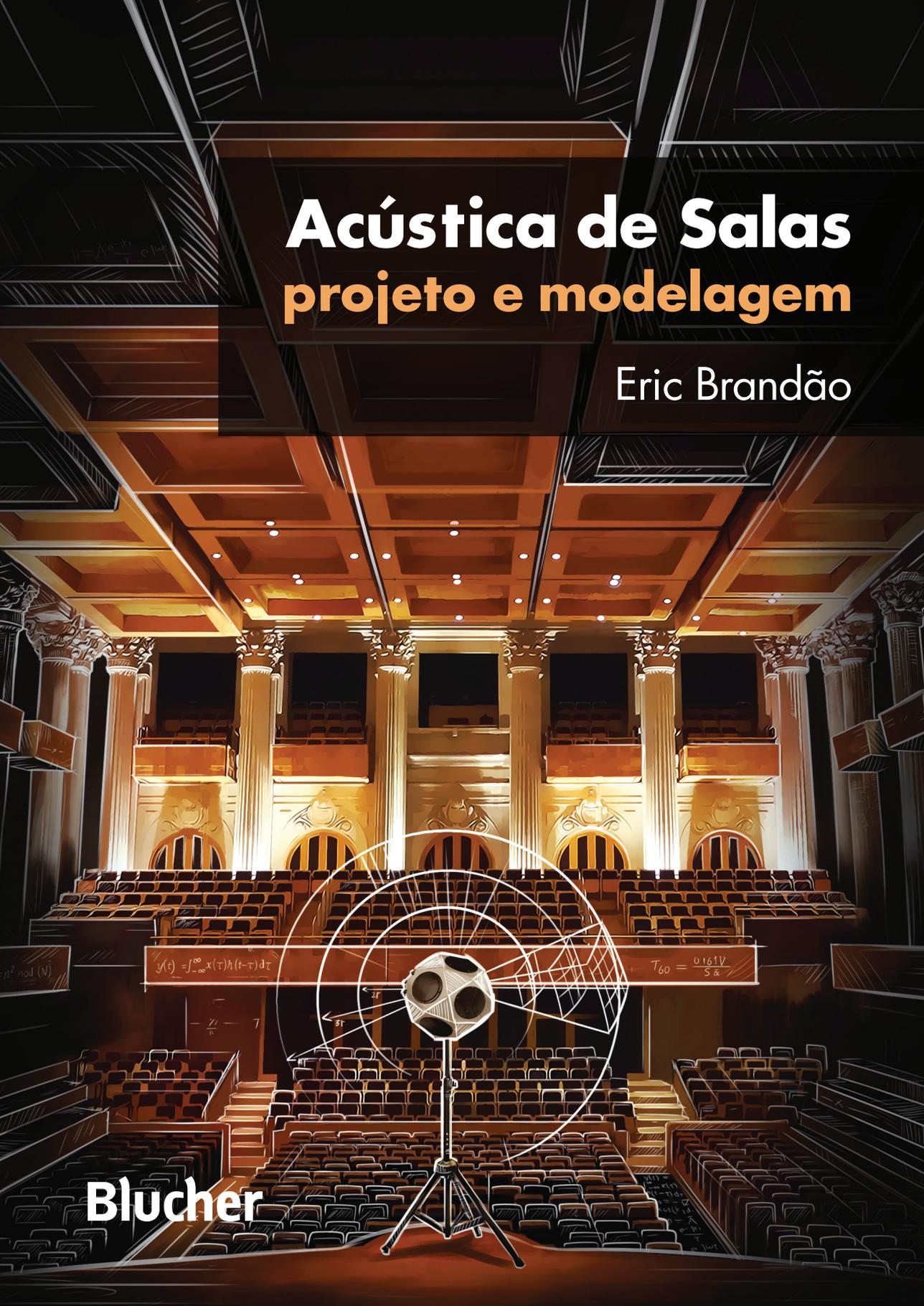


Acústica de Salas projeto e modelagem

Eric Brandão

Blucher



Acústica de salas projeto e modelagem

Blucher

Eric Brandão

Acústica de salas
projeto e modelagem

Revisão técnica:
William D'Andrea Fonseca

Acústica de salas: projeto e modelagem

© 2016 Eric Brandão

Editora Edgard Blücher Ltda.

Revisão técnica, foto para capa e diagramação

William D'Andrea Fonseca

Ilustrações

Eric Brandão e William D'Andrea Fonseca

Capa

Ângelo Bortolini

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil
Tel 55 11 3078-5366

contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed.
do Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa,
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer
meios sem autorização escrita da Editora.

Todos os direitos reservados pela Editora
Edgard Blücher Ltda.

FICHA CATALOGRÁFICA

Brandão, Eric
Acústica de salas: projeto e modelagem / Eric
Brandão. – São Paulo: Blucher, 2016.

Bibliografia
ISBN 978-85-212-1006-1

1. Acústica 2. Engenharia acústica 3. Acústica
arquitetônica 4. Som I. Título

16-0097

CDD 534

Índice para catálogo sistemático:
1. Acústica

À minha mãe, Elma Brandão, e ao mestre Arcanjo Lenzi.

Prólogo

É muito comum pensar em acústica como uma arte um pouco obscura. Frequentemente, ao ser perguntado sobre o que faço, minha resposta é sempre entendida como uma área do conhecimento inteiramente ligada às artes. Em acústica de salas, mais especificamente, a primeira associação tende a ser com belas salas de concerto ou estúdios de gravação. É preciso reconhecer que estes são ambientes em que belas formas de arte são produzidas e, de fato, os locais em si são inspiradores. Eles, no entanto, servem a um propósito e para servir bem é necessário que atendam a certos requisitos técnicos. É aí que arte, ciência e engenharia se combinam.

A acústica de salas, enquanto disciplina científica, serve ao propósito de elucidar como o som se propaga nos mais diversos tipos de ambiente (não só as salas de concerto e os estúdios). Além disso, como a experiência de qualquer ser humano em uma sala é subjetiva, é preciso criar formas de mensurar essa experiência com métricas objetivas. Em suma, nós queremos quantificar o quão agradável é ou será a sua experiência em uma sala existente ou em projeto.

No entanto, a disciplina é relativamente nova. Antes do trabalho de W. C. Sabine, no começo do séc XX, e dos trabalhos mais fundamentais de Rayleigh e von Helmholtz, no último quarto do séc XIX, pouquíssimo se sabia sobre a física das ondas sonoras e sua propagação nos recintos. Apesar do limitado conhecimento, diversas salas de concerto incríveis foram construídas. Isso ajuda a tornar mais forte o mito de que a acústica de salas é uma arte obscura. Onde o mito encontra força, a ciência e a técnica perdem seu espaço. No entanto, salas de concerto ruins também foram construídas e muito do sucesso das boas salas se deve à observação

empírica das receitas que deram certo. Com a introdução do trabalho de Sabine e das bases teóricas da ciência acústica, muito conhecimento puro ou aplicado foi desenvolvido em cerca de 100 anos. Na Europa, América do Norte e Japão, a qualidade acústica dos ambientes se tornou uma norma social aplicada aos mais diversos tipos de sala. Esses conhecimentos geraram um arsenal de ferramentas e métodos que permitem projetos detalhados de todo tipo de ambiente.

Este livro trata do tema da acústica de salas ou, se o leitor preferir, da qualidade acústica interna dos ambientes. Essa é uma área multidisciplinar que engloba as engenharias, arquitetura, artes etc. O projeto do livro se iniciou em 2012, quando comecei a lecionar a disciplina Acústica de Salas na primeira graduação em Engenharia Acústica do Brasil, na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS). Como todo curso de engenharia, esse é um curso de 5 anos com as disciplinas do ciclo básico (p. ex. Cálculo, Física, Eletrônica, Mecânica etc.) e com disciplinas do ciclo específico, das quais Acústica de Salas é uma delas. Um ano após o início da docência dessa disciplina, as primeiras notas de aula começaram a se tornar uma apostila.

Reconhecendo que o Brasil apresenta deficiência literária no tema, pareceu a mim que a apostila tinha o potencial de se tornar um livro-texto. Ao longo do tempo gasto para preparar as aulas da disciplina, também ficou claro que a literatura estrangeira não possuía um único livro que concentrasse todos os temas abordados em aula. Existem ótimos livros sobre salas de concerto, por exemplo. Eles, no entanto, possuem pouca informação sobre modelagem de materiais absorvedores ou difusores usados no tratamento acústico dos recintos. Poucos livros abordam detalhes sobre técnicas modernas de projeto como o uso das simulações computacionais (CAD/CAE). Existe pouca literatura disponível sobre o projeto de salas mais comuns, como as salas de aula, por exemplo. Outros livros se concentram na abordagem de materiais e dispositivos usados no tratamento acústico. Eles, no entanto, falam pouco sobre a modelagem do campo acústico em uma sala. Ficou evidente, então, que um livro que concentrasse um ferramental relativamente completo para o bom desenvolvimento de projetos acústicos seria bem-vindo ao Brasil.

Outra motivação veio a partir do reconhecimento de que existem bons livros que explicam qualitativamente os conceitos da acústica com

esquemas, desenhos e exemplos práticos. No entanto, para realizar um bom projeto, é preciso ser capaz de calcular e ajustar diversos parâmetros. Ou, no mínimo, saber utilizar e interpretar as ferramentas computacionais modernas. Conhecendo esse contexto, a proposta deste livro é fazer uma abordagem mais matemática e técnica do tema. Meu intuito é que a obra permita que o leitor seja munido de conhecimento para ser capaz de calcular os diversos aspectos de um projeto acústico, ou que seja capaz de discutir em um nível profundo sobre o tema e propor soluções a uma equipe multidisciplinar de projetistas.

O livro, portanto, é voltado não só aos graduandos em Engenharia Acústica, embora este tenha sido o público-alvo no início do projeto. Minha esperança é de que outros setores da engenharia, arquitetos, técnicos de áudio e leitores interessados possam se beneficiar da obra. Visando esse objetivo, eu tentei ser o mais detalhista possível nas derivações matemáticas. Isto, claramente, gerou algumas páginas com um bom volume de equacionamento. Deliberadamente, apenas as equações mais necessárias para projeto ou entendimento de conceitos foram numeradas. Dessa forma, o leitor pode pular as derivações facilmente quando desejar. Outra característica que torna o livro mais abrangente é que tentei discutir ao máximo cada aspecto importante por meio da apresentação de diversos resultados comparativos. Fiz um grande esforço para construir modelos analíticos e numéricos a fim de calcular todos os resultados que são discutidos no livro. Por exemplo, quando abordo o tema das baixas frequências nas salas, tentei incluir discussões sobre o que muda na resposta da sala quando alteramos a posição da fonte, a quantidade de absorção sonora no recinto etc. Espero que, com esse esforço, mesmo que o leitor se sinta desconfortável com a matemática, no início de seus estudos, ele possa obter informações valiosas nas discussões e ganhar conhecimento sólido sobre o tema. Alguns leitores podem sentir que o uso de pontos em vez de vírgulas para separar as casas decimais (p. ex., 0.32 em vez de 0,32) é contrário às regras do português. A opção pelo uso do ponto foi natural para mim, já que acabei me acostumando à escrita de artigos para a comunidade internacional.

Esta obra foi organizada em 8 capítulos que contêm as bases da acústica de salas expostas em uma sequência lógica para o desenvolvimento de

um bom projeto. O Capítulo 1 explana os aspectos físicos e subjetivos fundamentais sobre o som. Uma discussão sobre o nosso processo auditivo-cognitivo é dada e uma boa discussão sobre os principais conceitos físicos do som, análise de sinais acústicos e sobre o fenômeno de interferência, cuja compreensão é fundamental em acústica de salas, é dada. Uma introdução ao tema da acústica de salas e os requisitos básicos de um bom projeto é fornecida no fim do capítulo.

Os Capítulos 2 e 3 tratam da modelagem e projeto de absorvedores e difusores sonoros, respectivamente. Isso permitirá que o projetista entenda a diferença entre os diversos tipos de tratamento acústico e como utilizar os diferentes dispositivos para compor um projeto equilibrado. Os capítulos também abordam a forma de projetar alguns dispositivos a serem usados no tratamento acústico. Assim, projetistas podem ser capazes de baratear seus projetos e propor soluções inovadoras.

Nos capítulos que se seguem, a ênfase muda para a modelagem do campo acústico em uma sala. No Capítulo 4, a modelagem e o tratamento das baixas frequências são abordados. Geralmente um projeto acústico se inicia no tratamento das baixas frequências, já que o projeto de uma sala pode envolver um redimensionamento dela em relação à ideia inicial. Isso permitirá um equilíbrio adequado da faixa das baixas frequências. Nos Capítulos 5 e 6 a modelagem e o tratamento das médias e altas frequências são abordados. O Capítulo 5 descreve, de fato, os métodos computacionais modernos usados em acústica de salas. Esse é o estado da arte atualmente e tais métodos requerem modelos tridimensionais complexos da sala onde os dispositivos de tratamento, abordados nos Capítulos 2 e 3, são usados como dados de entrada dos modelos CAD/CAE. O Capítulo 6 aborda a teoria estatística, que é matematicamente mais simples, mas fornece uma boa direção inicial para o projeto. Assim, o projetista pode saber quais materiais de tratamento e qual a área de cada um deles que serão utilizados antes de iniciar a modelagem 3D da sala.

O Capítulo 7 fornece informações sobre como podemos medir as características acústicas de uma sala e também sobre como quantificamos a nossa experiência auditiva-subjetiva em um ambiente. As métricas apresentadas guiarão os projetos a serem realizados. Os projetos de diversos tipos de sala são abordadas no Capítulo 8, que encerra a obra. Diretrizes

são dadas para que o projetista saiba como lidar com a geometria da sala, resolver problemas básicos, quais são os parâmetros objetivos relevantes e seus valores etc. Minha intenção foi abordar uma grande variedade de tipos de salas e ir além das salas de concerto e estúdio. Além destas, ambientes como restaurantes, cinemas, igrejas, salas de aula etc. são abordados. Nós passamos nossa vida toda em vários desses ambientes e sua qualidade acústica afeta nossa qualidade de vida.

Meu intuito final com o livro é criar uma consciência sobre a necessidade de investir na qualidade acústica dos ambientes. Existem evidências, por exemplo, de que aprendizado e a qualidade acústica de salas de aula estão intimamente relacionados. Se o meu trabalho puder ao menos contribuir para uma proliferação, em âmbito nacional, de bons projetos acústicos, considero que o esforço de escrever essa obra tenha valido muito a pena.

Finalmente, eu espero que os leitores façam bom proveito deste livro. Eu tentei deixá-lo o mais correto possível (com toda a ajuda que pude receber). Estou consciente, no entanto, que sou sujeito a falhas como todo ser humano. Peço desculpas por qualquer uma que possa ter cometido e convido os leitores a submeterem suas correções e sugestões a mim. Futuras edições da obra serão assim melhoradas.

Agradecimentos

Esta obra não seria possível sem a contribuição direta ou indireta de diversas pessoas. Em primeiro lugar gostaria de destacar o incansável e detalhado trabalho de revisão do meu colega e amigo Prof. William Fonseca, Dr. Eng., que revisou o texto, contribuiu com sugestões valiosas, algumas figuras e com a editoração inicial da obra. Não foi uma jornada fácil, dada a carga de trabalho que um livro demanda e devido às obrigações da carreira de um professor universitário. Mas suponho que uma amizade que sobreviva a uma provação como essa precise ser devidamente valorizada.

Ao meu colega e amigo Prof. Paulo Mareze, Dr. Eng., que contribuiu com figuras, discussões e alguma revisão do texto que nem o William nem eu estaríamos à altura de fazer. Aos demais colegas professores da

Engenharia Acústica (UFSM), o meu agradecimento também. Agradeço também ao Dr. Renato de Carvalho, que escreveu cerca de duas páginas do Capítulo 4 (sobre seu próprio trabalho), ao Prof. Stephan Paul, Dr. Eng., e ao Eng. John William Skalee (engenheiro da Harman do Brasil), que me cederam diversos artigos aos quais não tinha acesso.

Aos meus alunos da Engenharia Acústica, por me instigarem e incentivarem à escrita do livro. Em especial aos alunos que colaboraram com resultados experimentais e figuras. É impossível notar todos eles aqui e eles são mencionados ao longo do texto por suas contribuições. Devo um agradecimento especial ao Sergio Aguirre, que me cedeu diversos dados e figuras. Também quero agradecer aos alunos do primeiro semestre de 2015, que foram pacientes com meu cansaço devido à energia gasta com a escrita do final da obra. Não foi um semestre fácil.

Aos meus amigos de Santa Maria, Florianópolis, Itajubá, Brasil e do mundo, que ajudam muito de forma indireta.

À Luana Marchesan, pelo carinho, pela compreensão, pelo apoio, por ser minha companhia favorita e por me tirar, mais do que todos os outros, da frente do computador.

Ao professor Arcanjo Lenzi, meu orientador de mestrado e doutorado, que é uma inspiração e me ensinou boa parte do que sei sobre acústica. Agradeço a ele pelo conselho final antes de começar minhas atividades docentes: “Chefe, faça o seu trabalho e quando der escreva um livro!”.

À minha família, que me incentivou ao longo dos anos a perseguir a carreira que persegui, não se importando muito com o fato de ela não parecer exatamente ortodoxa, dada a minha formação inicial.

A todos vocês, e a você leitor, que quer se dedicar a essa ciência difícil, mas não obscura, eu dedico este livro.

Sinceramente,
Eric Brandão, Prof. Dr. Eng.
Santa Maria - RS, março de 2016

Prefácio

Passamos boa parte de nossas vidas realizando atividades em ambientes nos quais o principal meio de comunicação é o som. Nas nossas residências, escolas, salas de reunião, escritórios, restaurantes, teatros, salas de concerto etc., desejamos entender a mensagem falada, apreciar a música ou um bom filme.

Dado o tempo que gastamos nesses ambientes em nossas atividades diárias, é impressionante pensar que a quantidade de informação disponível para o projeto acústico dos diversos tipos de salas é ainda relativamente limitada. A boa prática da engenharia requer que sejamos capazes de entender os processos físicos, quantificá-los de alguma forma e criar rotinas de projeto, que gerem resultados desejados. Entre esses resultados podemos destacar uma boa inteligibilidade, volume sonoro, reverberação e espacialidade sonora adequados. Nenhuma dessas práticas é considerada simples quando falamos de acústica de salas e a literatura disponível em língua portuguesa pode ser considerada relativamente escassa.

Este livro visa suprir tais deficiências da literatura e certamente será de grande contribuição para a sociedade. Do ponto de vista das boas práticas de engenharia em acústica de salas, o livro é bastante completo. A obra aborda fundamentos sobre som, audição, absorção, difusão sonora e propagação do som em uma sala. Ela fornece também ferramentas para projeto e caracterização de absorvedores, difusores sonoros e tratamento acústico de salas. Explicita os passos mais lógicos para o desenvolvimento de um projeto acústico bem-sucedido. Nos capítulos finais, o leitor terá contato com aspectos práticos da caracterização da qualidade acústica da sala e do projeto de diversos tipos de ambientes.

Em sua estrutura, este livro conta com desenvolvimentos matemáticos bastante detalhados e com uma série de exemplos e discussões aplicados à prática da acústica de salas. Tais informações são valiosas para engenheiros, arquitetos, técnicos de áudio e leitores curiosos. Trata-se de um livro de bom nível técnico e com um bom conjunto de informações, conforme esperado do autor.

A competência do autor ficou bastante evidente desde quando cursou mestrado e doutorado sob minha orientação, na área de absorção sonora, no Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC. No desenvolvimento das suas atividades, ficava sempre clara a sua dedicação, capacidade de trabalho e forma serena como resolvia as dificuldades técnicas que surgiam. Mesmo após deixar a UFSC, continua colaborando com nossas linhas de pesquisa. Fico feliz que após conversas informais tenha abraçado a sugestão de escrever este livro, a fim de agregar em um documento este vasto conteúdo técnico e suas experiências adquiridas na área de acústica de salas, tão carente na nossa comunidade. Sinto-me orgulhoso pela oportunidade de redigir este prefácio, de um livro de alto nível técnico como este.

Arcanjo Lenzi, Prof. Ph. D.
Florianópolis - SC, março de 2016

Conteúdo

Lista de figuras	21
Lista de tabelas	37
Nomenclatura	39
1 Fundamentos	57
1.1 Aspectos subjetivos fundamentais	58
1.2 Aspectos físicos fundamentais.....	62
1.2.1 O som como uma onda mecânica e longitudinal	62
1.2.2 Frequência, período e comprimento de onda	65
1.2.3 Números complexos e sinais harmônicos.....	69
1.2.4 Análise de sinais não harmônicos	72
1.2.5 Equação da onda	83
1.2.6 Intensidade, potência sonora e impedância acústica .	85
1.2.7 Onda sonora em campo livre	88
1.2.8 Energia e densidade de energia acústica	91
1.2.9 NPS, NIS e NWS	92
1.2.10 Interferência entre sinais.....	93
1.2.11 Operações com os NPS, NIS e NWS	102
1.3 O problema da acústica de salas	103
Referências bibliográficas.....	111
2 Reflexão especular, impedância e absorção	113
2.1 Impedância acústica, coeficiente de reflexão e coeficiente de absorção	115
2.1.1 Interface entre ar e superfície representada por uma impedância	117

2.1.2	Interface entre ar e camada sobre superfície rígida ...	118
2.1.3	Interface entre ar e camada dupla sobre superfície rígida	123
2.1.4	Coeficiente de absorção	127
2.2	Medição da impedância acústica e absorção sonora	128
2.2.1	Tubo de impedância	128
2.2.2	Câmara reverberante	134
2.2.3	Medição <i>in situ</i>	139
2.3	Dispositivos de absorção acústica	149
2.3.1	Materiais porosos	149
2.3.1.1	Tipos de materiais porosos	150
2.3.1.2	Parâmetros macroscópicos	152
2.3.1.3	Modelos empíricos e semiempíricos de materiais porosos	156
2.3.1.4	Alguns resultados para materiais porosos.....	158
2.3.2	Absorvedores de membrana.....	162
2.3.3	Absorverores tipo placa perfurada.....	169
2.3.4	Absorvedores tipo placa microperfurada	177
2.4	Sumário	181
	Referências bibliográficas.....	183

3 Reflexão difusa 191

3.1	Análise qualitativa da reflexão difusa	193
3.2	Análise quantitativa da reflexão difusa	203
3.2.1	O método da Transformada Espacial de Fourier	204
3.2.2	O Método dos Elementos de Contorno - BEM	206
3.2.3	Gráficos polares da pressão difratada	214
3.2.4	Outros métodos numéricos	217
3.3	Coeficientes de difusão e espalhamento	219
3.3.1	Coeficiente de difusão: definição	221
3.3.2	Coeficiente de difusão: medição	225
3.3.3	Coeficiente de espalhamento: definição	229
3.3.4	Coeficiente de espalhamento: medição.....	231
3.4	Dispositivos para difusão acústica.....	236
3.4.1	Difusores geométricos	236

3.4.1.1	Plano finito	237
3.4.1.2	Difusores piramidais	240
3.4.1.3	Difusores côncavos	242
3.4.1.4	Difusores convexos	243
3.4.1.5	Batentes	246
3.4.2	Difusores de Schroeder	247
3.4.2.1	Difusor MLS	248
3.4.2.2	Difusor QRD	250
3.4.2.3	Difusor PRD	257
3.4.2.4	Periodicidade de arranjo de difusores	258
3.4.2.5	Difusor baseado em fractal	263
3.4.2.6	Difusor QRD ou PRD bidimensional	264
3.4.3	Difusor de superfície otimizada	265
3.5	Absorção sonora em difusores	270
3.5.1	Mecanismos de absorção e seu controle	271
3.5.2	Painéis híbridos	274
3.6	Sumário	275
	Referências bibliográficas	277

4 Teoria ondulatória em acústica de salas 283

4.1	Divisão do espectro em acústica de salas	284
4.2	Modos acústicos em uma sala retangular	291
4.2.1	Distribuição dos modos no espectro	298
4.2.2	Formas modais em salas retangulares de paredes rígidas	299
4.2.3	Energia dos modos axiais, tangenciais e oblíquos	304
4.3	Modos acústicos em uma sala não retangular	305
4.4	Número de modos e densidade modal	308
4.5	Pressão sonora causada por uma fonte	312
4.5.1	Efeito da distribuição espectral dos modos	316
4.5.2	Efeito do amortecimento dos modos	318
4.5.3	Efeito das posições de fonte e receptor	319
4.5.4	Curvas de decaimento na região de baixas frequências	323
4.6	Tratamento acústico dos modos	327

4.6.1	Critérios de uniformidade da distribuição dos modos no espectro	329
4.6.2	Controle dos modos acústicos	333
4.7	Métodos numéricos para a solução de baixas frequências ...	342
4.8	Sumário	350
	Referências bibliográficas.....	351
5	Acústica geométrica	355
5.1	Uma pequena história	357
5.2	Premissas básicas	360
5.3	Fontes sonoras	363
5.4	Receptores	367
5.5	Geometria da sala e propriedades acústicas das superfícies.....	369
5.6	Evolução temporal dos raios sonoros.....	373
5.7	Características de um reflectograma.....	379
5.8	Modelos matemáticos em acústica geométrica.....	385
5.8.1	Método do traçado de raios	387
5.8.2	Método das fontes virtuais	397
5.8.3	Método híbridos	402
5.9	A importância do coeficiente de espalhamento	406
5.10	Auralização	408
5.11	Sumário	417
	Referências bibliográficas.....	419
6	Acústica estatística	425
6.1	Ataque, estado estacionário e decaimento (análise qualitativa)	426
6.2	Ataque, estado estacionário e decaimento (análise quantitativa)	428
6.3	Densidade de energia e pressão sonora	438
6.4	Campo próximo, campo livre e campo reverberante	440
6.5	Tempo de reverberação de Sabine	443
6.6	Absorção sonora no ar.....	446
6.7	Outras fórmulas para o tempo de reverberação	452

6.7.1	Tempo de reverberação de Eyring	454
6.7.2	Tempo de reverberação de Millington-Sette	457
6.7.3	Tempo de reverberação de Kuttruff	458
6.7.4	Tempo de reverberação de Fitzroy	459
6.7.5	Tempo de reverberação de Arau-Puchades.....	461
6.7.6	Outras maneiras para o cálculo do tempo de reverberação	462
6.8	Estimativa do tempo de reverberação	463
6.8.1	Comparação entre fórmulas para o tempo de reverberação	472
6.9	Absorção sonora vs. isolamento sonoro.....	476
6.10	Sumário	478
	Referências bibliográficas.....	479

7 Parâmetros objetivos 483

7.1	Aspectos subjetivos de uma reflexão audível	484
7.2	Medição da resposta ao impulso e curva de decaimento	490
7.3	Parâmetros objetivos.....	498
7.3.1	Tempo de reverberação - T_{60} , T_{30} e T_{20}	498
7.3.2	<i>Early Decay Time</i> - EDT	505
7.3.3	Clareza e Definição	507
7.3.4	Tempo central	511
7.3.5	Fator de força	513
7.3.6	Parâmetros relacionados à espacialidade	516
7.3.7	Parâmetros relacionados ao timbre.....	521
7.3.8	Parâmetros relacionados à performance dos músicos	521
7.3.9	Parâmetros relacionados à inteligibilidade da fala....	523
7.3.9.1	<i>Speech Interference Level</i> - SIL	527
7.3.9.2	<i>Articulation Index</i> - AI.....	529
7.3.9.3	<i>Articulation Loss of Consonants</i> - AL_{cons}	531
7.3.9.4	Combinação entre SNR e T_{60}	533
7.3.9.5	<i>Useful to Detrimental Ratio</i> - U_{50} e U_{80}	534
7.3.9.6	<i>Speech Transmission Index</i> - STI.....	535

7.4	Sumário	542
	Referências bibliográficas.....	543
8	Diretrizes para alguns tipos de projetos	549
8.1	Aspectos gerais de todas as salas	550
8.2	Salas para fala	554
8.2.1	Salas de aula.....	555
8.2.2	Auditórios para fala	560
8.2.3	Restaurantes e salões de festa	565
8.2.4	Salas de conferência	567
8.2.5	Cinemas	569
8.3	Estúdios.....	570
8.3.1	Salas de gravação.....	573
8.3.2	Salas de controle	581
8.4	Auditórios para música.....	595
8.4.1	Salas de concerto e salas de ópera	601
8.4.2	Atributos comuns	605
8.4.3	Quantificação da qualidade da sala	615
8.4.4	Sala São Paulo	620
8.5	Auditórios multiúso	621
8.5.1	Aspectos acústicos	623
8.5.2	Aspectos eletroacústicos	627
8.5.3	Aspectos específicos de alguns ambientes	631
8.5.3.1	Casas de espetáculo.....	632
8.5.3.2	Templos religiosos.....	634
8.5.3.3	Casas noturnas	640
8.6	Sumário	640
	Referências bibliográficas.....	642
	Índice remissivo	647

1

Capítulo

Fundamentos

Ao iniciar o estudo de um novo campo, há pelo menos duas perguntas honestas que se deve fazer: (i) qual o objeto de estudo? (no caso deste livro, do que trata a acústica de salas?) e (ii) que conhecimentos prévios são necessários nesse estudo? Este capítulo visa iniciar o leitor ao tema, buscando esclarecer aos poucos tais questões.

Pode-se dizer que a acústica de salas é uma mistura entre teoria e prática e trata o problema de como o som se propaga em um ambiente (p. ex., salas de concertos, salas de aula, um estúdio de gravação etc.). Estamos, de fato, interessados na representação tempo-espaco-frequência do som no interior de um ambiente, também buscando controlá-lo de forma que este se torne acusticamente adequado ao seu uso principal. A palavra “interior” ressalta o fato de que este livro não tratará o problema da transmissão sonora entre ambientes adjacentes, mas somente de como modelar o som no interior de uma sala e condicioná-la para que apresente uma resposta acústica adequada à prática à qual ela se destina. Esse é então o objeto de estudo.

O leitor pode notar que alguns termos técnicos apareceram no parágrafo anterior, como, por exemplo, as palavras: som, tempo e frequência. Essas palavras ajudam a definir que tipo de conhecimentos o leitor precisa adquirir antes de iniciar o estudo da acústica de salas propriamente dito. Este capítulo se inicia, portanto, com uma revisão dos conhecimentos necessários ao leitor. Nas Seções 1.1 e 1.2, serão dadas algumas informações sobre a percepção humana do som e os fundamentos teóricos sobre a física do som e a análise de sinais acústicos. Esses conhecimentos são necessários porque os capítulos subsequentes farão uso dos conhecimentos apresentados aqui. Por conseguinte, a Seção 1.3 visa discutir, em mais detalhes, os tipos de problemas que serão tratados neste livro e a abordagem utilizada. Nesse caso, o intuito é fornecer ao leitor as razões pelas quais o livro é organizado dessa forma.

1.1 Aspectos subjetivos fundamentais

O fenômeno sonoro físico é percebido pelo aparelho auditivo, composto pelas orelhas¹ e pelo córtex auditivo. De forma geral, todo o processo de o som chegar ao nosso sistema e passar pelas orelhas e antes de chegar ao cérebro é chamado de “sensação auditiva”, pois é inerente a processos físicos e químicos. Quando a informação chega ao córtex e é interpretada, ela se torna então a “percepção auditiva”, pois está relacionada à forma como o indivíduo a compreende. Existem diversos livros disponíveis que detalham a forma como percebemos o fenômeno sonoro, a fisiologia das orelhas e a interpretação do fenômeno pelo cérebro [1–4]. Restringiremo-nos aqui a alguns fatos importantes.

Em média, os seres humanos são capazes de escutar sons com frequências que vão de 20 [Hz]² e 20000 [Hz] (Figura 1.1), o que

¹ O termo “orelha” está no plural, pois faz referência às orelhas externa, média e interna. O termo “ouvido” não foi e nem pode ser extinto do português; o que acontece é que, ao menos no Brasil, os profissionais envolvidos em acústica indicam o uso preferencial do termo “orelha”.

² Muito embora os colchetes não sejam mandatórios para a escrita técnica de unidades, o autor decidiu usá-las para prevenir problemas de ambiguação que o leitor possa ter. Nesse exemplo, usa-se [Hz] em vez de somente Hz (ou ainda Hertz ou s⁻¹) para expressar a unidade de frequência (ou repetições por segundo).

implica uma faixa com variação de cerca de 1000 vezes³. Sons com frequências baixas são entendidos como sons graves (p. ex., o bumbo de uma bateria, o baixo em uma orquestra, as notas à esquerda de um piano, um trovão relativamente distante etc.). Sons com frequências altas são entendidos como sons agudos (p. ex., o chimbau de uma bateria, o violino de uma orquestra, as notas à direita de um piano etc.). Claramente, grave e agudo são definições subjetivas até certo ponto, já que não existe um valor de frequência fixo para a transição (o que provavelmente leva às definições de “médias frequências” por alguns autores). Tais faixas também podem ser definidas em comparação uma com a outra. A voz de um homem é, em geral, considerada mais grave que a voz de uma mulher, por exemplo. Quando o problema físico for tratado, um valor de transição entre grave e agudo pode ser definido, embora essa definição seja uma função do problema em questão. Ainda, sons cujas componentes de frequência estão abaixo dos 20 [Hz] são chamados de infrassons, e sons cujas componentes estão acima dos 20000 [Hz] são chamados de ultrassons. Embora não possamos escutar os ultrassons⁴, estes são amplamente usados em aplicações médicas, por exemplo. Logo, os valores 20 [Hz] e 20000 [Hz] definem, usualmente, a faixa de análises e de um projeto de acústica de salas. Como os ambientes são projetados para a transmissão de algum tipo de mensagem sonora (p. ex., música ou voz), que deve ser compreendido por um ser humano, não faz muito sentido analisá-los para fora dessa faixa de frequências.

Assim, como os seres humanos têm uma faixa de frequências audíveis, também existem limites relacionados ao volume sonoro, ou seja, a percepção do quão intenso é um som. Existe um limite inferior de volume sonoro, abaixo do qual o som não é escutado, e um limite superior, acima do qual a amplitude da onda sonora provoca a sensação de dor, ver Figura 1.1. O ouvido humano é sensível à pressão sonora⁵ (expressa em [Pa] ou [N/m^2]), sendo a faixa de valores compreendida entre os limites inferior de percepção e precedente à dor da ordem de 10^{12} vezes (ou 10

³ Uma definição exata de frequência será apresentada na Seção 1.2.

⁴ Outros animais têm capacidades auditivas diferentes, sendo que alguns podem escutar na faixa do ultrassom, como cães e gatos, por exemplo.

⁵ A pressão sonora será definida fisicamente na Seção 1.2.

trilhões de vezes) [3]⁶. Dentro dessa faixa somos capazes de escutar sons de baixíssima amplitude, como o estourar de bolhinhas de um copo de refrigerante, até sons intensos como o som ouvido próximo a um avião. Existem sons acima do limiar da dor que também são percebidos pelos seres humanos, embora eles provavelmente causem algum tipo de distúrbio. Da mesma forma que restringimos a faixa de frequências de análise, restringiremo-nos neste livro aos sons dentro da faixa audível de conforto. Isso faz com que consigamos nos limitar à acústica linear, o que é conveniente, pois existem simplificações nas análises e nos cálculos [6].

A sensibilidade do aparato auditivo humano é variável com a frequência, ou seja, sons com o mesmo nível de amplitude, porém com frequências diferentes, causarão distintas impressões subjetivas de volume sonoro. Os humanos são mais sensíveis a sons na faixa de frequências entre 1000 e 4000 [Hz] (Figura 1.1), sendo que a sensibilidade diminui abaixo e acima dessa faixa [4]. Isso implica que, para que um som de baixa frequência, p. ex., 100 [Hz], produza a mesma sensação auditiva que um som de 1000 [Hz], ele precisa ter maior amplitude. Adicionalmente, a variação da sensibilidade com a frequência também é um fenômeno dependente da amplitude da onda sonora. Repare nas curvas de *nível de audibilidade* (ou *loudness level*) da Figura 1.1. De fato, a variabilidade da sensibilidade com a frequência diminui com o aumento da amplitude da onda sonora. Assim, à medida que aumentamos o volume de um som complexo, nossa sensibilidade tende a se tornar mais uniforme e começamos assim a perceber com mais facilidade sons de baixa e alta frequência [4].

O aumento da amplitude, no entanto, pode levar a perdas auditivas irreversíveis se o ouvinte for exposto a sons intensos por longos períodos de tempo (podendo existir ainda efeitos extra-auditivos). Os efeitos colaterais e/ou agravamento da perda e/ou efeito causado pela exposição a esses sons intensos dependerão então do tempo de exposição a que a pessoa esteve sujeita. Nesse caso, um especialista da área da saúde deve ser consultado.

⁶ O autor utilizará o Sistema Internacional de Unidades (SI) [5] para apresentar as unidades das grandezas envolvidas, ainda aclarando equivalências quando conveniente. Também adotará a regra de que, se uma unidade é derivada de um nome próprio, como Pascal [Pa], Hertz [Hz] ou Newton [N], por exemplo, a primeira letra da unidade será grafada em maiúscula.

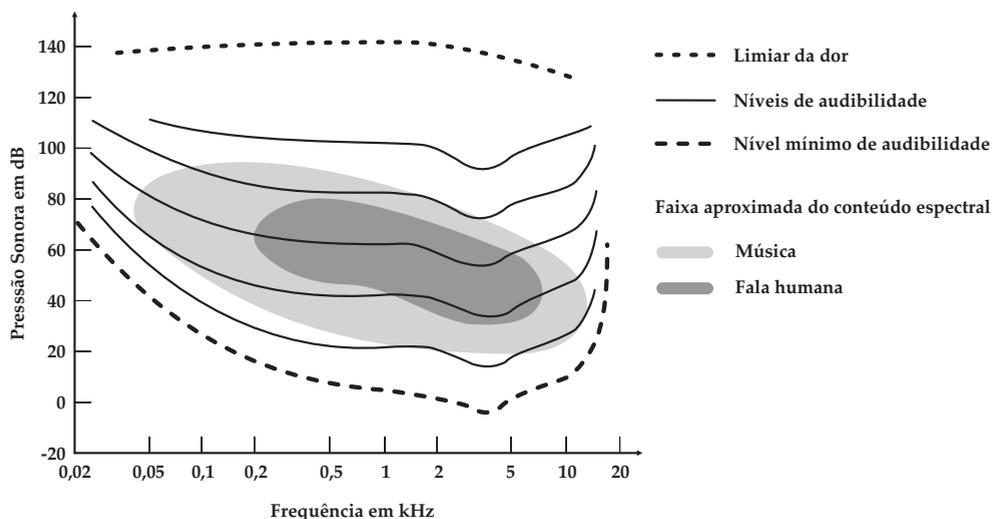


Figura 1.1 Curvas de níveis de audibilidade da audição humana e faixas aproximadas de conteúdo espectral da música e fala em hachurado.

O terceiro aspecto subjetivo fundamental sobre o som é que a maioria dos seres humanos são capazes de perceber a direção de chegada da onda sonora. Isso acontece porque os seres humanos possuem duas orelhas, e o córtex auditivo é capaz de perceber diferenças de amplitude e tempo de chegada da onda sonora entre as orelhas esquerda e direita [7]. Essa é uma habilidade importante e que tem relação direta sobre como percebemos o espaço acústico ao nosso redor. Por exemplo, é a partir dessa capacidade que sabemos se estamos perto ou longe de uma parede quando estamos dentro de uma sala. Ou que sabemos se uma pessoa fala à nossa esquerda ou direita. Outro aspecto importante é que os seres humanos possuem um sistema auditivo capaz de distinguir melhor a direção de sons chegando no plano lateral em relação às nossas orelhas. Para sons chegando no plano vertical, a capacidade de distinção é menor.

1.2 Aspectos físicos fundamentais

O fenômeno sonoro pode ser definido como uma onda mecânica e longitudinal que se propaga pelo ar ou qualquer outro fluido⁷ elástico [4]. Desse ponto de vista, o fenômeno sonoro pode ser entendido como um fenômeno físico a ser descrito por meio de um dado modelo físico-matemático. Para ser capaz de levantar tal modelo, é preciso definir, primeiro, algumas propriedades físicas do som.

1.2.1 O som como uma onda mecânica e longitudinal

Na frase “o fenômeno sonoro pode ser definido como uma onda mecânica e longitudinal que se propaga pelo ar ou qualquer outro fluido elástico” existem, possivelmente, vários termos que podem soar desconhecidos a um leitor. O termo “onda”⁸ diz respeito ao fato de que o som é um fenômeno físico que envolve variações espaciais e temporais em uma dada quantidade física. Para o fenômeno sonoro, essa quantidade física é, por exemplo, a densidade volumétrica do fluido [9], ρ , dada em $[\text{kg}/\text{m}^3]$. Considere, por exemplo, o fluido no interior de um tubo de comprimento infinito, no qual em uma das extremidades um pistão se move com um movimento harmônico simples (MHS). Regiões de compressão e rarefação são observadas ao longo do eixo do tubo em um instante de tempo definido, ver Figura 1.2. Essa ilustração é uma representação estática dessa onda sonora; assim, é possível observar apenas a variação espacial da densidade. Zonas de compressão acontecem quando mais moléculas do fluido são agrupadas em um mesmo volume (maior ρ) e zonas de rarefação quando menos moléculas do fluido ocupam um mesmo volume (menor ρ). Caso um ouvinte ou microfone seja colocado no interior do tubo, em uma dada posição, ele poderá observar também uma variação da densidade com a evolução do tempo.

⁷ A rigor, ondas mecânicas necessitam de um meio de propagação, podendo esse ser aéreo, líquido ou sólido. Por esse motivo o som não se propaga no vácuo do espaço sideral. A conotação de “fluido” está ligada ao meio aéreo e líquido; no entanto, este livro será restrito à propagação no ar (ou gases de forma geral).

⁸ Existem outros tipos de onda como a onda eletromagnética, com sua própria formulação matemática. Em geral, as formulações matemáticas para ondas envolvem sempre variações temporais e espaciais de uma dada quantidade física [8].

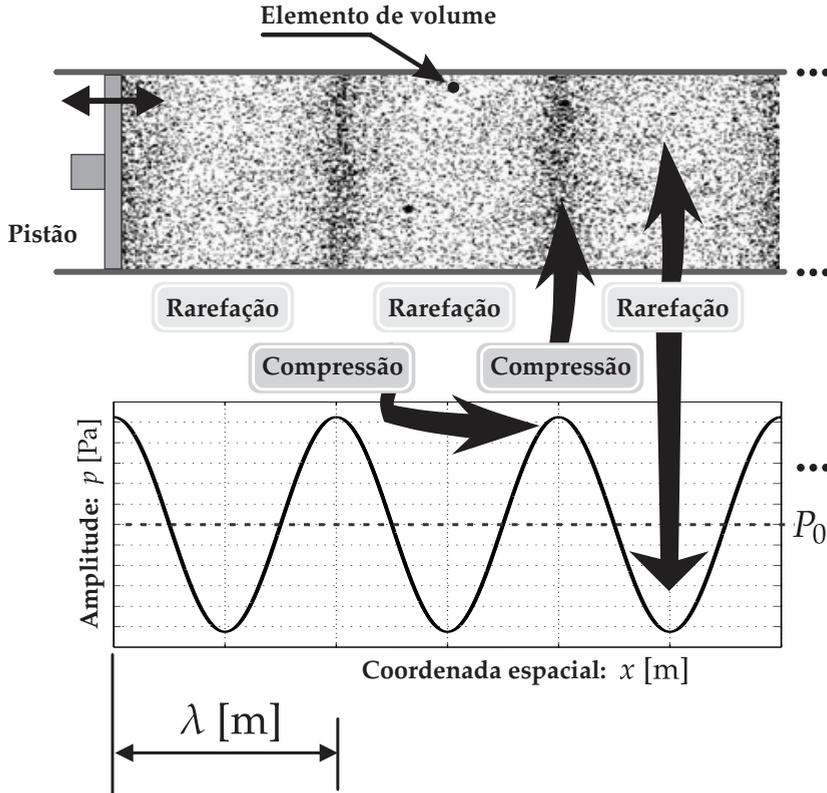


Figura 1.2 Tubo infinito com um pistão em uma das extremidades oscilando em movimento harmônico simples.

A compressão e rarefação do fluido são criadas pelo movimento oscilatório do pistão e pelas forças elásticas⁹ existentes entre as moléculas do fluido [6]. O termo “mecânica” diz respeito, portanto, à necessidade de um meio (ou fluido) para que exista a propagação de uma onda sonora. A onda sonora, portanto, não se propaga no vácuo, como a onda eletromagnética (luz), já que, para que a perturbação seja sentida em um ponto distante do pistão, é preciso haver um meio elástico entre o pistão e o ponto remoto. A ausência do meio faz com que cessem as forças elásticas entre as moléculas do fluido e, portanto, cesse a propagação da perturbação.

⁹ Na realidade, as forças elásticas (tensões de compressão e cisalhantes) são oriundas das forças eletromagnéticas existentes entre as moléculas do fluido. Ao nível atômico a força mais importante é a eletromagnética (de repulsão entre os elétrons e atração entre os prótons e elétrons). A força gravitacional é cerca de 10^{42} vezes menor que a força eletromagnética, quando as massas de prótons, nêutrons e elétrons são consideradas [8].

O termo “longitudinal” está relacionado ao fato de que os elementos de volume do fluido se deslocam na mesma direção em que a perturbação se desloca. Na Figura 1.2, é possível observar que, à medida que o pistão se move, as regiões de compressão e rarefação se formam na horizontal, sendo essa então a mesma direção de movimento do pistão e, portanto, de movimento dos elementos de volume do fluido. Ondas longitudinais também podem ser chamadas de ondas de compressão¹⁰.

A perturbação provocada pelo pistão não é detectada instantaneamente em um ponto remoto no tubo. Ela se propaga pelo fluido, do pistão ao ponto de observação, com uma velocidade finita c [m/s]. Essa velocidade é função de vários parâmetros ambientais, como a temperatura, umidade, pressão estática etc. Para sons de pequenas amplitudes¹¹, a velocidade da onda sonora pode ser expressada pela relação

$$c^2 = \gamma P_0 / \rho, \quad (1.1)$$

em que P_0 é a pressão estática do meio em [Pa] ou [N/m²], ρ é a densidade estática do meio em [kg/m³] e $\gamma = C_p/C_v$ é a razão de calores específicos do meio em que a onda se propaga. Para o ar, uma relação simplificada¹² pode ser encontrada de modo que $c_0 \approx 331,3 + 0,606 T_0$ [m/s], sendo T_0 a temperatura do ar em [°C]¹³. Para a temperatura ambiental de 20 [°C], a velocidade do som é aproximadamente $c_0 \approx 343$ [m/s], valor comumente encontrado em aplicações de acústica.

As variações de densidade mostradas na Figura 1.2 se traduzem em variações de pressão e de velocidade local do fluido. Da mesma forma que a densidade, as zonas com maior número de moléculas de fluido em

¹⁰ Existem também outros tipos de ondas. No caso das ondas do mar, por exemplo, a matéria se move na direção transversal à direção de propagação da onda. O movimento é circular com uma órbita de tamanho proporcional ao comprimento de onda. À distância o movimento da matéria na superfície do mar parece vertical, enquanto a perturbação se propaga do mar para a praia (horizontal).

¹¹ Sons de pequenas amplitudes são aqueles cuja amplitude da onda é suficientemente pequena para que se possa considerar o fenômeno sonoro como sendo linear. Nesses casos, a velocidade de propagação da onda não varia de valor entre as zonas de compressão e rarefação [6].

¹² Válida para o ar com 0 [%] de umidade relativa.

¹³ Tanto a Equação (1.1) como a relação aproximada partem do princípio de que o ar pode ter um comportamento aproximado de um gás ideal.

um mesmo volume (compressão e maior densidade) equivalem a zonas de maior pressão sonora, enquanto as zonas com menor número de moléculas de fluido em um mesmo volume (rarefação e menor densidade) equivalem a zonas de menor pressão sonora. A pressão sonora varia com o tempo (t) e a posição (\vec{r}) em torno da pressão estática (P_0), como indicado no gráfico da Figura 1.2. Dessa forma, a pressão sonora total pode ser dada por $p_T = P_0 + p(\vec{r}, t)$, sendo que o termo $p(\vec{r}, t)$ representa a oscilação da pressão em torno da pressão estática sendo chamado de *pressão sonora*.

Se fosse possível filmar um elemento de volume no fluido (como indicado na Figura 1.2), de forma a observar sua evolução no tempo, tal elemento seria visto em movimento oscilatório tal qual o do pistão. Ou seja, ele se moveria para a frente e para trás de mesmo modo como pistão o faz. Isso implica que o elemento de volume partiria de um estado inicial estático, seria acelerado a uma velocidade máxima, freado até parar e oscilaria na direção oposta, como também acontece com o pêndulo de um relógio antigo. Isto é, o elemento de volume tem uma velocidade variável com o tempo. Essa velocidade local é chamada de *velocidade de partícula*, denotada por $u(\vec{r}, t)$ com unidade em [m/s]. As variações (ou flutuações) de pressão e de velocidade de partícula são as duas principais variáveis que descrevem o comportamento da onda sonora.

1.2.2 Frequência, período e comprimento de onda

Quando consideramos o exemplo mostrado na Figura 1.2, dizemos que o pistão se move em movimento harmônico simples (MHS) e que o fluido adjacente apresenta variações de pressão e velocidade de partícula análogas ao movimento do pistão. O leitor pode se perguntar, então, o que significa o MHS. Em primeiro lugar, o MHS é o movimento que pode ser descrito por meio de uma função cossenoidal ou senoidal¹⁴. Para o caso do pistão, pode-se dizer que seu deslocamento $x(t)$ é descrito pela Equação (1.2):

¹⁴ Na sequência veremos que funções cossenoidais e senoidais são representações da mesma coisa. De fato, um seno deslocado no eixo das abscissas pode se tornar igual a um cosseno. Em livros mais antigos o leitor poderá encontrar o termo sinusoidal.

$$x(t) = A \cos(2\pi ft + \phi) , \quad (1.2)$$

em que A é a amplitude máxima do deslocamento, t é a variável temporal, f é a frequência do movimento em [Hz] e ϕ é a fase em [rad]. A Figura 1.3 ajuda a elucidar os termos da Equação (1.2). Na Figura 1.3 (a) os efeitos da amplitude A e da fase ϕ são mostrados. Nota-se que “ A ” representa o valor máximo de $x(t)$, enquanto que “ $-A$ ” representa o valor mínimo. A fase ϕ , usualmente dada em radianos [rad], ou graus [°], está associada ao deslocamento temporal do máximo da função em relação ao instante inicial $t_0 = 0$ [s].

A frequência f é definida como o número de períodos da função cossenoidal que são comportados em 1 [s]. Na Figura 1.3 (b) são mostradas duas funções cossenoidais com amplitude $A = 1,5$ e fase $\phi = 0$ [rad] com frequências de 1 [Hz] e 4 [Hz]. Note que, para a frequência de 1 [Hz], apenas 1 período da função é comportado em 1 [s] (linha contínua), enquanto que, para a frequência de 4 [Hz], 4 períodos da função são comportados em 1 [s] (linha pontilhada). Nada impede que a frequência seja um valor não inteiro. Nesse caso, 3.2 períodos poderiam ser comportados em 1 [s], por exemplo. O inverso da frequência chama-se de período¹⁵ (T_p) da função cossenoidal. T_p pode ser definido também como o tempo necessário para que a função cossenoidal complete 1 ciclo. No caso da função com $f = 4$ [Hz], o período fundamental é de $T_p = 0.25$ [s]. Assim, quanto maior a frequência, menor é o período fundamental. O período da onda é matematicamente definido como:

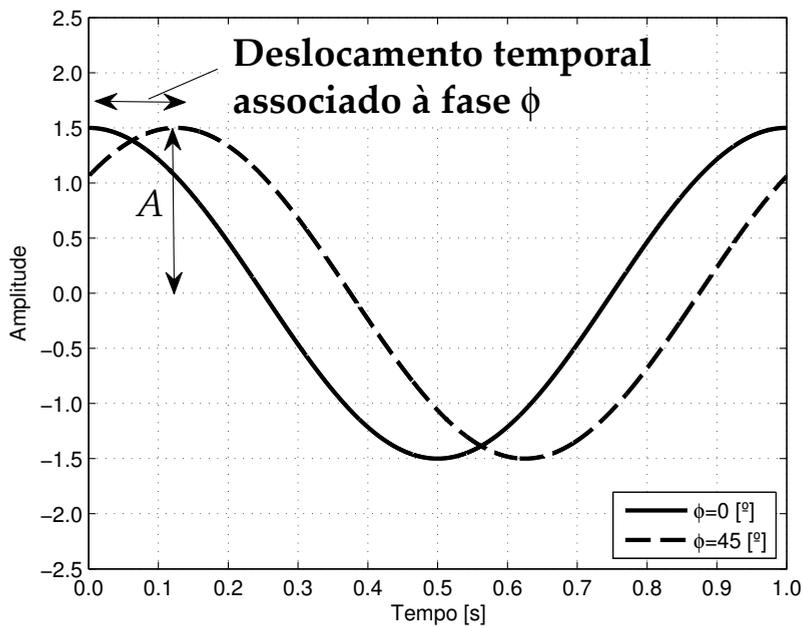
$$T_p = \frac{1}{f} . \quad (1.3)$$

Pode-se também definir a frequência angular do MHS, como sendo

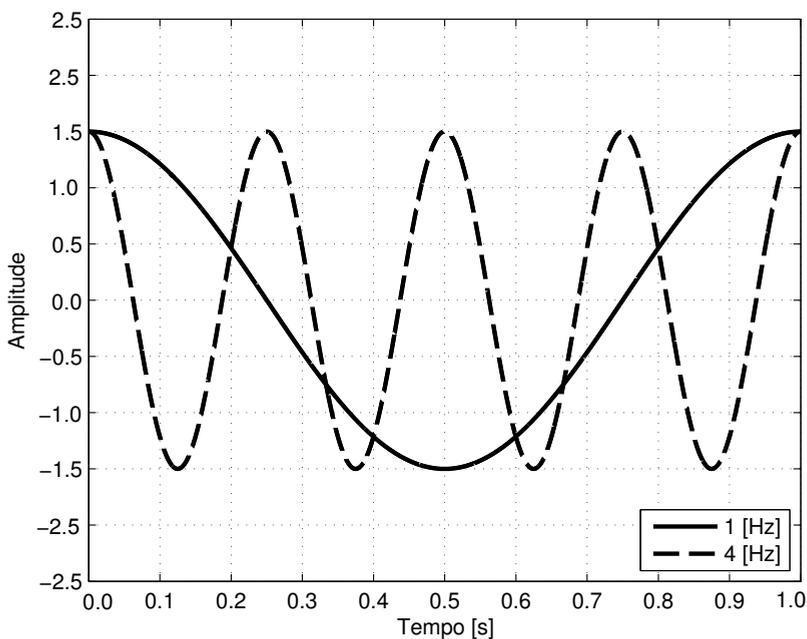
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T_p} , \quad (1.4)$$

dado em [rad/s]. Dessa forma, a Equação (1.2) torna-se:

¹⁵ Em T_p o subíndice “p” serve para enfatizar que é periódico.



(a) Amplitude e fase



(b) Funções cossenoidais de frequências distintas

Figura 1.3 Termos do movimento harmônico simples (MHS).

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi). \quad (1.5)$$

A fase ϕ pode ser matematicamente relacionada ao tempo decorrido entre o instante 0 [s] e o primeiro máximo da função. Nesse caso, como T_p [s] equivale a um período de oscilação (ou 2π radianos), a relação entre ϕ e t_0 pode ser dada por:

$$\phi = 2\pi f t_0 = \omega t_0. \quad (1.6)$$

Como a pressão sonora no fluido responde analogamente ao movimento do pistão, ao se plotar a distribuição espacial da pressão sonora, para um dado instante de tempo, observa-se que essa distribuição também apresenta um formato cossenoidal. Nesse caso, a zona de máxima compressão equivale ao máximo valor da pressão sonora (acima da pressão estática P_0) e a zona de máxima rarefação equivale ao mínimo valor da pressão sonora (abaixo da pressão estática P_0) – essas zonas estão indicadas na Figura 1.2. A distância percorrida por 1 período espacial da onda recebe o nome de comprimento de onda, sendo comumente simbolizado pela letra grega λ [m]. Assumindo que a velocidade da onda é uniforme no espaço, pode-se obter λ em função de c e f a partir da equação do movimento uniforme ($v = \Delta s / \Delta t$). Assim, tem-se que:

$$c = \frac{\lambda}{T_p} = \lambda f, \quad (1.7)$$

ou seja, a velocidade da onda equivale a razão entre o espaço percorrido pela onda em 1 período (λ) e o período da mesma (T_p). Para uma onda sonora se propagando em um meio com velocidade constante (p. ex., o ar) nota-se que, quanto maior a frequência (sons agudos), menor será o comprimento de onda. Como a faixa de frequências audíveis de um ser humano médio vai aproximadamente de 20 [Hz] a 20000 [Hz], a faixa de comprimentos de onda das frequências audíveis varia de cerca de 17 [m] à 17 [mm], o que é bastante considerável.

1.2.3 Números complexos e sinais harmônicos

Como será visto na Seção 1.2.4, é possível representar um sinal qualquer por meio de uma soma de senos e cossenos. No entanto, para representar tais sinais é necessário que se usem ambas as funções. Dessa forma, seria útil se fosse possível escrever uma terceira função que agrupasse uma função senoidal e uma função cossenoidal. Esta terceira função é dada pela identidade de Euler (ou exponencial complexa), que pode ser expressa como:

$$e^{\pm j\theta} = \cos(\theta) \pm j\text{sen}(\theta), \quad (1.8)$$

em que θ representa o argumento das funções cosseno e seno, “ $e^{(\cdot)}$ ” é a *função exponencial natural* (sendo $e^{(1)} \approx 2.718$) e “ j ” denota a *unidade imaginária*, podendo este último ser também interpretado como um número, de forma que $j^2 = -1$, ou como operador complexo, como considerado por alguns autores.

A função $e^{\pm j\theta}$ possui três termos: o primeiro termo é $\cos(\theta)$, ou a parte real ($\text{Re}\{\cdot\}$) da exponencial complexa; o segundo termo, j , é a unidade imaginária e o terceiro termo é o $\text{sen}(\theta)$, ou a parte imaginária ($\text{Im}\{\cdot\}$) da exponencial complexa, já que está multiplicada por j .

Um número complexo qualquer, portanto, é um número que pode ser expresso na forma $z = a + jb$, em que a e b representam suas partes real e imaginária, respectivamente. Os números complexos podem ser graficamente representados por uma linha unidimensional no que se chama de plano complexo. A representação do número $z = a + jb$ no plano complexo é mostrada na Figura 1.4.

O poder da notação por números complexos será demonstrado na Seção 1.2.10, em que o problema da interferência entre duas frentes de onda senoidais será tratado. Por hora, no entanto, é útil fazer uma breve revisão sobre a aritmética dos números complexos.

No plano complexo, os termos a e b representam a projeção da linha (mostrada na Figura 1.4) ao longo do eixo real e imaginário, respectivamente. A representação na forma $z = a + jb$ do número complexo é chamada de representação retangular. Outra forma de representar o número z é pela representação polar, que usa a *magnitude* $|z|$ (também conhecida

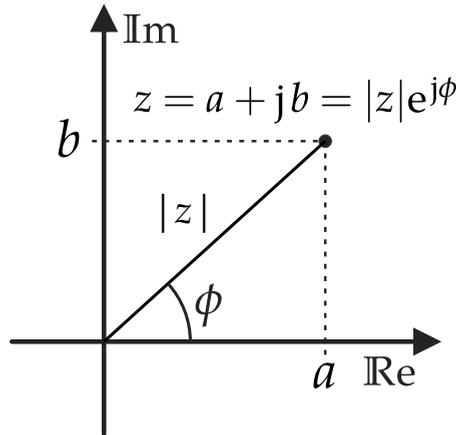


Figura 1.4 Representação de um número complexo no plano de Argand.

como *norma* ou *módulo*) e a *fase* ϕ (ou *argumento*) do número complexo. A magnitude do número z é dada pelo comprimento da linha que liga a origem do plano complexo ao ponto com coordenadas (a, b) . A fase do número z é definida pelo ângulo entre a linha que forma a magnitude e o eixo real. Assim, o número z pode ser expresso na Equação (1.9), com a magnitude e fase, em função das partes real e imaginária, dadas nas Equações (1.10) e (1.11), respectivamente, assim,

$$z = a + jb = |z|e^{j\phi}, \quad (1.9)$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (1.10)$$

$$\phi = \text{atan}(b/a), \quad (1.11)$$

em que $\text{atan}(\cdot)$ é a função arco-tangente.

As operações com números complexos respeitam as mesmas regras da álgebra vetorial [10]. Assim, é útil lembrar algumas dessas regras. Sejam dois números complexos:

$$z_1 = a_1 + jb_1 = |z_1| e^{j\phi_1} \quad , \quad (1.12.a)$$

$$z_2 = a_2 + jb_2 = |z_2| e^{j\phi_2} \quad . \quad (1.12.b)$$

A soma e a subtração desses dois números é feita geralmente por meio da representação retangular, somando-se ou subtraindo-se as partes real e imaginária, como:

$$z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) . \quad (1.13)$$

A multiplicação e a divisão de dois números complexos é feita por meio da representação polar, multiplicando ou dividindo as magnitudes e somando ou subtraindo as fases, de forma que:

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| |z_2| e^{j(\phi_1 + \phi_2)} \quad (1.14)$$

e

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} e^{j(\phi_1 - \phi_2)} \quad . \quad (1.15)$$

O conjugado complexo do número $z = a + jb = |z| e^{j\phi}$ é comumente denotado por $(\cdot)^*$, assim, $z^* = a - jb = |z| e^{-j\phi}$ (a parte imaginária tem seu sinal invertido). Dessa forma, o produto entre z e z^* é

$$z \cdot z^* = |z|^2 . \quad (1.16)$$

Munido das operações com números complexos, podemos então voltar à função cossenoidal, representada na Equação (1.5), e à identidade de Euler. De posse dessas informações, a função cossenoidal pode ser reescrita na forma da Equação (1.17):

$$A \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}\{A e^{j(\omega t + \phi)}\} = \text{Re}\{A e^{j\phi} e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\tilde{A} e^{j\omega t}\} , \quad (1.17)$$

em que o termo $\tilde{A} = A e^{j\phi}$ é chamado de amplitude complexa da onda. Note que a amplitude complexa reduz as informações de amplitude e fase da onda, contidas na Figura 1.3 (a), a um único número complexo \tilde{A} .

A representação do MHS por funções do tipo mostrada na Equação (1.17) é bastante conveniente porque, além das informações de magnitude e fase da onda serem reduzidas a um único número complexo \tilde{A} , as funções exponenciais complexas são soluções das equações diferenciais que aparecem na modelagem matemática do movimento ondulatório. Dessa forma, em vez de usarmos funções senos e cossenos, utilizaremos exponenciais complexas, na forma de

$$x(t) = \tilde{A} e^{j\omega t}, \quad (1.18)$$

para representar o MHS.

Existem ainda duas outras vantagens na notação que utiliza as exponenciais complexas. Essas vantagens dizem respeito à derivada e à integral de uma exponencial complexa, cujos resultados são demonstrados nas Equações (1.19) e (1.20):

$$\frac{d\tilde{A} e^{j\omega t}}{dt} = j\omega \tilde{A} e^{j\omega t}, \quad (1.19)$$

$$\int \tilde{A} e^{j\omega t} dt = \frac{\tilde{A}}{j\omega} e^{j\omega t}. \quad (1.20)$$

1.2.4 Análise de sinais não harmônicos

É possível perceber que as funções senoidais, cossenoidais e as exponenciais complexas são especiais, pois representam sinais periódicos com apenas uma componente de frequência¹⁶. Essas funções são muito úteis na descrição de sinais que possuem diversas componentes de frequência¹⁷, já que, em geral, se pode compor um sinal desse tipo a partir da soma ponderada de exponenciais complexas. Essa afirmação pode ser expressa matematicamente por meio da Transformada Inversa de Fourier (TIF) [11], dada por:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (1.21)$$

¹⁶ Às vezes chamados de monocromáticos em analogia à luz.

¹⁷ Policromático.

em que $x(t)$ é um sinal complexo com várias componentes de frequência e $X(j\omega)$ é uma função contínua de frequência angular ω , também chamada de *espectro*¹⁸ do sinal $x(t)$. A integral ao longo da variável ω representa um somatório infinito da função $\{X(j\omega) e^{j\omega t}\}$. Dessa forma, o sinal complexo $x(t)$ é representado por uma soma ponderada de exponenciais complexas $e^{j\omega t}$, em que os fatores de ponderação são os valores de $X(j\omega)$. Note ainda que $X(j\omega)$ é uma amplitude complexa para cada valor de ω . Portanto, cada componente de frequência tem sua própria magnitude e fase. A representação compacta da Equação (1.21) é geralmente dada por

$$x(t) = \mathfrak{F}^{-1} \{X(j\omega)\} , \quad (1.22)$$

em que $\mathfrak{F}^{-1}\{\cdot\}$ significa a TIF no sinal $X(j\omega)$.

Da mesma forma que o sinal $x(t)$ pode ser construído a partir da soma ponderada de cada componente de frequência, o espectro de $x(t)$ pode ser obtido por meio da Transformada de Fourier (TF), dada por:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (1.23)$$

que indica que para calcular $X(j\omega)$ para cada valor de ω deve-se dispor de toda a representação temporal de $x(t)$. De forma similar a TIF, a forma compacta da TF, Equação (1.23), é

$$X(j\omega) = \mathfrak{F} \{x(t)\} , \quad (1.24)$$

em que $\mathfrak{F}\{\cdot\}$ significa a TF no sinal $x(t)$.

As Equações (1.21) e (1.23) representam o par da Transformada de Fourier, que fazem a translação entre os domínios tempo e frequência. Na prática, a análise de sinais é feita no computador com o uso da Transformada Discreta de Fourier (TDF)¹⁹. A transição entre a TF e a TDF não é

¹⁸ O emprego da palavra espectro se dá em decorrência da analogia com a cores, visto que cada uma delas tem uma determinada frequência. Ademais, além de $X(j\omega)$, outros autores empregam também $X(\omega)$ ou simplesmente $X(f)$ para o sinal no domínio da frequência. Qualquer que seja a representação, é importante verificar o par de Fourier, ou seja, como é equacionada a forma direta e inversa.

¹⁹ Atualmente se usa na verdade algum algoritmo computacional para o cálculo da TDF via computador. Tais algoritmos são chamados de *Fast Fourier Transform* (FFT).

um passo necessariamente óbvio. Uma boa referência para se aprofundar nos detalhes da análise digital de sinais é o livro de Shin e Hammond [12]. Adicionalmente, $x(t)$ é dito ser uma representação do sinal no domínio do tempo, enquanto $X(j\omega)$ é dito ser uma representação do sinal no domínio da frequência.

O conhecimento da transformada de Fourier de alguns sinais faz-se necessário e tabelas estão disponíveis na referência [11] ou em livros acerca de processamento de sinais. Em acústica de salas, há três casos de interesse especial. O primeiro é o sinal $x(t) = e^{j\omega_0 t}$, ou seja, a exponencial complexa de frequência ω_0 , cuja Transformada de Fourier²⁰ é

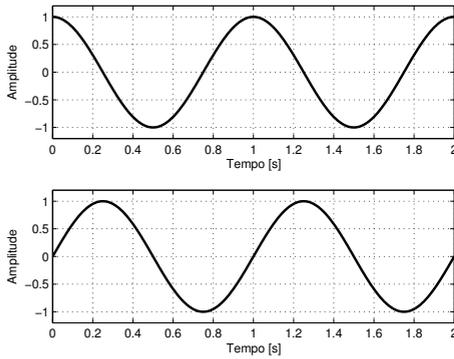
$$e^{j\omega_0 t} \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} 2\pi\delta(\omega - \omega_0). \quad (1.25)$$

A Equação (1.25) mostra que a exponencial complexa possui, de fato, apenas uma componente de frequência com valor diferente de zero. Essa componente recai exatamente sobre a frequência ω_0 do sinal. Na Figura 1.5 (a) é mostrada a representação desse sinal no domínio do tempo e na Figura 1.5 (b) a magnitude de sua representação no domínio da frequência. Note que o sinal tem frequência $f_0 = 1$ [Hz] e que essa componente tem magnitude $2\pi \approx 6.28$ (a fase é nula, muito embora o gráfico de fase não esteja apresentado). Na Figura 1.5 (a) é possível observar então que 1 período do sinal ocupa exatamente 1 segundo, e na Figura 1.5 (b) é possível notar que a componente não nula recai exatamente sobre a frequência f_0 (lembrando que $f = 1/T$).

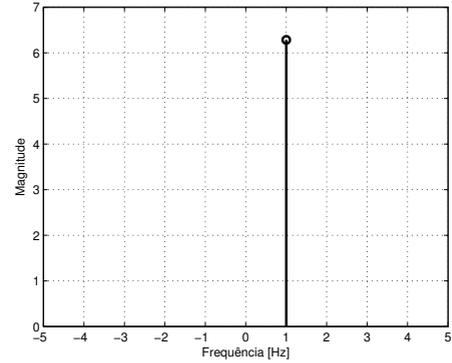
As Transformadas de Fourier das funções cosseno, mostrada no domínio do tempo na parte superior da Figura 1.5 (a), e seno, mostrada no domínio do tempo na parte inferior da Figura 1.5 (a), são dadas pelas Equações (1.26) e (1.27),

$$\cos(\omega_0 t) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} \pi \left[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0) \right], \quad (1.26)$$

²⁰ A função $\delta(x)$ é chamada de impulso unitário ou Delta de Dirac. É uma função com valor não nulo apenas em $x = 0$, logo, as funções $\delta(x \pm x_0)$ têm valores não nulos apenas em $\pm x_0$. Desse modo, $\delta(\omega - \omega_0)$ será avaliado somente em ω_0 .



(a) Exponencial complexa
(domínio do tempo, cosseno
acima e seno abaixo)



(b) Exponencial complexa
(domínio da frequência,
espectro de magnitude)

Figura 1.5 Representação da exponencial complexa nos domínios do tempo e frequência.

$$\text{sen}(\omega_0 t) \xleftrightarrow{\tilde{\mathcal{F}}} \frac{\pi}{j} \left[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0) \right], \quad (1.27)$$

estando os espectros desses sinais mostrados nas Figuras 1.6 (a) e 1.6 (b), respectivamente. Matematicamente, fica evidente que, no caso das funções seno e cosseno, aparecem duas componentes de frequência, o que parece contradizer o fato de que essas são funções com apenas uma componente. No entanto, a segunda componente aparece sobre a frequência negativa $-\omega_0$. Essa é uma consequência matemática da definição da TF e que não apresenta muito significado físico. Note ainda que a magnitude de cada componente é π e não 2π , como no caso da exponencial complexa. Isso mostra que a energia do sinal cossenoidal e senoidal é matematicamente distribuída entre as componentes negativas e positivas de frequência.

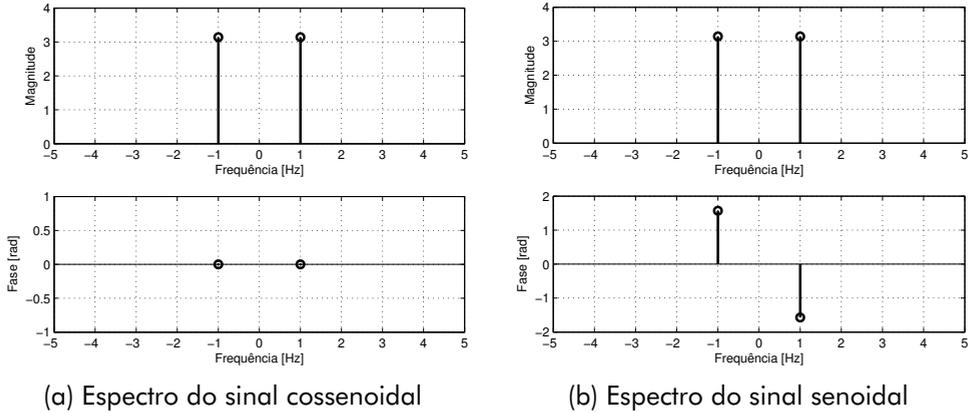


Figura 1.6 Espectros de magnitude (parte de cima) e fase (parte de baixo) das funções cossenoidal (à esquerda) e senoidal (à direita).

A observação da fase dos espectros também permite tirar conclusões importantes (ver a parte de baixo da Figura 1.6). A fase das componentes da função cossenoidal é sempre nula; entretanto, a fase das componentes da função senoidal é $-\pi/2$ e $+\pi/2$. Na Equação (1.27) esse deslocamento de fase é expresso no termo $1/j$. Como a função senoidal é uma versão deslocada no tempo em relação à função cossenoidal²¹, esse deslocamento temporal se expressa, no domínio da frequência, por uma adição ou subtração de fase, como indicado na Equação (1.6). Isso nos leva a uma das mais importantes propriedades da TF: a propriedade do deslocamento no tempo. Para um sinal genérico $x(t)$ com $\mathfrak{F}\{x(t)\} = X(j\omega)$, essa propriedade é expressa por:

$$x(t - t_0) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} e^{-j\omega t_0} X(j\omega), \quad (1.28)$$

em que t_0 representa um deslocamento temporal em $x(t)$, ou seja, se $t_0 > 0$, $x(t - t_0)$ é dito uma versão “atrasada” de $x(t)$ ou deslocado para a direita. Se $t_0 < 0$, $x(t - t_0)$ é dito uma versão “adiantada” de $x(t)$ ou deslocado para a esquerda [11].

²¹ Note que, ao se deslocar a função senoidal de um quarto de período para a direita ou esquerda, ela se torna idêntica à função cossenoidal. Deslocamentos temporais de um quarto de período em funções desse tipo equivalem sempre a deslocamentos de fase de $\pi/2$ [rad], o que está relacionado à definição do círculo trigonométrico [13].

Outro sinal de grande importância em acústica de salas é o sinal impulso unitário²². Sua Transformada de Fourier é constante com a frequência, conforme mostra a Equação (1.29),

$$\delta(t) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} 1. \quad (1.29)$$

A representação desse sinal no domínio do tempo é mostrada na Figura 1.7 (a) e a magnitude de seu espectro é mostrada na Figura 1.7 (b). A magnitude constante faz desse sinal o tipo ideal para testes, visto que ele carrega todas as componentes de frequência com igual magnitude.

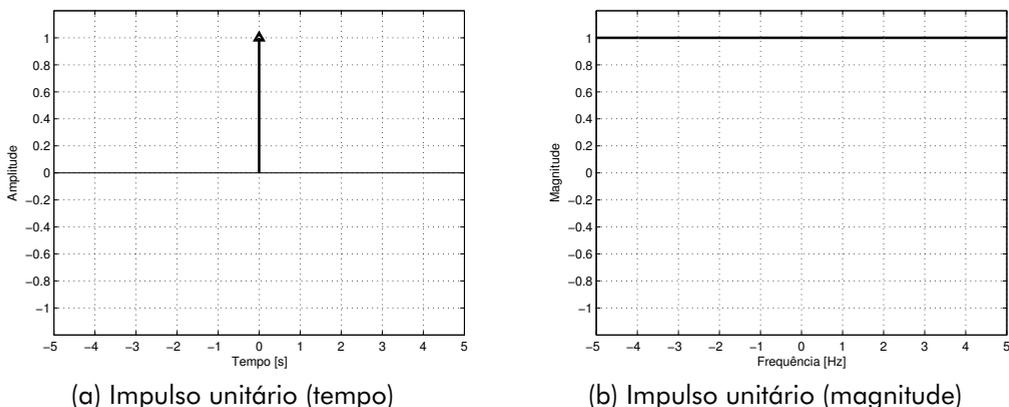
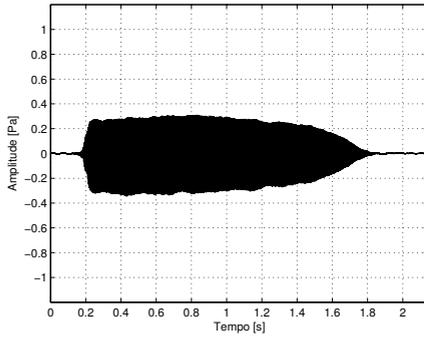


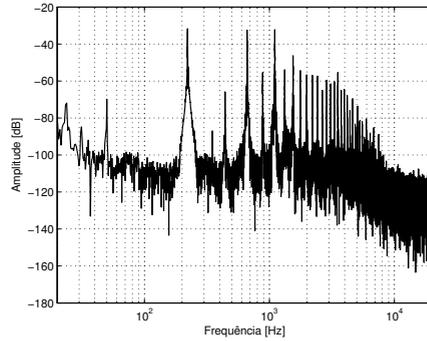
Figura 1.7 Representação do impulso unitário nos domínios do tempo e frequência.

Na Figura 1.8, alguns sinais típicos encontrados no contexto da acústica de salas são mostrados. Na Figura 1.8 (a), vemos a representação no domínio do tempo da nota Lá tocada por um clarinete. A magnitude do espectro desse sinal é mostrada na Figura 1.8 (b), na qual se pode notar que esse sinal possui uma componente fundamental em 220 [Hz], bem como diversas componentes de frequência em frequências que são múltiplas inteiras da fundamental (440 [Hz], 660 [Hz] etc.). A distribuição da energia do sinal em sua componente fundamental e harmônicas é bastante peculiar dos sons musicais [4]. Na Figura 1.8 (c) é mostrada a representação no domínio do tempo da frase “Boston Symphony Hall” falada por um locutor masculino. As sílabas também estão identificadas na figura.

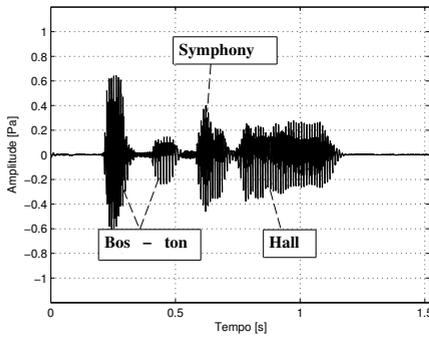
²² Previamente citado no domínio da frequência na página 74.



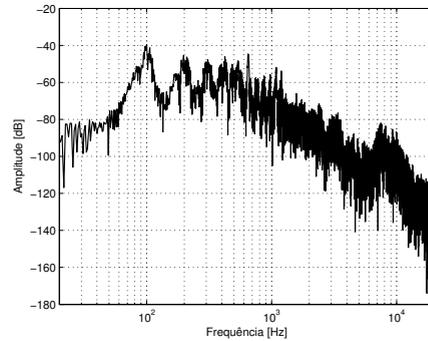
(a) Clarinete (tempo)



(b) Clarinete (magnitude)



(c) Voz (tempo)



(d) Voz (magnitude)

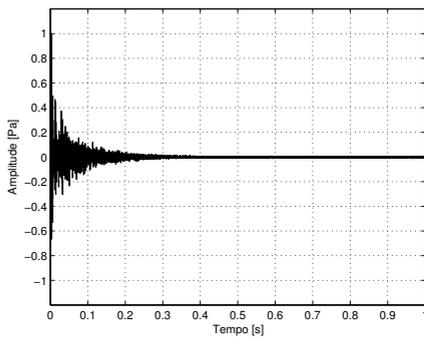
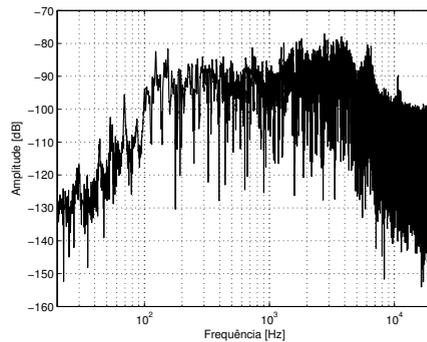
(e) $h(t)$ (tempo)(f) Magnitude do espectro de $h(t)$

Figura 1.8 Análise espectral de alguns sinais típicos encontrados no contexto da acústica de salas.

O espectro desse sinal é mostrado na Figura 1.8 (d), em que se nota que a energia do sinal não é distribuída em uma fundamental e uma série de harmônicas. No entanto, é possível identificar algumas características da fala, como o decaimento da magnitude com o aumento da frequência. A Figura 1.8 (e) é a representação no domínio do tempo do que se chama de Resposta ao Impulso de uma Sala (RIS ou RIR do inglês *Room Impulse Response*). O espectro dessa resposta ao impulso é mostrado na Figura 1.8 (f), em que é possível identificar algumas ressonâncias da sala, como os picos em 123 [Hz] e 154 [Hz].

Teoricamente, o sinal impulsivo, dado na Equação (1.29), é um sinal ideal para excitar uma sala. Isso acontece por dois motivos: o primeiro é que esse sinal apresenta um espectro com magnitude constante, o que significa que todas as frequências de interesse são excitadas com a mesma energia; o segundo motivo está relacionado com o fato de que o sinal só existe no instante de tempo inicial ($t = 0$ [s]). Imagine então uma sala, na qual é colocada uma fonte, em uma dada posição (p. ex., palco de um teatro), capaz de gerar um sinal impulsivo. Em outra posição, um receptor gravará a resposta da sala a esse sinal por um período de tempo. De fato, o receptor receberá o som direto da fonte, seguido por uma série de reflexões, o que será discutido em mais detalhes no Capítulo 5. Além disso, o receptor receberá um sinal ligeiramente diferente se ele ou a fonte mudarem de posição dentro da sala. Esse sinal obtido pelo receptor é chamado de resposta ao impulso da sala (RIS ou RIR) e é geralmente denotado por $h(t)$. Como a resposta ao impulso muda com as posições de fonte e/ou receptor, é mais correto chamá-la de *resposta ao impulso* (RI) da configuração sala-fonte-receptor.

A configuração sala-fonte-receptor pode ser considerada um Sistema Linear e Invariante no Tempo (SLIT, ver Figura 1.9), desde que as características da sala (propriedades do ar, geometria e materiais aplicados) não se alterem com o tempo e que as características da fonte e do receptor sejam lineares. É possível demonstrar que, em sistemas desse tipo, a resposta ao impulso é suficiente para descrever todas as características do SLIT [11, 12]. Também é possível demonstrar que, se uma fonte emite um sinal $x(t)$ qualquer (p. ex., música, fala, som da chuva etc.), o sinal recebido pelo receptor $y(t)$ é dado pela integral de convolução,

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau, \quad (1.30)$$

de modo que o símbolo $*$ significa a operação de convolução.

Pode-se dizer então que o SLIT sala-fonte-receptor, com resposta ao impulso $h(t)$, impõe suas características sobre o sinal $x(t)$. Dessa forma, $y(t)$ incorpora as características da sala como a reverberação, ressonâncias etc.

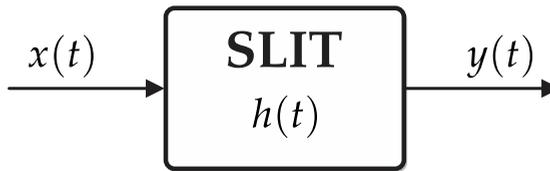


Figura 1.9 Sistema Linear e Invariante no Tempo (SLIT) com resposta ao impulso $h(t)$.

A Equação (1.30) representa, no domínio do tempo, a relação entre o sinal emitido pela fonte $x(t)$, a resposta impulsiva $h(t)$ do SLIT sala-fonte-receptor e o sinal obtido pelo receptor $y(t)$. Pode-se expressar essa relação também no domínio da frequência por meio do teorema da convolução [11]. Caso as TF dos sinais $x(t)$, $y(t)$ e $h(t)$ sejam, respectivamente, $X(j\omega)$, $Y(j\omega)$ e $H(j\omega)$, o teorema da convolução pode ser expressado por:

$$Y(j\omega) = X(j\omega) H(j\omega). \quad (1.31)$$

Nesse ponto, é útil fazer uma conexão entre o exposto na Seção 1.2.3 e a Transformada de Fourier (TF) de um sinal. Na Seção 1.2.3 foi dito que um número complexo (ou amplitude complexa) pode representar um sinal harmônico, como o mostrado na Figura 1.3 (a). Na prática, esse número complexo reduz as informações de amplitude e fase, contidas no gráfico da Figura 1.3 (a), a um único número complexo \tilde{A} . Se um sinal qualquer $x(t)$ pode ser representado por uma soma infinita e ponderada de sinais harmônicos, cujas amplitudes complexas de ponderação estão contidas em $X(j\omega)$, o que se fez na Equação (1.17) ao se obter a amplitude complexa \tilde{A} é equivalente ao que se faz com a Transformada de Fourier, dada na Equação (1.23). A única diferença, de fato, é que a TF é válida

para qualquer²³ tipo de sinal, enquanto a demonstração feita por meio da Equação (1.17) é válida apenas para um sinal cossenoidal.

Duas outras métricas para a análise de sinais que têm importância no contexto da acústica de salas são o valor médio e o valor médio quadrático (RMS) de um sinal. O valor médio de um sinal é dado pela Equação (1.32), que expressa a média das amplitudes do sinal $x(t)$ medido entre os instantes t_1 e t_2 ,

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt . \quad (1.32)$$

O valor médio é igual à magnitude da componente de frequência nula de $X(j\omega)$ [12]. O valor médio quadrático (RMS)²⁴ de um sinal, dado na Equação (1.33), expressa a raiz quadrada da energia média do sinal $x(t)$ medido entre os instantes t_1 e t_2 ,

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt} . \quad (1.33)$$

O valor x_{RMS}^2 , dado na Equação (1.33), expressa a energia do sinal calculada no domínio do tempo. A energia também pode ser calculada no domínio da frequência, e, claramente, os valores devem ser iguais. Tal igualdade é expressa pelo Teorema de Parseval [11], dado por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega , \quad (1.34)$$

o que implica que o quadrado da magnitude do espectro carrega a informação da energia²⁵ contida no sinal.

²³ A rigor, a aplicação das ferramentas de Fourier se limita a sistemas estáveis, pois não há como representar um sinal que cresce indefinidamente; logo, ela é limitada a sinais que são absolutamente integráveis. Essas limitações poderiam ser superadas com a utilização das ferramentas de Laplace ou da Transformada Z.

²⁴ O valor médio quadrático é uma tradução do termo em inglês *root mean square*; daí a sigla RMS. É conhecido também como *valor eficaz*.

²⁵ Para sinais periódicos utiliza-se também a Série de Fourier; nesse caso o Teorema de Parseval estima o espectro de potência em vez do espectro de energia. Para mais detalhes, consulte o livro texto de Shin e Hammond [12].

Duas outras métricas importantes na análise de sinais são as funções de correlação-cruzada entre dois sinais e a função de autocorrelação de um sinal. A função de correlação cruzada entre dois sinais $x(t)$ e $y(t)$ é dada por:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t + \tau) dt, \quad (1.35)$$

e expressa o grau de similaridade entre os sinais $x(t)$ e $y(t)$, em função do deslocamento temporal τ aplicado à que $y(t)$. Quanto mais parecidos forem os sinais $x(t)$ e $y(t)$, maiores tendem a serem os valores $R_{xy}(\tau)$. Sinais completamente diferentes terão $R_{xy}(\tau) \approx 0$. A função de correlação do sinal $x(t)$ é dada por:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t + \tau) dt, \quad (1.36)$$

e expressa o grau de similaridade entre os sinais $x(t)$ e sua versão deslocada temporalmente de τ . Sinais de comportamento periódico tendem a apresentar uma autocorrelação também periódica; sinais que variam pouco no tempo tendem a mostrar uma autocorrelação relativamente constante e sinais aleatórios tendem a manifestar uma autocorrelação impulsiva, já que a versão deslocada de $x(t)$ será muito diferente da versão não deslocada [12].

As transformadas de Fourier das funções de autocorrelação e correlação cruzada são chamadas de *espectro cruzado* e *autoespectro* e podem ser relacionadas aos espectros de $X(j\omega)$ e $Y(j\omega)$ por:

$$R_{xy}(\tau) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} S_{xy}(j\omega) \equiv X(j\omega) Y^*(j\omega), \quad (1.37)$$

$$R_{xx}(\tau) \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} S_{xx}(j\omega) \equiv X(j\omega) X^*(j\omega) = |X(j\omega)|^2, \quad (1.38)$$

em que o símbolo “ \equiv ” denota equivalência, no sentido que $X(j\omega) Y^*(j\omega)$ é uma boa estimativa para a TF de $R_{xy}(\tau)$. O termo “estimativa” está ligado ao fato de que tais funções são usadas em análise estatística de sinais, cujo aprofundamento pode ser buscado na referência [12].

1.2.5 Equação da onda

De acordo com o exposto na Seção 1.2.1 e na Figura 1.2, uma das características da onda sonora é a variação das quantidades pressão e velocidade de partícula com o tempo e o espaço. Por meio das leis da termodinâmica, da conservação da massa e da conservação da quantidade de movimento, é possível obter a equação da onda, que descreve como ocorre essa variação temporal e espacial da pressão sonora ou velocidade de partícula. A derivação completa dessa equação é apresentada em muitos textos, como nas referências [6, 14, 15]. Para pequenas perturbações (sons de pequenas amplitudes), a equação da onda linearizada é dada por:

$$\underbrace{\nabla^2 p(\vec{r}, t)}_A - \underbrace{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2}}_B = 0, \quad (1.39)$$

em que $p(\vec{r}, t)$ é o valor da pressão sonora em função da coordenada espacial $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ e da coordenada temporal t ; c é a velocidade do som no meio e ∇^2 é o Operador Laplaciano²⁶, que representa a variação espacial da pressão sonora (e pode ser dado em coordenadas cartesianas, esféricas ou cilíndricas, dependendo da geometria do problema que se deseja modelar). Em alguns textos o símbolo empregado para o Laplaciano é Δ . A variação temporal é expressa pelo termo “B” na Equação (1.39), à esquerda do sinal de igualdade.

De acordo com o exposto na Seção 1.2.4, é possível compor um sinal $p(\vec{r}, t)$ qualquer (para cada posição \vec{r}) pela soma ponderada de exponenciais complexas. Dessa forma, pode-se assumir que a pressão sonora é um sinal harmônico do tipo $p(\vec{r}, t) = \tilde{P}(\vec{r}, j\omega) e^{j\omega t}$. O problema é então resolvido para a única frequência $\omega = 2\pi f$ e o o *princípio da superposição* é aplicado para compor o sinal de pressão sonora com todas as frequências [16]. Inserida essa transformação na Equação (1.39), esta se torna a Equação de Helmholtz, dada por:

²⁶ O Operador Laplaciano em coordenadas cartesianas é dado por:

$$\nabla^2(\cdot) = \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial z^2}.$$

$$\nabla^2 \tilde{P}(\vec{r}, j\omega) + k^2 \tilde{P}(\vec{r}, j\omega) = 0, \quad (1.40)$$

em que $\tilde{P}(\vec{r}, j\omega)$ representa a amplitude complexa da pressão sonora na coordenada espacial \vec{r} para a frequência angular ω , e $k = \omega/c$ é o número de onda dado em $[\text{m}^{-1}]$. Pode-se dizer que a Equação (1.39) se encontra no domínio do tempo e que a Equação (1.40) se encontra no domínio da frequência.

Pressão sonora e velocidade de partícula são duas quantidades relacionadas pela Equação de Euler no domínio do tempo por: Pressão sonora e velocidade de partícula são duas quantidades relacionadas pela Equação de Euler no domínio do tempo por:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot p(\vec{r}, t), \quad (1.41)$$

em que $\vec{\nabla} \cdot p(\vec{r}, t)$ é o *gradiente de pressão sonora*²⁷. Note que, apesar de estar também usando o símbolo ∇ , o gradiente de pressão sonora é um vetor obtido a partir da primeira derivada espacial, enquanto o laplaciano é o produto escalar de dois gradientes e, por isso, é um escalar obtido da segunda derivada espacial. ρ é a densidade do meio. Caso os sinais sejam harmônicos, a velocidade de partícula pode ser escrita na forma

$$u(\vec{r}, t) = \vec{U}(\vec{r}, j\omega) e^{j\omega t}, \quad (1.42)$$

sendo \vec{U} também um valor complexo; logo, a Equação (1.41) torna-se:

$$j\omega\rho \vec{U}(\vec{r}, j\omega) = -\vec{\nabla} \cdot \tilde{P}(\vec{r}, j\omega), \quad (1.43)$$

dada no domínio da frequência. Em três dimensões (3D), pode-se escrever o espectro da velocidade de partícula como:

$$\vec{U}(\vec{r}, j\omega) = \tilde{U}_x(\vec{r}, j\omega)\hat{x} + \tilde{U}_y(\vec{r}, j\omega)\hat{y} + \tilde{U}_z(\vec{r}, j\omega)\hat{z}. \quad (1.44)$$

²⁷ Em coordenadas cartesianas, o gradiente de pressão é

$$\vec{\nabla} \cdot p(\vec{r}, t) = \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial z} \hat{z}.$$

1.2.6 Intensidade, potência sonora e impedância acústica

A pressão sonora é um escalar e a velocidade de partícula um vetor definido no espaço 3D com direções \hat{x} , \hat{y} e \hat{z} (em coordenadas cartesianas). A velocidade de partícula carrega a informação da direção em que a energia sonora se propaga. O produto da pressão sonora pela velocidade de partícula resulta na *intensidade acústica* (ou intensidade sonora), que descreve o fluxo de energia sonora através de uma área dS em metros quadrados [m^2] (Figura 1.10 [3]). O valor instantâneo da intensidade sonora, medida no ponto \vec{r} , é dado por:

$$\vec{I}(\vec{r}, t) = p(\vec{r}, t) \vec{u}(\vec{r}, t). \quad (1.45)$$

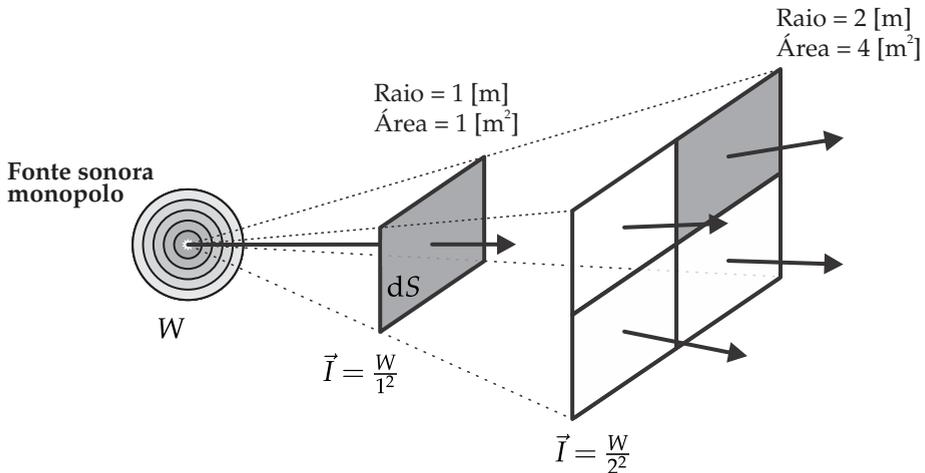


Figura 1.10 Diagrama relacionando intensidade acústica e potência sonora.

Se os sinais de pressão sonora e velocidade de partícula são harmônicos, é possível provar que o valor médio da intensidade sonora, para a frequência ω , é dado por:

$$\vec{I}(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \tilde{P}(\vec{r}, j\omega) \tilde{U}^*(\vec{r}, j\omega) \} \hat{r}, \quad (1.46)$$

em que $\tilde{U}^*(\vec{r}, j\omega)$ representa o complexo conjugado da velocidade de partícula que se propaga na direção \hat{r} . Note que, embora a Equação (1.46) use os valores complexos dos espectros de pressão e velocidade de

partícula, $\vec{I}(\vec{r}, \omega)$ é um vetor cuja norma é um número real. Note também que, como a intensidade é definida como o produto entre pressão e velocidade de partícula, sua unidade no SI é

$$\left[\text{Pa} \cdot \text{m/s} \right] = \left[\frac{\text{N}}{\text{s} \cdot \text{m}} \right] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right],$$

corroborando o fato de que a intensidade sonora é um fluxo de energia através de uma área. Dessa forma, a potência sonora pode ser definida pela Equação (1.47):

$$W = \int_S \vec{I} \cdot d\vec{S}, \quad (1.47)$$

dada em Watt [W], com \vec{I} sendo o vetor intensidade definido nos domínios do tempo ou frequência.

Outras quantidades importantes são a *impedância acústica* (Z_a) e a *impedância acústica específica* (Z_m). De forma simples, elas representam a dificuldade de propagação que um sistema oferece em decorrência de uma pressão acústica aplicada. Além disso, elas são definidas apenas no domínio da frequência²⁸. Há também a *impedância acústica característica* (Z_c), que será apresentada na Seção 1.2.7.

Analogamente à impedância elétrica, a impedância acústica pode ser representada por

$$Z = R_a + jX_a, \quad (1.48)$$

sendo R_a a parte real da impedância acústica, chamada de resistência acústica, e X_a a parte imaginária da impedância acústica, chamada de reatância acústica. Ao inverso da impedância acústica, $1/Z$, chamamos de admitância acústica.

Para calcular a *impedância acústica* (Z_a), é necessário apresentar a *velocidade de volume*

$$Q = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right) = \frac{dV}{dt}, \quad (1.49)$$

²⁸ Na realidade, existem outros tipos de domínios em que Z pode ser avaliado; restringiremo-nos ao domínio da frequência.

em que ΔV é a variação de volume que o fluido experimenta em um intervalo de tempo Δt . Ou seja, a velocidade de volume expressa o fluxo volumétrico de um fluido por unidade de tempo; logo, sua unidade é $[\text{m}^3/\text{s}]$. Em outras palavras, ela indica quantas partículas, por unidade de volume, movem-se por uma certa área em um certo tempo.

Analogamente à definição da impedância elétrica²⁹, a impedância acústica (em um SLIT) é a relação entre a pressão sonora aplicada e a velocidade de volume, e pode ser expressa por

$$Z_a(\vec{r}, j\omega) = \frac{\tilde{P}(\vec{r}, j\omega)}{Q(\vec{r}, j\omega)}, \quad (1.50)$$

em que Z_a é um número complexo que pode ser dependente da frequência e sua unidade $[\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^3]$ ou $[\text{Rayl}/\text{m}^2]$ (podendo ser encontrada também como “Ohm acústico” $[\Omega_{ac}]$). O dual da Equação (1.50) no domínio do tempo seria

$$p(\vec{r}, t) = q(\vec{r}, t) * z_a(\vec{r}, t), \quad (1.51)$$

em que o símbolo $*$ denota a operação de convolução.

A *impedância acústica específica* (Z_m) é a razão entre as amplitudes complexas da pressão sonora e da velocidade de partícula em uma dada direção. Por exemplo, para a estimativa no ponto \vec{r} , na frequência ω e na direção \hat{x} , usa-se:

$$Z_m(\vec{r}, j\omega) = Z_x(\vec{r}, j\omega) = \frac{\tilde{P}(\vec{r}, j\omega)}{\tilde{U}_x(\vec{r}, j\omega)}. \quad (1.52)$$

Logo, a impedância acústica específica nas outras direções é definida de maneira análoga à Equação (1.52), ao se utilizar as velocidades de partícula nas outras direções, e sua unidade é $[\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}]$ ou $[\text{Rayl}]$.

²⁹ A impedância elétrica é obtida da razão entre tensão elétrica e corrente elétrica. A corrente elétrica, por sua vez, é o fluxo de carga por unidade de tempo ou a quantidade de elétrons fluindo por um circuito por unidade de tempo. Dessa forma, para definir a impedância acústica, é feita uma analogia entre corrente elétrica e velocidade de volume e entre tensão elétrica e pressão sonora.

1.2.7 Onda sonora em campo livre

Uma situação comumente encontrada em acústica é a de uma onda sonora se propagando livre da interferência de obstáculos e paredes. Nesse caso, o sinal recebido pelo receptor deve-se somente ao som direto emitido pela fonte (sem reverberação ou eco). Tal situação é conhecida como campo livre e, embora não seja a situação corriqueira em uma sala, ela deve ser compreendida. É comum, em uma sala, que o campo acústico possa ser formado pela soma de diversas frentes de onda se propagando em campo livre (até que a onda atinja uma superfície). Este é o caso, por exemplo, das considerações feitas na acústica geométrica (Capítulo 5). Na Figura 1.11, dois tipos de frentes de onda comumente estudadas são ilustradas; elas estão se propagando em campo livre.

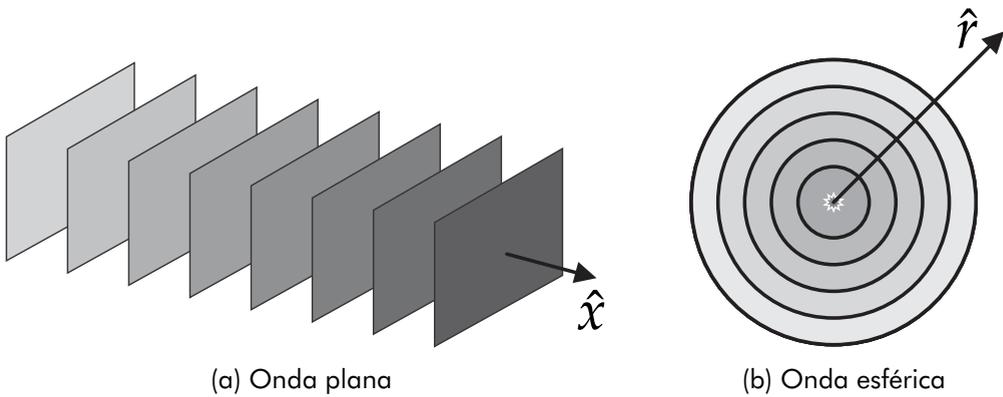


Figura 1.11 Dois tipos de frentes de onda se propagando em campo livre.

Na Figura 1.11 (a), uma frente de onda plana é mostrada. Nesse caso, assume-se que as variáveis acústicas (pressão sonora e velocidade de partícula) são constantes ao longo de um plano e, portanto, só variam com o tempo e com uma coordenada espacial (ao longo da direção \hat{x} , nesse caso)³⁰. Para um sinal harmônico de pressão sonora se propagando em um meio com densidade ρ e velocidade do som c , a solução da equação da onda em coordenadas cartesianas é dada por:

³⁰ Note que as quantidades acústicas podem ser constantes ao longo de qualquer plano no espaço e, portanto, podem ser variáveis ao longo de um vetor $\hat{x} + 0,5\hat{y}$, por exemplo.

$$p(\vec{x}, t) = \tilde{A} e^{-jkx} e^{j\omega t}, \quad (1.53)$$

em que \tilde{A} é a amplitude complexa da fonte, o termo e^{-jkx} expressa a variação espacial da amplitude complexa do sinal de pressão sonora e o termo $e^{j\omega t}$ expressa a variação temporal da pressão sonora. Note que a magnitude da amplitude complexa varia entre 0 e $|\tilde{A}|$ e, portanto, o valor RMS do sinal de pressão não varia à medida que se avança ao longo da variável espacial. Isso faz com que não se perceba nenhuma diminuição ou aumento do volume sonoro ao longo da direção espacial \hat{x} . A velocidade de partícula pode ser obtida por meio da Equação (1.41). Como as derivadas espaciais da pressão sonora com respeito às direções \hat{y} e \hat{z} são nulas, pode-se notar que $u_y(\vec{r}, t) = u_z(\vec{r}, t) = 0$. Assim, para a direção \hat{x} , a velocidade de partícula é:

$$u_x(\vec{r}, t) = \frac{\tilde{A}}{\rho c} e^{-jkx} e^{j\omega t}, \quad (1.54)$$

cuja amplitude complexa é $\tilde{A}/\rho c \cdot e^{-jkx}$. Dessa forma, pode-se definir o que se chama de *impedância acústica característica*,

$$Z_c = \rho c, \quad (1.55)$$

que é a razão entre pressão sonora e velocidade de partícula de uma onda plana em campo livre, com unidade [Pa·s/m] ou [Rayl]. Z_c pode ser encontrado também como *impedância acústica de um meio* e pode ser obtida a partir da Equação (1.52) para o caso em que a pressão sonora e a velocidade de partícula estão em fase.

No centro da Figura 1.11 (b) uma fonte emite energia sonora com uma distribuição espacial uniforme, de forma que uma frente de onda esférica é formada. Tais fontes são chamadas de monopolos e têm uma radiação chamada de omnidirecional. Nesse caso, assume-se que as variáveis acústicas (pressão sonora e velocidade de partícula) são constantes ao longo da área de uma esfera de raio r , cujo centro é a fonte sonora.

Para um sinal harmônico de pressão sonora se propagando em um meio com densidade ρ e velocidade do som c , a solução da equação da onda, em coordenadas esféricas, é dada por³¹:

$$p(\vec{r}, t) = \tilde{A} \frac{e^{-jkr}}{r} e^{j\omega t}, \quad (1.56)$$

em que \tilde{A} é a amplitude complexa da fonte e r é a distância entre fonte e receptor. O termo $\frac{e^{-jkr}}{r}$ expressa a variação espacial da pressão sonora, e o termo $e^{j\omega t}$, a variação temporal. A amplitude complexa do sinal de pressão medida em um ponto a r [m] da fonte é então $\tilde{A} \frac{e^{-jkr}}{r}$. Essa amplitude complexa tem magnitude $|\tilde{A}|/r$, o que implica que, à medida que a distância entre fonte receptor aumenta, existe uma diminuição do valor RMS da pressão sonora, o que equivale a uma diminuição da sensação de volume sonoro. Intuitivamente, sabe-se que esse é um caso mais realista, já que sentimos essa diminuição do volume sonoro à medida que nos afastamos de uma fonte sonora (p. ex. alto-falante, um interlocutor, um carro etc.). À medida que se dobra a distância entre a fonte omnidirecional e o receptor (em campo livre), a magnitude da pressão sonora cai pela metade.

A velocidade de partícula pode ser obtida por meio da Equação (1.41). Como a onda é perfeitamente esférica, apenas a derivada espacial da pressão com respeito à direção \hat{r} será não nula. A velocidade de partícula nessa direção é:

$$u_r(\vec{r}, t) = \frac{\tilde{A}}{\rho c} \left(\frac{1 + jkr}{jkr} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} e^{j\omega t}. \quad (1.57)$$

A impedância característica para uma onda esférica em campo livre é:

$$Z_c = \rho c \left(\frac{jkr}{1 + jkr} \right), \quad (1.58)$$

sendo que para $kr \gg 1$ (altas frequências e/ou grandes distâncias entre fonte e receptor), $Z_c \approx \rho c$, ou seja, para $kr \gg 1$, a onda esférica em campo livre tem propriedades muito semelhantes às de uma onda

³¹ Essa solução da equação da onda é diferente do caso da onda plana devido à simetria esférica do problema, que altera o Laplaciano da equação da onda e, portanto, altera a equação diferencial que se deve solucionar.

plana em campo livre. O valor $kr \gg 1$ significa que a frequência e/ou a distância entre fonte e sensor devem ser altas o suficiente para que a igualdade se estabeleça.

1.2.8 Energia e densidade de energia acústica

As variações temporais e espaciais da energia e/ou densidade de energia acústica são de suma importância na caracterização da propagação sonora em recintos fechados. Em uma dada posição \vec{r} , sujeita à passagem de uma onda sonora, existe, associado ao movimento de porções de fluido, uma energia cinética instantânea dada por:

$$E_c(t) = \frac{1}{2} \rho V_0 u^2(t), \quad (1.59)$$

em que V_0 é o volume em torno do ponto \vec{r} e $u^2(t)$ é o quadrado do valor instantâneo do sinal de velocidade de partícula no ponto \vec{r} . Devido à elasticidade do fluido, existe também uma energia potencial instantânea associada à compressão e rarefação do fluido, que é:

$$E_p(t) = \frac{1}{2} \frac{V_0}{\rho c^2} p^2(t), \quad (1.60)$$

em que $p^2(t)$ é o quadrado do valor instantâneo do sinal de pressão sonora no ponto \vec{r} .

A energia acústica instantânea total é a soma das energias cinética e potencial $E(t) = E_c(t) + E_p(t)$. Estamos interessados também na densidade de energia acústica, $\rho_E(t)$, que é a energia acústica por unidade de volume. Assim, dividindo as energias cinética e potencial pelo volume V_0 , tem-se que a densidade de energia instantânea total é:

$$\rho_E(t) = \frac{1}{2} \rho \left[u^2(t) + \frac{p^2(t)}{(\rho c)^2} \right]. \quad (1.61)$$

Como comentado na Seção 1.2.6, é comum, em uma sala, que o campo acústico possa ser formado pela soma de diversas frentes de onda plana se propagando em campo livre. Como nesse caso tem-se que $u(t) = p(t)/(\rho c)$, a densidade de energia instantânea se torna:

$$\rho_E(t) = \frac{p^2(t)}{\rho c^2}. \quad (1.62)$$

Se o sinal de pressão sonora pode ser considerado um sinal harmônico, é possível demonstrar que o valor médio (Equação (1.32)) da densidade de energia se torna:

$$\bar{\rho}_E = \frac{|\tilde{P}(j\omega)|^2}{2 \rho c^2} = \frac{p_{\text{RMS}}^2}{2 \rho c^2}. \quad (1.63)$$

1.2.9 NPS, NIS e NWS

Como colocado na Seção 1.1, a faixa de valores entre o limite inferior de percepção da pressão sonora e o limite superior, antes da dor, é de cerca de 10 trilhões de vezes. Essa variação numérica é tão grande que é fácil perder o senso de que valores representam um alto volume sonoro, que valores representam um volume adequado e que valores indicam um baixo volume sonoro. Além disso, nossa percepção de volume sonoro não é linear, mas logarítmica (Figura 1.1) [4]. Adicionalmente, a audição humana não tem uma resolução temporal infinita, o que significa que não detectamos mudanças muito súbitas na amplitude de um sinal acústico. O ouvido humano tende a integrar sons cujos intervalos são muito próximos. Um exemplo disso é que, ao ouvir um sinal senoidal ou cossenoidal, como o da Figura 1.5, o ouvido não percebe a flutuação entre a amplitude máxima e a amplitude mínima, mas sim um volume constante.

Tais fatos levaram à definição do Nível de Pressão Sonora (NPS), uma grandeza logarítmica que leva em conta o valor médio quadrático (RMS) da pressão sonora e o limiar da audição em 1000 [Hz], que é utilizado como pressão de referência $P_{\text{ref.}} = p_0 = 20 \cdot 10^{-5}$ [Pa] ou 20 [μPa] [4]. Dessa forma, o NPS é dado por:

$$\text{NPS} = 10 \log \left(\frac{p_{\text{RMS}}}{20 \mu\text{Pa}} \right)^2 \text{ dB [Pa ref. } 20 \mu\text{Pa]}. \quad (1.64)$$

Para uma onda esférica em campo livre, é possível notar que o NPS decairá de 6 [dB] ao dobrar a distância entre fonte e receptor. Isso implica que se um receptor está a 1 [m] de uma fonte e recebe 80 [dB], por exemplo, ao dobrar a distância para 2 [m] o NPS recebido será de 74 [dB]. Dobrando a distância novamente, para 4 [m], o NPS recebido será de 68 [dB] e assim por diante. Em uma sala, a queda no NPS com a distância tende a ser menor, visto que há a presença das reflexões (não estamos em campo livre).

Similarmente à Equação (1.64), pode-se definir o Nível de Intensidade Sonora (NIS) e o Nível de Potência Sonora (NWS), dados respectivamente por:

$$\text{NIS} = 10 \log \left(\frac{\bar{I}}{10^{-12}} \right) \text{ dB [W/m}^2 \text{ ref. 1 pW/m}^2] \quad (1.65)$$

e

$$\text{NWS} = 10 \log \left(\frac{\bar{W}}{10^{-12}} \right) \text{ dB [W ref. 1 pW]}. \quad (1.66)$$

Existe ainda o Nível de Velocidade de Partícula (NVP) que segue a mesma topologia mostrada acima (com $u_0 = 5 \cdot 10^{-8}$ m/s), muito embora seja pouco utilizado. As operações matemáticas com o NPS (e com o NIS e NWS) serão discutidas na Seção 1.2.11.

1.2.10 Interferência entre sinais

Existem inúmeras situações em acústica nas quais a interferência entre duas (ou mais) frentes de onda ou sinais acontecem. Exemplos desse tipo de situação são:

- (i) Quando os sinais dos canais de uma mesa de som são somados e enviados para a saída dela (mixagem de áudio);
- (ii) Quando dois ou mais alto-falantes radiam uma onda sonora em uma sala. Nesse caso o ouvinte receberá o resultado da interferência entre as frentes de onda produzidas por cada um dos alto-falantes;

- (iii) Em uma sala o ouvinte recebe o som direto da fonte e as reflexões nas diversas superfícies da sala, e o sinal percebido pelo ouvinte será o resultado da interferência entre o som direto e as reflexões.

Parece, então, que ser capaz de calcular o resultado da interferência entre dois ou mais sinais é de suma importância e isso será explorado nesta seção.

Imaginemos que um receptor em um ambiente está sujeito ao som direto de uma fonte impulsiva e apenas uma reflexão. O sinal recebido será:

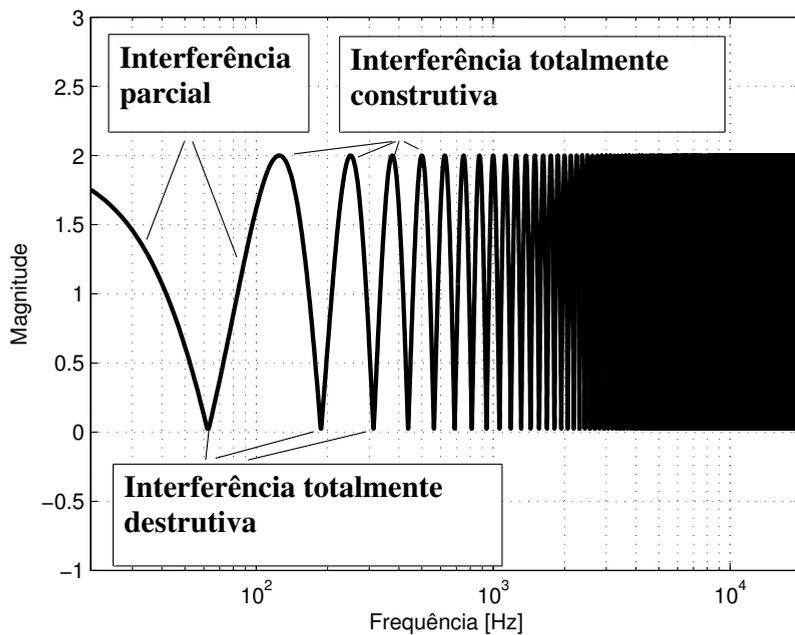
$$x(t) = \delta(t) + \delta(t - t_0), \quad (1.67)$$

em que $\delta(t)$ representa o sinal do som direto impulsivo e $\delta(t - t_0)$ sua reflexão com mesma amplitude. Tal reflexão atinge o ouvinte após t_0 [s]. De acordo com as Equações (1.28) e (1.29) a TF desse sinal será:

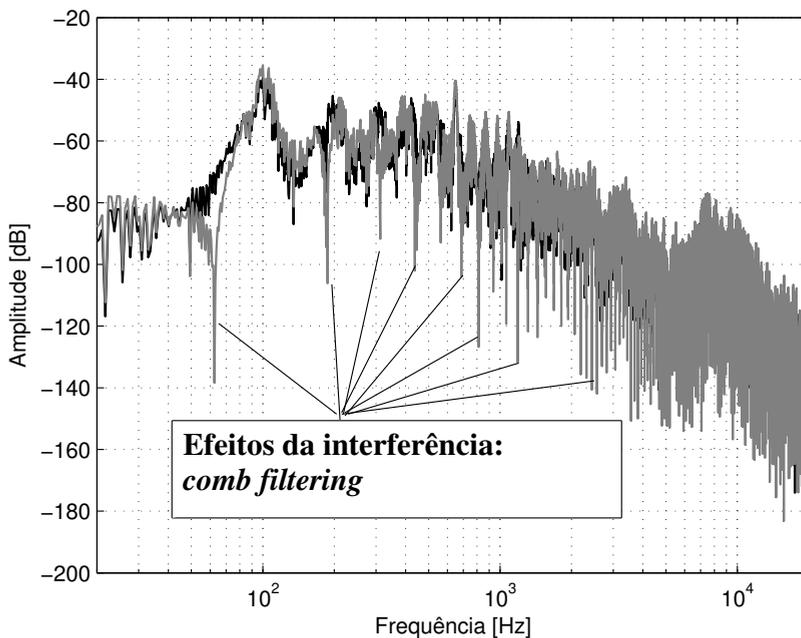
$$X(j\omega) = 1 + e^{-j\omega t_0}, \quad (1.68)$$

cuja magnitude é mostrada na Figura 1.12 (a). Note que, embora o espectro de um sinal impulsivo seja constante com a frequência (Figura 1.7), o espectro do impulso somado a sua reflexão não o é. De fato, existe uma série de frequências para as quais a magnitude é mínima. Para essas frequências, existe o que se chama de interferência totalmente destrutiva entre o som direto e sua reflexão. Note também que, à medida que a frequência aumenta, existem mais e mais desses mínimos na magnitude. Existe também uma outra série de frequências para as quais a magnitude é máxima. Entre os máximos e mínimos na magnitude existem interferências parcialmente destrutivas (quando a magnitude é menor que 1) e/ou parcialmente construtivas (quando a magnitude é maior que 1). A magnitude evolui até um máximo de 2 e diminui novamente. Quando a magnitude atinge seu máximo, diz-se que há interferência totalmente construtiva, ver Figura 1.12 (a). O formato da curva lembra o formato de um pente, onde os dentes são os mínimos, e por isso esse fenômeno é chamado de *comb filtering*³².

³² O termo para pente em inglês é *comb*.



(a) Dois impulsos espaçados no tempo



(b) Sinal de voz e sua reflexão

Figura 1.12 Espectros da interferência entre dois sinais.

Na Figura 1.12 (b) são mostrados os espectros de um sinal de fala (curva preta) e de um sinal de fala sofrendo a interferência de sua reflexão (curva cinza). Os efeitos do *comb filtering* podem ser observados facilmente na curva cinza. Os efeitos dessa reflexão podem ser os mais diversos e dependem da amplitude da reflexão e do tempo que decorre entre o som direto e a reflexão. Atrasos muito grandes tendem a fazer com que percebamos dois sons distintos, o que chamamos de eco. Esses efeitos serão discutidos com mais profundidade no Capítulo 7. Reflexões de menor amplitude tendem a reduzir produzir um padrão de interferências menos pronunciado.

Mas o que causa esse padrão de interferências? Primeiro, do ponto de vista matemático, a interferência entre dois sinais nada mais é que a soma algébrica dos mesmos (nos domínios do tempo e frequência). Para uma maior compreensão matemática, pode-se também avaliar o que acontece com sinais cossenoidais com uma frequência f_0 . Imagine então que um receptor estará sujeito a dois sinais cossenoidais $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Para simplificar a análise, ambos os sinais terão amplitude máxima de 1. A fase de $x_1(t)$ será sempre nula e a fase de $x_2(t)$ pode variar. Assim, esses sinais podem ser escritos, nos domínios do tempo e frequência, como:

$$x_1(t) = \mathbb{R}e\left\{1 e^{j\omega_0 t}\right\} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} |1| e^{j0}$$

e

$$x_2(t) = \mathbb{R}e\left\{1 e^{j\phi} e^{j\omega_0 t}\right\} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} |1| e^{j\phi} .$$

A Figura 1.13 (a) mostra dois sinais cossenoidais com mesma magnitude e fase, com $x_2(t) = x_1(t)$. Um receptor que recebe esses dois sinais ouvirá o resultado da interferência entre ambos. Como ambos são iguais, a onda resultante é uma interferência totalmente construtiva. É fácil observar que as amplitudes das ondas se somarão perfeitamente ao somar as curvas da Figura 1.13 (a). A curva resultante de interferência dada na Figura 1.13 (b) pode ser matematicamente escrita, no domínio do tempo, como:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \Re\{1 e^{j\omega_0 t}\} + \Re\{1 e^{j\omega_0 t}\} = \Re\{2 e^{j\omega_0 t}\},$$

e no domínio da frequência como:

$$X(j\omega) = X_1(j\omega) + X_2(j\omega) = |1| e^{j0} + |1| e^{j0} = |2| e^{j0}.$$

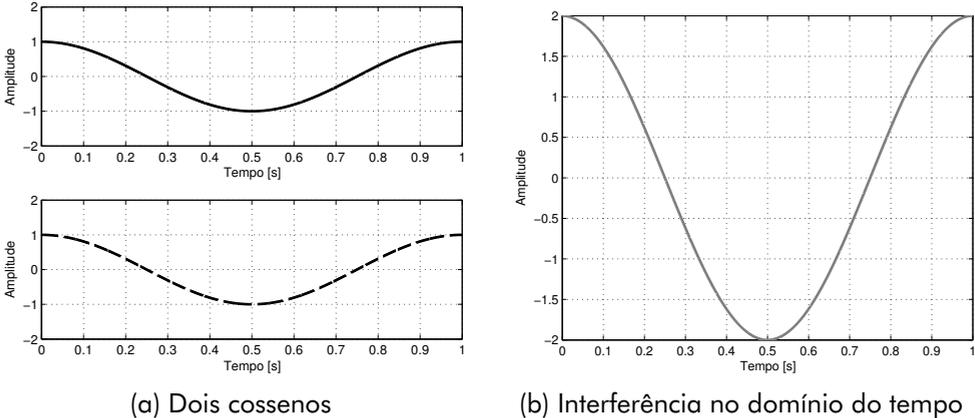


Figura 1.13 Interferência entre dois cossenos defasados de $0 [^\circ]$.

A Figura 1.14 (b) mostra o resultado da interferência entre dois sinais cossenoidais com a mesma magnitude, mas fases de 0 e π [rad], respectivamente. É fácil notar, na Figura 1.14 (a), que os sinais são opostos, ou seja, $x_2(t) = -x_1(t)$. Dessa forma, a onda resultante é uma interferência totalmente destrutiva entre os sinais, sendo fácil observar que a amplitude da onda resultante é nula. A um leitor iniciante isso pode parecer bastante curioso, já que somar dois sons resulta, nesse caso, em nenhum som. No entanto, é exatamente dessa forma que ondas se comportam. Matematicamente a interferência pode ser escrita, no domínio do tempo, como:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \Re\{1 e^{j\omega_0 t}\} + \Re\{1 e^{j\pi} e^{j\omega_0 t}\} = 0,$$

e no domínio da frequência como:

$$X(j\omega) = |1| e^{j0} + |1| e^{j\pi} = 0.$$

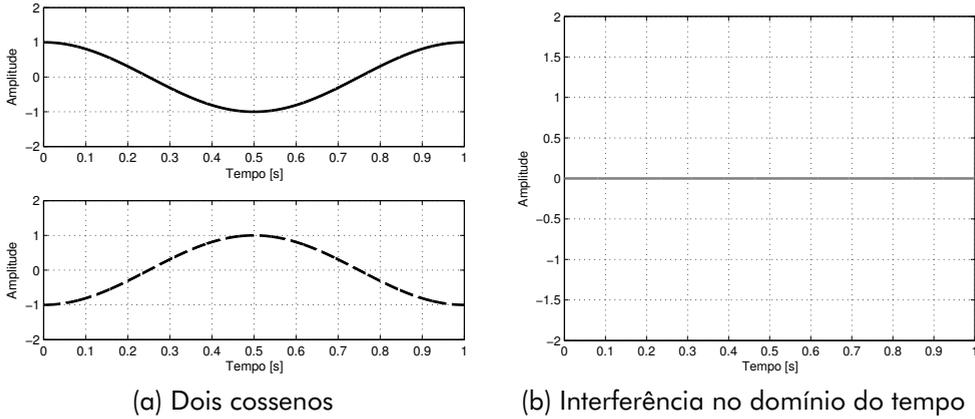


Figura 1.14 Interferência entre dois cossenos defasados de $180 [^\circ]$.

A Figura 1.15 (b) mostra o resultado da interferência entre dois sinais cossenoidais com a mesma magnitude, mas fases de 0 e $\pi/4$ [rad], respectivamente. Nota-se na Figura 1.15 (a) que os sinais não são nem totalmente opostos nem os idênticos. Ao somarem-se os gráficos da Figura 1.15 (a), nota-se que a onda resultante apresenta uma amplitude máxima maior do que 1 e menor do que 2, o que se chama de interferência parcialmente construtiva. Matematicamente, a interferência pode ser escrita, no domínio do tempo, como:

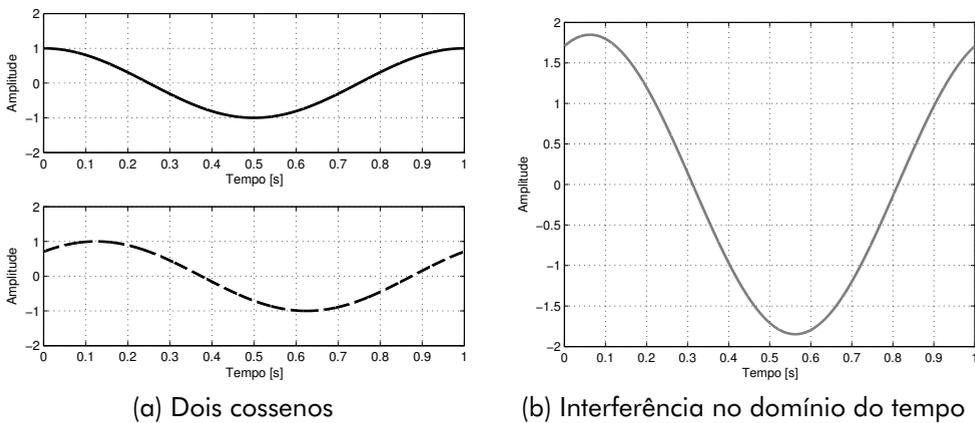


Figura 1.15 Interferência entre dois cossenos defasados de $45 [^\circ]$.

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \operatorname{Re}\{1 e^{j\omega_0 t}\} + \operatorname{Re}\{1 e^{j\pi/4} e^{j\omega_0 t}\}$$

$$x(t) = \operatorname{Re}\{1.85 e^{j\pi/8} e^{j\omega_0 t}\},$$

e no domínio da frequência como:

$$X(j\omega) = |1| e^{j0} + |1| e^{j\pi/4} = 1 + 0.707 + j 0.707 = 1.85 e^{j\pi/8}.$$

Note que a magnitude 1.85 equivale ao valor máximo do cosseno na Figura 1.15 (b) e que a fase $\pi/8$ equivale ao deslocamento de 1/16 de período do cosseno resultante.

A Figura 1.16 (b) mostra o resultado da interferência entre dois sinais cossenoidais com a mesma magnitude, mas fases de 0 e $5\pi/6$ [rad], respectivamente. Nota-se na Figura 1.16 (a) que os sinais não são nem totalmente opostos nem os idênticos. Ao somarem-se os gráficos da Figura 1.16 (a), nota-se que a onda resultante exibe uma amplitude máxima menor do que 1 e maior do que 0, o que se chama de interferência parcialmente destrutiva. Matematicamente a interferência pode ser escrita, no domínio do tempo, como:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \operatorname{Re}\{1 e^{j\omega_0 t}\} + \operatorname{Re}\{1 e^{j5\pi/6} e^{j\omega_0 t}\}$$

$$x(t) = \operatorname{Re}\{0.52 e^{j5\pi/12} e^{j\omega_0 t}\},$$

e no domínio da frequência como:

$$X(j\omega) = |1| e^{j0} + |1| e^{j5\pi/6} = 1 - 0.866 + j 0.50 = 0.52 e^{j5\pi/12}.$$

Note que a magnitude 0.52 equivale ao valor máximo do cosseno na Figura 1.16 (b) e que a fase $5\pi/12$ equivale ao deslocamento parcial de período do cosseno resultante.

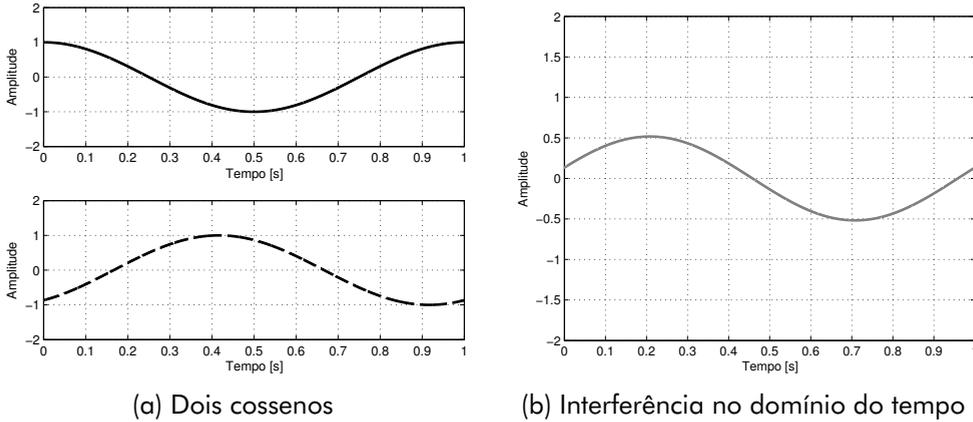


Figura 1.16 Interferência entre dois cossenos defasados de 150° .

Nesse ponto o leitor deve esperar que a soma de senos e cossenos pode resultar em um valor maior que 1 (interferência construtiva) ou menor que 1 (interferência destrutiva). O exemplo a seguir mostra que o resultado da soma pode ser exatamente 1. A Figura 1.17 (b) mostra o resultado da interferência entre dois sinais cossenoidais com a mesma magnitude, mas fases de 0 e $2\pi/3$ [rad], respectivamente. Nota-se na Figura 1.17 (a) que os sinais não nem são totalmente opostos nem idênticos. Ao somarem-se os gráficos da Figura 1.17 (a), nota-se que a onda resultante tem exatamente a mesma amplitude das ondas originais; a diferença está toda contida na fase. Matematicamente a interferência pode ser escrita, no domínio do tempo, como:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \Re\{1 e^{j\omega_0 t}\} + \Re\{1 e^{j2\pi/3} e^{j\omega_0 t}\}$$

$$x(t) = \Re\{1 e^{j2\pi/6} e^{j\omega_0 t}\},$$

e no domínio da frequência como:

$$X(j\omega) = |1| e^{j0} + |1| e^{j2\pi/3} = 1 - 0.50 + j 0.866 = 1 e^{j2\pi/6}.$$

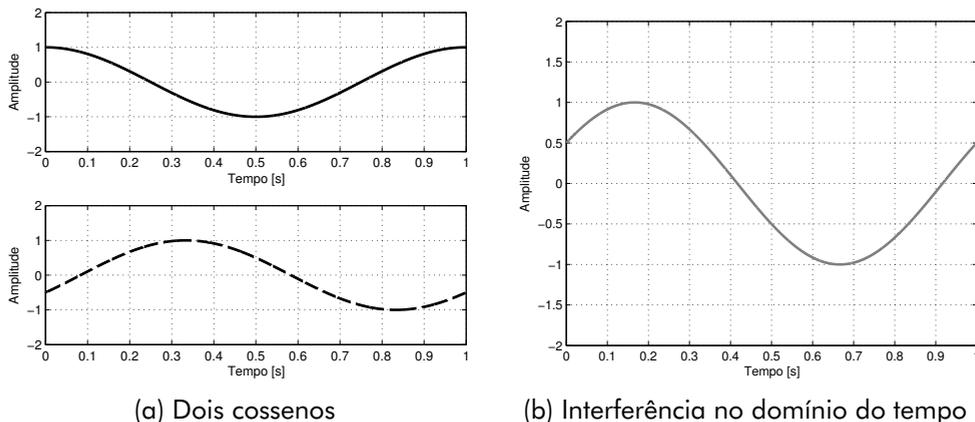


Figura 1.17 Interferência entre dois cossenos defasados de $120 [^\circ]$.

A análise feita por meio desses exemplos permite algumas conclusões relevantes:

- O resultado da interferência entre dois ou mais sinais depende das magnitudes e das fases de cada componente de frequência dos sinais originais. A soma de duas funções cossenoidais não resultará necessariamente no dobro da amplitude, já que o resultado também depende da fase relativa entre os cossenos.
- Na análise dos sinais cossenoidais, pode-se gerar os gráficos de cada cosseno e somá-los para observar a amplitude e fase do cosseno resultante. No entanto, é muito mais fácil somar a amplitude complexa de cada cosseno, o que resultará em um terceiro número complexo que representa a magnitude e fase da onda resultante. Isso corrobora o fato de que números complexos representam uma notação poderosa.
- Como podemos compor um sinal complexo por meio da soma ponderada de senos e cossenos, o resultado da interferência de um sinal qualquer pode ser obtido somando-se as amplitudes complexas de cada componente de frequência dos sinais originais.

1.2.11 Operações com os NPS, NIS e NWS

Imagine que duas fontes sonoras possam radiar energia sonora em um ambiente. A fonte 1 radia um sinal $p_1(t)$ e a fonte 2, um sinal $p_2(t)$, que são captados pelo receptor. Caso a fonte 2 esteja desligada, o NPS medido pelo receptor será composto apenas pelo sinal $p_1(t)$, e será dado por:

$$\text{NPS}_1 = 10 \log \left(\frac{p_{1\text{RMS}}}{20 \mu\text{Pa}} \right)^2,$$

em que $p_{1\text{RMS}}$ é o valor RMS do sinal $p_1(t)$. Similarmente, se a fonte 1 for desligada e a fonte 2 ligada, o NPS medido pelo receptor será composto apenas pelo sinal $p_2(t)$, e será dado por:

$$\text{NPS}_2 = 10 \log \left(\frac{p_{2\text{RMS}}}{20 \mu\text{Pa}} \right)^2.$$

A rigor, quando as duas fontes estiverem ligadas, o receptor receberá o resultado da interferência acústica entre os sinais $p_1(t)$ e $p_2(t)$. Logo, o sinal recebido será $p(t) = p_1(t) + p_2(t)$, cujo valor RMS é p_{RMS} e o NPS sonora resultante da interferência das duas fontes será:

$$\text{NPS} = 10 \log \left(\frac{p_{\text{RMS}}}{20 \mu\text{Pa}} \right)^2.$$

Uma aproximação para esse cenário é o cálculo do NPS resultante a partir da medição de NPS_1 e NPS_2 . Nesse caso, ao se medir NPS_1 e NPS_2 , deve-se primeiro obter $p_{1\text{RMS}}$ e $p_{2\text{RMS}}$ usando a Equação (1.64). Os valores RMS são somados e o NPS resultante é calculado a partir da soma dos valores RMS 1 e 2. Tal procedimento resulta em:

$$\text{NPS} \approx 10 \log \left(\frac{p_{1\text{RMS}} + p_{2\text{RMS}}}{20 \mu\text{Pa}} \right)^2,$$

em que $p_{1\text{RMS}} = 20 [\mu\text{Pa}] 10^{\text{NPS}_1/10}$, por exemplo.

Note, no entanto, que ao somar os valores RMS produzidos pelas fontes 1 e 2, o resultado da interferência sonora é apenas aproximado.

Essa aproximação é precisa quando consideramos fontes não coerentes (p. ex. duas máquinas bem diferentes em uma planta industrial, dois carros em uma rodovia etc.). Quando fontes coerentes são usadas, o correto é calcular a interferência, tomar o valor RMS do resultado e então calcular o NPS. As mesmas observações são válidas para o NIS e para o NWS.

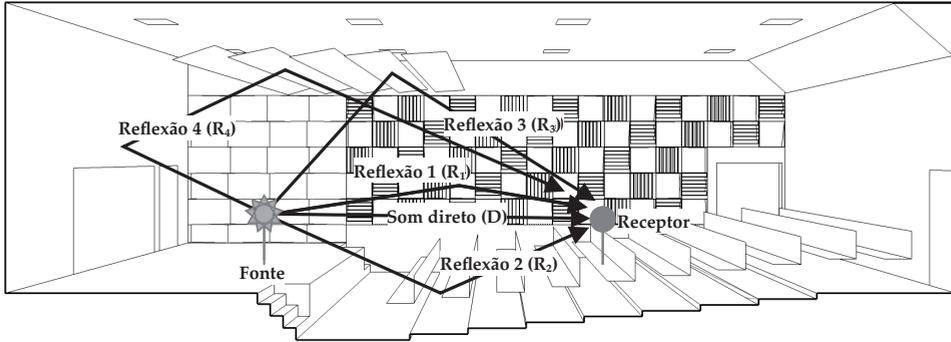
1.3 O problema da acústica de salas

Este capítulo se iniciou com duas perguntas: do que trata a acústica de salas? E que conhecimentos prévios são necessários nesse estudo? As Seções 1.1 e 1.2 estabeleceram uma série de conhecimentos que se deve dominar para resolver problemas típicos de acústica de salas, como calcular o campo acústico em um recinto, calcular o valor de parâmetros acústicos (como tempo de reverberação), projetar dispositivos de controle acústico e fazer um projeto adequado de um ambiente. Mas e quanto à primeira pergunta? Quais são as peculiaridades e dificuldades envolvidas na disciplina de acústica de salas?

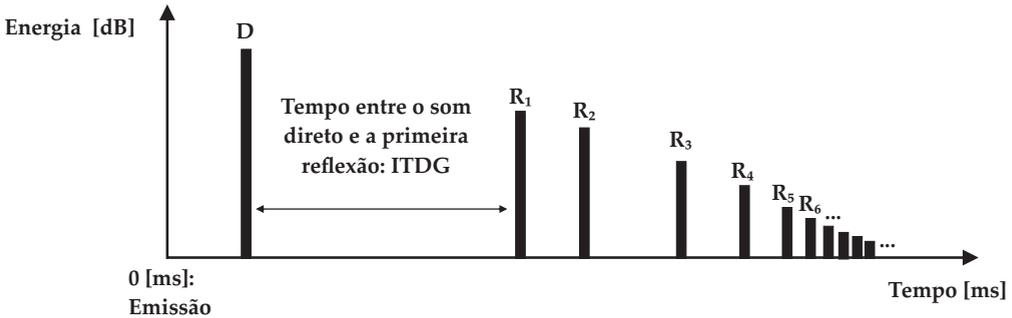
Como comentado anteriormente, a acústica de salas é uma mistura entre teoria e prática e trata o problema de como o som se propaga em um ambiente (p. ex., salas de concertos, salas de aula, estúdio de gravação etc.). De fato, estamos interessados na representação tempo-espaço-frequência dos sinais sonoros que se propagam no interior de um ambiente e também em controlar a propagação das ondas nesse ambiente, de forma que ele se torne acusticamente adequado ao seu uso principal.

Mas por que o interesse na representação tempo-espaço-frequência? A palavra “tempo” diz respeito a como a pressão sonora se comporta na sala em função da variável independente, tempo, para uma determinada configuração fonte-receptor. Para uma fonte emitindo um impulso, a Figura 1.18 expressa, por exemplo, qual a energia e em que instantes de tempo o som direto e algumas reflexões atingem o ouvinte na sala. O número de reflexões é bastante alto e, em geral, o número de reflexões aumenta à medida que o tempo passa. A energia de cada reflexão, por outro lado, diminui devido à absorção sonora. Essa caracterização é importante porque a definição de como o som cresce, mantém-se ou decai com o tempo define qual a nossa percepção acústica de um ambiente.

É possível, de fato, estudar de que forma alguns parâmetros do gráfico de distribuição temporal da energia sonora afetam nossa percepção subjetiva do ambiente.



(a) Raios sonoros



(b) Distribuição temporal da energia

Figura 1.18 Distribuição temporal da energia sonora para uma configuração entre fonte impulsiva e ouvinte.

De acordo com o exposto na Seção 1.2, a distribuição temporal do som dentro de uma sala está ligada à resposta em frequência da mesma. A ligação entre os domínios do tempo e frequência é expressa pelo par de transformadas de Fourier. O objetivo da acústica de salas é projetar ambientes com uma resposta temporal e em frequência adequada e equilibrada. Uma sala tratada apenas com materiais porosos (espumas), por exemplo, tenderá a ter uma resposta em frequência deficiente, já que tais

materiais têm características de absorção acentuadas nas altas frequências (ver Capítulo 2). O que acontece nesse caso é que a sala tenderá a ter um excesso de energia nas baixas frequências, já que estas não são absorvidas, e uma quantidade reduzida de energia acústica nas altas frequências. Tal desequilíbrio não é desejado e compromete a experiência dos ouvintes.

A equação de um bom projeto acústico para um ambiente se complica ainda mais devido à variável “espaço”. Isso acontece porque a resposta temporal de uma sala (e portanto também a espectral) é função da variável independente espacial. Mais especificamente, é função das inúmeras possibilidades de arranjos: fonte-receptor. Note na Figura 1.18 que se fonte e/ou receptor se movem na sala, as distâncias entre eles e as diversas superfícies da sala mudam, o que altera a distribuição temporal da pressão sonora. A Figura 1.19 mostra como o nível de pressão sonora (NPS) varia em uma sala para uma determinada frequência. Assim como a pressão sonora varia com a posição do arranjo fonte-receptor, outros parâmetros acústicos, como o tempo de reverberação, também podem variar (Capítulo 6). O que se deseja em um bom projeto acústico, na maior parte dos casos, é que, além de se terem parâmetros acústicos dentro de determinados limites aceitáveis, que eles sejam o mais uniformes possível dentro do ambiente. Do contrário, um ouvinte localizado no centro da sala poderia ser muito privilegiado em relação a um ouvinte sentado próximo às paredes. Deseja-se então tanta uniformidade quanto possível, já que uma distribuição sonora (e da qualidade acústica) uniforme é desejada.

Além das três dimensões (tempo, frequência e espaço), existe uma quarta dimensão com a qual se deve preocupar. Essa é a dimensão cognitiva e está ligada ao fato de como todas as dimensões objetivas (tempo-espaço-frequência) alteram a experiência subjetiva do ouvinte. Para a realização de um bom projeto acústico, é preciso então criar formas de tentar estimar a experiência subjetiva através de uma métrica objetiva (um número como o tempo de reverberação, por exemplo, Capítulo 7). Como a dimensão cognitiva é bastante complexa e possui diversas nuances, uma série de parâmetros será mostrada, cada qual responsável por mensurar um aspecto de nossa percepção subjetiva (p. ex., percepção espacial, inteligibilidade, sensação de volume sonoro etc.).

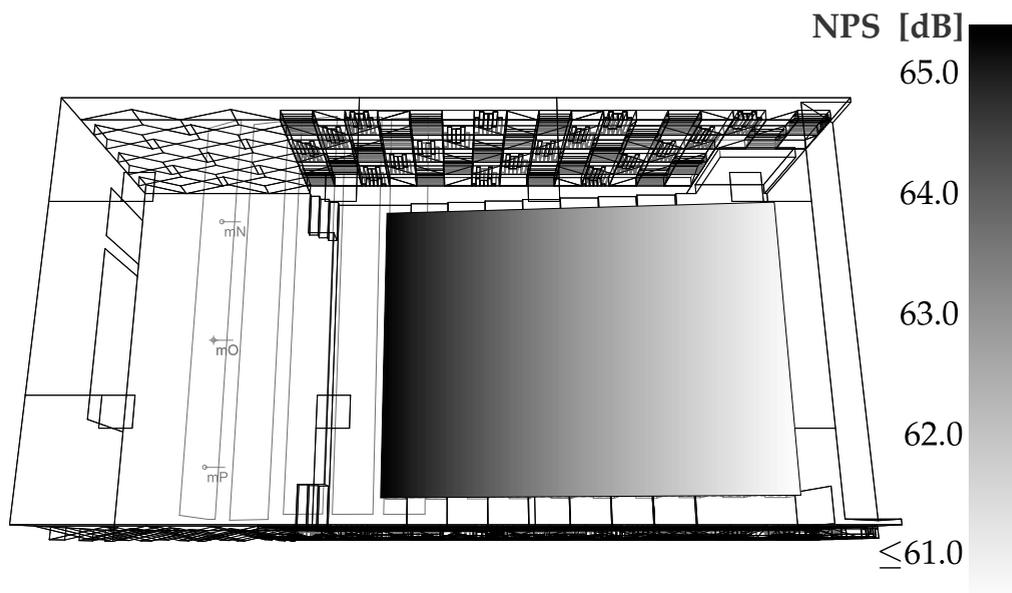


Figura 1.19 Distribuição espacial da pressão sonora em uma sala.

Equilibrar a resposta de uma sala no tempo, na frequência e no espaço não é uma tarefa simples. Para isso, é preciso saber como as ondas sonoras atingirão as diversas superfícies do ambiente (p. ex., dispositivos absorvedores, difusores, pilastras, paredes, pessoas etc.), como essas superfícies vão interferir na onda sonora que as atinge e como as interferências entre as diversas superfícies vão compor a resposta acústica do ambiente. Por “interferir” deve-se entender que, a rigor, quando uma frente de onda sonora atinge uma superfície, três fenômenos acontecerão: absorção, reflexão especular (fenômenos tratados no Capítulo 2) e reflexão difusa³³ (fenômeno tratado no Capítulo 3 que diz respeito ao espalhamento da energia sonora no espaço).

A Figura 1.20 ilustra, por exemplo, qual a contribuição a absorção, a reflexão especular e a reflexão difusa dão a uma onda sonora (em termos energéticos). Na coluna 1 tem-se uma representação esquemática, na qual a energia do(s) raio(s) refletido(s) é dada pelo comprimento do(s) raios relativa ao raio incidente. Na coluna 2 vê-se a distribuição temporal do sinal de pressão sonora da onda incidente e refletida, captado por apenas

³³ Neste capítulo estamos usando o termo “reflexão difusa”, mas o termo “difração” tem um significado físico mais abrangente. Isso será explorado no Capítulo 3.

1 microfone posicionado próximo à amostra (mostrada na coluna 1). Na coluna 3 tem-se a representação espacial da onda refletida, captado por uma série de microfones posicionados em um semicírculo ao redor da amostra.

No caso da absorção, o dispositivo absorve parte da energia incidente e reflete parte da energia de forma especular. Como existe absorção, a energia do raio refletido é menor que a energia do raio incidente. Isso se expressa na resposta temporal com o som incidente tendo uma amplitude maior que o som refletido, sendo ambos um pico no domínio do tempo, espaçados por um intervalo de tempo t_0 [s] (que é o tempo que a onda sonora leva para se propagar do receptor à amostra e voltar). A reflexão especular é similar à absorção, mas nesse caso a energia acústica do raio refletido é similar à energia acústica do raio incidente. Isso se expressa na resposta temporal pelo som direto, tendo quase a mesma amplitude do som refletido. Já no caso da reflexão difusa não há absorção, mas a energia sonora do raio refletido é distribuída no espaço. Para que haja conservação da energia, a soma das energias dos raios distribuídos no espaço deve ser igual à energia do raio incidente (para absorção nula). No domínio do tempo, isso, muitas vezes, pode ser expresso por uma distribuição temporal (alongamento) do pico da reflexão especular, ou seja, a energia do raio refletido tende a ser temporalmente espalhada em algum grau³⁴.

Na coluna espacial (ou 3), absorção e reflexão especulares são expressadas por um lóbulo (de energia menor e maior, respectivamente) bem-definido ao redor do ângulo de reflexão especular. Já no caso da reflexão difusa não se pode notar um lóbulo, mas sim que a energia da onda refletida é espalhada entre os ângulos de $-\pi/2$ [rad] e $+\pi/2$ [rad]. Bons difusores são elementos capazes de espalhar a energia sonora uniformemente entre esses ângulos.

É preciso observar aqui que os fenômenos absorção, reflexão especular e reflexão difusa não acontecem isoladamente. Um dispositivo ou aparato em uma sala sempre causará à onda incidente algum grau de

³⁴ Isso acontece para alguns tipos de difusores, mas para outros é possível haver espalhamento espacial sem que haja espalhamento temporal. Esses aspectos serão abordados no Capítulo 3.

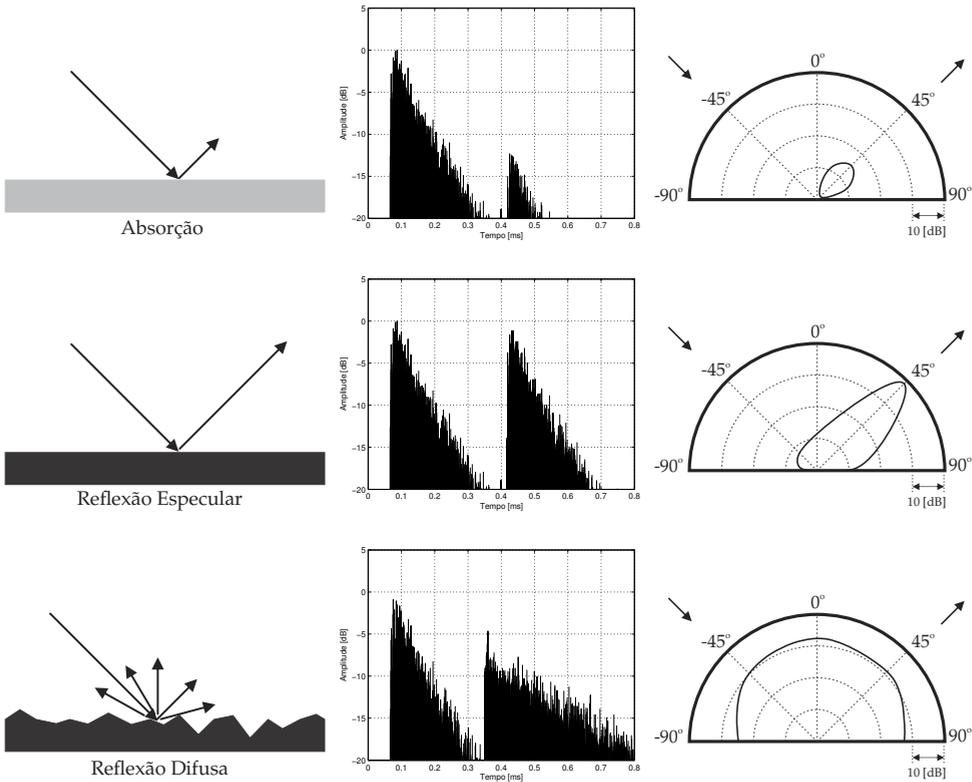


Figura 1.20 Contribuição da absorção, reflexão especular e reflexão difusa [17]. Raio acústico com 45° de ângulo de entrada em relação à normal.

absorção e reflexão difusa. Portanto, quando uma onda sonora incide em um aparato, parte da energia sonora será refletida de forma especular, parte da energia sonora será retida no aparato (pela absorção) e parte da energia sonora será refletida de forma difusa. Além disso, tanto a absorção sonora quanto a reflexão difusa são fenômenos dependentes da frequência da onda incidente.

A absorção e a reflexão difusa por um aparato parecem já um problema bastante complexo. Além disso, é preciso lembrar que uma sala, por mais simples que seja, possui diversas superfícies em seu interior. É preciso levar em conta como as diversas frentes de onda interagirão dentro da sala. Ou seja, para que se possa projetar uma sala corretamente, é preciso ter meios para se calcular o campo acústico no seu interior (ou posto de outra forma, ser capaz de calcular a interferência entre os

diversos sinais refletidos especularmente e de forma difusa). Os Capítulos 2 e 3 tratam da interação de uma frente de onda com apenas um dispositivo acústico. Além disso, esses capítulos também tratam do projeto de dispositivos de controle acústico: absorvedores e difusores. O domínio do projeto desses dispositivos é um conhecimento essencial em acústica de salas, já que eles serão usados no controle do campo acústico do ambiente. Já os Capítulos 4, 5 e 6 visam fornecer ferramentas para o cálculo do campo acústico em si em diferentes faixas de frequência. Além disso, o Capítulo 7 estabelece as métricas objetivas usadas nos projetos a fim de representar a experiência subjetiva.

Colocadas essas considerações, pode-se dizer que, em um projeto acústico de um ambiente, existe o interesse em formatar a resposta da configuração sala-fonte-receptor no tempo, espaço e frequência. A forma de conseguir isso é por meio do equilíbrio entre geometria da sala, quantidade de absorção, reflexão especular e reflexão difusa.

É preciso pensar também a respeito do que é uma boa formatação da resposta da configuração sala-fonte-receptor. De fato, cada tipo de ambiente apresenta uma característica sonora proeminente. As salas de concerto, por exemplo, devem dar suporte à música tocada em seu interior. Os estúdios de gravação devem ser versáteis para a gravação de diversos estilos musicais e as salas de mixagem devem fornecer um aporte adequado à reprodução fiel das gravações e mixagens, e permitir que os produtores e músicos escutem os detalhes do material em que se trabalha. Uma sala de aula deve promover uma inteligibilidade adequada da fala para que professores e alunos se entendam sem esforço. Então, um bom projeto acústico começa na definição do que é necessário fazer para equilibrar a resposta da configuração sala-fonte-receptor no tempo, espaço e frequência. O Capítulo 8 trata de algumas diretrizes para alguns tipos de ambientes. No entanto, por hora pode-se definir, a partir do uso da sala, a que se dará prioridade em um projeto: à absorção, à reflexão especular ou à reflexão difusa?

A Figura 1.21 ilustra como equilibrar a resposta da sala para três casos, por exemplo. No caso da sala de concertos (Figura 1.21 (a)), é importante que haja um equilíbrio entre absorção, reflexão especular e reflexão difusa com a tendência a uma menor absorção, já que a sala deve ressoar

e suportar a música sendo tocada em seu interior. No caso das salas de controle dos estúdios (Figura 1.21 (b)), por exemplo, as reflexões especulares devem ser menos proeminentes, optando-se por um sonoridade com pouca reverberação (típico de um maior uso de absorção) e por reflexões difusas sempre que possível, o que evita a existência de reflexões especulares de grande amplitude direcionando energia sonora refletida a zonas de audição crítica. No caso das salas de aula (Figura 1.21 (c)), é a absorção que deve dominar, já que nesses casos é importante que se tenha alta inteligibilidade da fala, e, como se verá, esse parâmetro se deteriora com altos níveis de reverberação.



Figura 1.21 Equilíbrio entre absorção reflexão especular e reflexão difusa [17].

A partir dessa extensa introdução, é possível concluir que existe uma série de conhecimentos que são necessários quando se deseja realizar um projeto acústico adequado de um ambiente. É preciso dominar os fundamentos da acústica, o cálculo da interação entre ondas sonoras e dispositivos absorvedores e difusores, bem como saber projetar tais dispositivos. É preciso dominar o cálculo do campo acústico e dos parâmetros objetivos no interior de um ambiente e é preciso saber a que resultados se deseja chegar, o que varia com a aplicação. Esse é o objetivo deste livro e sua organização segue essa ordem, bem como a ordem lógica para a realização de um projeto acústico adequado. De posse dessa introdução, é possível dar sequência ao estudo do tema. Tenha uma leitura proveitosa.

Referências bibliográficas

- [1] VORLÄNDER, M. *Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms, and Acoustic Virtual Reality*. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
(Citado na(s) página(s): 58)
- [2] GELFAND, S. A. *Hearing: An Introduction to Psychological and Physiological Acoustics*. 5° ed. London: CRC Press, 2009.
(Citado na(s) página(s): 58)
- [3] ROSSING, T. *Springer handbook of acoustics*. New York: Springer-Verlag, 2007.
(Citado na(s) página(s): 58, 60, 85)
- [4] EVEREST, F.; SHAW, N. *Master handbook of acoustics*. 4° ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
(Citado na(s) página(s): 58, 60, 62, 77, 92)
- [5] INMETRO – INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA. *Sistema Internacional de Unidades (SI)*. 9° ed. Rio de Janeiro: INMETRO: 2012.
(Citado na(s) página(s): 60)
- [6] KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B.; SANDERS, J. V. *Fundamentals of acoustics*. 4° ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.
(Citado na(s) página(s): 60, 63, 64, 83)
- [7] RUMSEY, F. *Spatial audio*. 2° ed. Oxford: Focal Press, 2001.
(Citado na(s) página(s): 61)
- [8] FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. *Lições de Física de Feynman*, v. 1, 2, 3. 2° ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
(Citado na(s) página(s): 62, 63)
- [9] BRANDÃO, E. *Análise teórica e experimental do processo de medição in situ da impedância acústica*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
(Citado na(s) página(s): 62)

- [10] WRIGHT, M. *Lecture notes on the mathematics of acoustics*. London: Imperial College Press, 2005.
(Citado na(s) página(s): 70)
- [11] OPPENHEIM, A.; WILLSKY, A. *Sinais e Sistemas*. 2° ed. São Paulo: Pearson, 1983.
(Citado na(s) página(s): 72, 74, 76, 79, 80, 81)
- [12] SHIN, K.; HAMMOND, J. *Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers*. Chichester: John Wiley & Sons, 2008.
(Citado na(s) página(s): 74, 79, 81, 82)
- [13] ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. *Cálculo - Volume I*. 8° ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
(Citado na(s) página(s): 76)
- [14] BERANEK, L. *Acoustics*. 5° ed. Woodbury: Acoustical Society of America, 1996.
(Citado na(s) página(s): 83)
- [15] BREKHOVSKIKH, L.; GODIN, O. *Acoustics of layered media I: point sources and bounded beams*. Berlin: Springer Verlag, 1990.
(Citado na(s) página(s): 83)
- [16] FAHY, F.; GARDONIO, P. *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*. 2° ed. Oxford: Elsevier, 2007.
(Citado na(s) página(s): 83)
- [17] COX, T. J.; D'ANTONIO, P. *Acoustic absorbers and diffusers, theory, design and application*. 2° ed. New York: Taylor & Francis, 2009.
(Citado na(s) página(s): 22, 108, 110)