massa) a ser minimizada: $f(\mathbf{x}) = \rho\frac{\pi}{4}\left[x_1^2 - (x_1 - 2x_2)^2\right]L$

Restrições (de desigualdade):

$f_1 \geq f_{min}$ (valor mínimo da primeira frequência natural de vibração)

$D_{min} \leq x_1 \leq D_{max}$ (limites inferior e superior do diâmetro externo)

$e_{min} \leq x_2 \leq \frac{x_1}{2}$ (limites inferior e superior da espessura)

Este tipo de problema é bastante comum em torres de telecomunicação, nos quais é desejável que se tenha um valor de f_{min} de 1 Hz, ou em torres de energia eólica onde o f_{min} é da ordem de 0,5 Hz. Num problema real, outras condições devem ser consideradas, como os carregamentos aplicados, a resistência dos materiais utilizados, limites para os deslocamentos estáticos e dinâmicos, fadiga etc.

Os projetos são necessários em qualquer ramo de atividade humana em que se deseje concretizar empreendimentos. Eles definem objetivos a serem atingidos, variáveis que afetam o resultado, recursos disponíveis e critérios de aceitação.

Recursos são sempre limitados e projetos devem prever a melhor solução possível dentro dessas limitações. Esse processo de previsão que considera as melhores soluções se chama otimização de projetos. Alguns privilegiados têm a capacidade de vislumbrar a melhor solução por intuição. No entanto, a maioria das pessoas precisa de ferramentas que as orientem entre as possibilidades existentes. Essas ferramentas vêm da matemática (cálculo diferencial, programação linear e não linear, algoritmos que simulam a natureza etc.) e possibilitam a determinação dos parâmetros que otimizam uma função.

Este livro apresenta a estudantes e profissionais algumas ferramentas para auxiliar na otimização de seus projetos. Muitos exemplos são da engenharia, mas as técnicas são comuns às várias áreas do conhecimento, acima das divisões disciplinares.

www.blucher.com.br

ISBN 978-85-212-1355-0

9 788521 213550

Blucher

Clique aqui e:

VEJA NA LOJA

Otimização de Projetos de Engenharia

Reyolando M.L.R.F. Brasil , Marcelo Araujo da Silva

ISBN: 9788521213550
Páginas: 174
Formato: 17 x 24 cm
Ano de Publicação: 2019
Peso: 0.315 kg
