

CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI | JOÃO CYRO ANDRÉ | MIGUEL LUIZ BUCALEM | SERGIO CIFÚ

LIÇÕES EM MECÂNICA DAS ESTRUTURAS: DINÂMICA

Blucher

LIÇÕES EM

MECÂNICA DAS
ESTRUTURAS:

DINÂMICA

Blucher

LIÇÕES EM
MECÂNICA DAS
ESTRUTURAS:
DINÂMICA

Carlos Eduardo Nigro Mazzilli

João Cyro André

Miguel Luiz Bucalem

Sergio Cifú

Lições em Mecânica das Estruturas: Dinâmica

© 2016 Carlos Eduardo Nigro Mazzilli

João Cyro André

Miguel Luiz Bucalem

Sergio Cifú

Editora Edgard Blücher Ltda.

Imagem da capa: Andrés Otero/ LUZphoto

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar

04531-934 - São Paulo - SP - Brasil

Tel.: 55 11 3078-5366

contato@blucher.com.br

www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed.
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer meios
sem autorização escrita da editora.

Todos os direitos reservados pela Editora Edgard Blücher Ltda.

FICHA CATALOGRÁFICA

Lições em mecânica das estruturas: dinâmica / Carlos
Eduardo Nigro Mazzilli...[et al.]. -- São Paulo: Blucher, 2016.

Bibliografia

ISBN 978-85-212-0995-9

1. Análise estrutural (Engenharia) 2. Engenharia de estruturas
3. Engenharia mecânica I. Mazzilli, Carlos Eduardo Nigro

15-1221

CDD 624.171

Índices para catálogo sistemático:

1. Engenharia de estruturas

APRESENTAÇÃO

A educação superior no Brasil nos últimos 50 anos, particularmente na área de Engenharia, avançou consideravelmente. A implantação dos cursos de pós-graduação, além de formar um novo contingente de professores com gosto e competência para fazer avançar o conhecimento, introduziu na comunidade universitária a atividade de pesquisa, que abriu novas perspectivas para os estudantes de graduação antes expostos a um processo de aprendizado que privilegiava a absorção do conhecimento sem a preocupação de contribuir para o seu avanço. Se a motivação para a aventura de abrir novos caminhos está presente hoje no nosso meio acadêmico, as ferramentas para a execução dessa tarefa ainda são majoritariamente importadas. Faltam-nos livros-textos. *Lições em Mecânica das Estruturas: Dinâmica* é uma iniciativa que vem colaborar na cobertura dessa lacuna.

Embora destinado primariamente a estudantes de graduação, com foco em problemas de Engenharia Civil, área de Estruturas, esta obra é útil para várias outras Engenharias. A formação de engenheiros mecânicos, navais e aeronáuticos poderá recorrer ao texto em várias de suas disciplinas. Uma peculiaridade que confere a esta obra um valor especial é sua preocupação com a instrução do leitor, para facilitar o aprendizado, e não para mostrar a erudição dos autores.

O livro está dividido em duas partes. Na primeira, composta de nove capítulos, os autores tratam exaustivamente de sistemas dinâmicos com um grau de liberdade. A teoria de oscilações livres e sob a ação de forças harmônicas com ou sem amortecimento é abordada com pormenores nesta parte. Uma característica singular, que acompanha todo o texto, é o desenvolvimento pormenorizado das soluções. Todas as passagens são explicadas passo a passo, conduzindo o leitor às soluções de um modo natural e claro. Os autores optaram, creio que com sucesso, pela clareza dos desenvolvimentos teóricos e das soluções completas de sistemas simples em vez de uma grande quantidade de exemplos com soluções deixadas por conta do leitor. De fato, é mais fácil encontrar problemas que soluções bem explicadas.

Nos capítulos 3 e 4, praticamente todos os tipos de amortecimento importantes são explorados com as respectivas soluções e a comparação entre seus efeitos na resposta do sistema. O capítulo 5 trata de choque inelástico, com exemplos interessantes que podem ser utilizados para alertar sobre o efeito que falhas na pavimentação podem causar no movimento de veículos pesados em pontes com grandes vãos entre pilares. Os capítulos 6, 7 e 8 introduzem o efeito de uma perturbação externa em osciladores harmônicos. Nessa primeira abordagem as excitações externas ficam essencialmente dentro de um regime harmônico, e os problemas são resolvidos analiticamente. A introdução de problemas com excitação do suporte, apresentada no capítulo 6, e a aplicação em isolamento de fundações é muito bem-vinda. O engenheiro mecânico encontrará também aplicações a suspensões de veículos automotivos. Os capítulos 7 e 8 servem muito adequadamente como preparação para o capítulo 9, que trata de excitações generalizadas. De fato, a teoria e as aplicações desenvolvidas naqueles capítulos, antes de abordar excitações em que a função forçante $p(t)$ é generalizada, mostram-se muito úteis e facilitam o tratamento mais geral. A sequência teórica desenvolvida pelos autores permite que a solução geral seja introduzida a

partir de uma integral de convolução com naturalidade, determinando a solução do problema $u(t)$ induzida pela forçante $p(t)$. A solução via transformada de Fourier segue naturalmente. A dificuldade na determinação da inversão da solução transformada leva frequentemente à opção pela solução numérica direta do problema, que é o ponto de destaque deste capítulo.

Muito boa a proposta do livro de fazer a introdução ao tratamento numérico que encontra aplicação em vários problemas reais e tem sido a opção mais frequente dada às facilidades computacionais e ao avanço nas técnicas de integração. Começando com os métodos de Runge-Kutta e Euler-Gauss, os autores prosseguem com os métodos de Newmark e Wilson- θ , discutindo a importante propriedade de estabilidade condicional. É importante que o estudante que se inicia nas aplicações numéricas conheça os limites de aplicação do método e os possíveis erros que podem ser introduzidos pela técnica de integração tanto na amplitude como na fase da solução numérica.

A segunda parte, compreendendo os capítulos 10 a 14, poderia, em princípio, ser estudada com recurso aos primeiros capítulos da primeira parte e com o capítulo 9, embora não seja recomendável. O capítulo 10 apresenta uma nova perspectiva de tratamento da dinâmica de sistemas elásticos de uma forma generalizada. A ênfase é a mecânica analítica aplicada a um número finito de pontos definidos em um sistema de referência fixo. A opção básica para a análise dinâmica do sistema é a formulação Lagrangiana. É muito bem-vinda essa formulação, que, além de deixar implícitos os vínculos do sistema, que devem ser escleronômicos como na maioria dos casos práticos, é um excelente ponto de partida para a formulação variacional. A teoria é aplicada em vários tipos de sistemas discretos e também para o caso de um sistema contínuo representado por uma haste elástica. Esse capítulo é essencial para a compreensão dos seguintes. O capítulo 11 retoma o princípio dos trabalhos virtuais introduzido no capítulo anterior para estabelecer as equações dinâmicas de sistemas discretos. Desdobra-se daí o método dos elementos finitos de um modo simples, iniciando-se com a análise de pórticos planos sujeitos a carregamentos estáticos e dinâmicos, inclusive com suportes sujeitos a excitação dinâmica. A discretização de estruturas contínuas planas, sujeitas a um estado plano de deformação, se faz com elementos retangulares simples, o que facilita o entendimento do leitor não familiarizado com o método, particularmente na instituição da matriz de rigidez. Os exemplos

apresentados neste capítulo, seguindo a orientação do livro, são desenvolvidos com todos os detalhes. Fica bastante clara a formulação dos problemas dinâmicos de estruturas elásticas com o auxílio das matrizes de rigidez e de massa, inclusive a matriz de amortecimento para casos típicos de amortecimento proporcional. Este capítulo prepara o leitor para passos mais complexos na análise de sistemas dinâmicos.

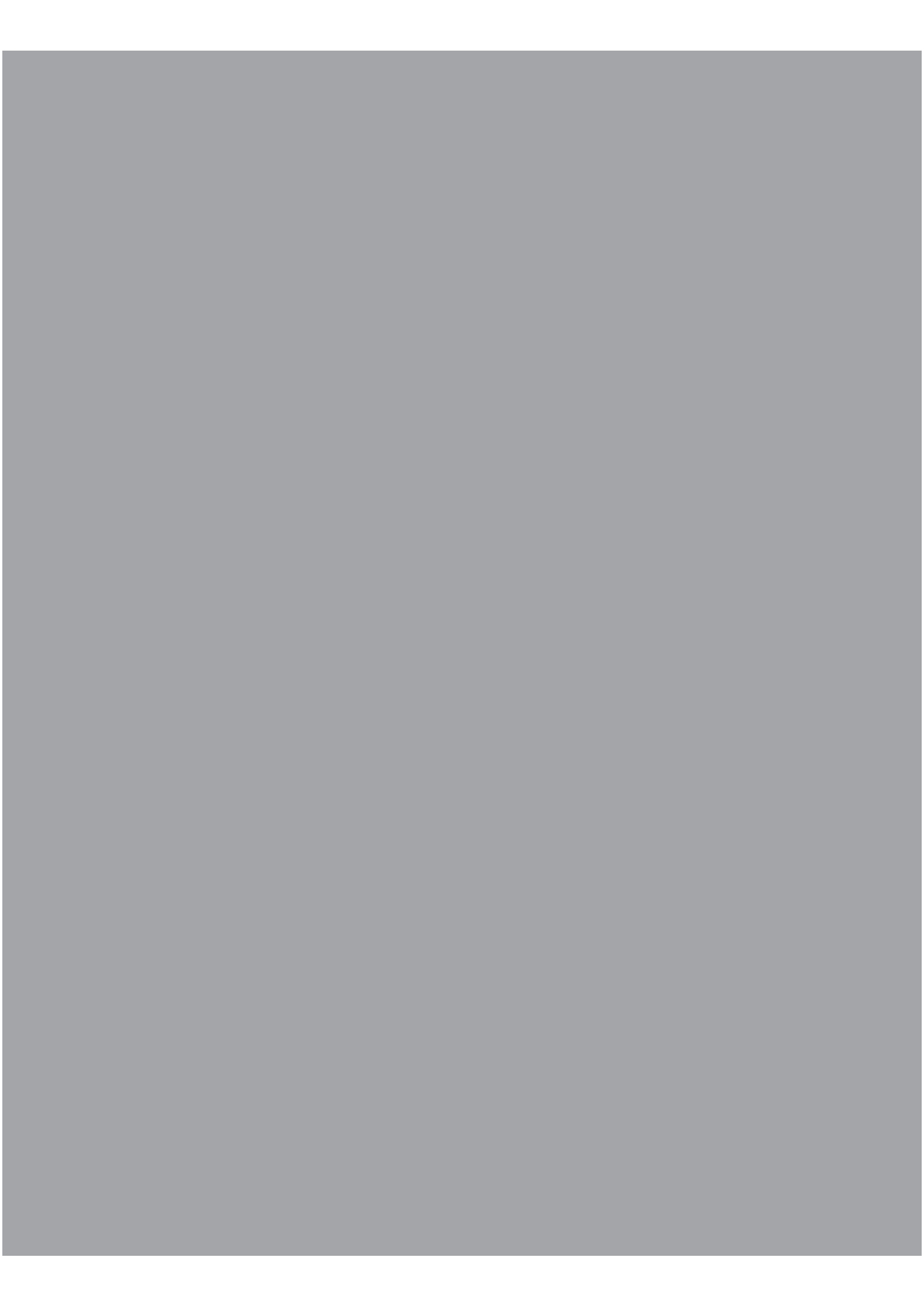
O capítulo 12 trata da análise modal, iniciando com sistemas massa-mola e prosseguindo com estruturas contínuas discretizadas. De fato, a dedução dos modos próprios de vibração é uma ferramenta muito útil para a análise dinâmica das estruturas, não apenas do ponto de vista analítico, permitindo a diagonalização das matrizes de rigidez, mas também caracterizando as geometrias de deformação mais críticas das estruturas. A introdução de amortecimento também é tratada neste capítulo, proporcionando uma formulação mais real dos problemas da prática. É de se destacar a apresentação de um apêndice tratando de amortecimento não proporcional, que é mais completo para representar situações reais. O capítulo 13 explora as técnicas anteriores, particularmente a análise modal para determinação da resposta dinâmica de sistemas elásticos sujeitos a excitação externa. De particular interesse é a resposta em frequência de que trata este capítulo para determinar as frequências críticas de excitação externa, que pode introduzir danos irrecuperáveis às estruturas. A minimização dos riscos de ressonância é analisada com a introdução de controle passivo que inclui um sistema adicional de massas (TMD) na estrutura cujas frequências estão em “contra-sintonia” com as frequências fundamentais da estrutura a ser protegida. O desenvolvimento analítico parte de um caso real, o que traz motivação ao leitor. As equações que governam o problema são deduzidas a partir da formulação Lagrangiana e a integração numérica retoma o desenvolvimento introduzido em capítulo anterior. O livro fecha com um belo exemplo, a saber, a análise dinâmica da ponte estaiada Jacu-Pêssego sobre o rio Tietê.

Convém agora voltar ao princípio: os capítulos 1 e 2. O primeiro capítulo apresenta uma série de motivações para o estudo da Dinâmica de Estruturas. O segundo capítulo é uma nota histórica muito oportuna, que recupera as raízes de nossa tradição científica e cultural a partir da civilização helênica, passando pelos gigantes dos séculos XVII e XVIII, chegando até nossos dias. Precisamos de mais história da ciência nas nossas universidades. É ainda animador ver que os autores recuperam a memória de grandes brasileiros, engenheiros e professores

de grande importância para a história da nossa ciência e tecnologia, como Telemaco van Langendonck e Décio Zagottis. É ainda muito importante o recurso a obras realizadas no Brasil com a capacidade técnica estabelecida aqui para exemplificar os desenvolvimentos teóricos do texto.

Uma obra de valor no tratamento do tema de Dinâmica de Estruturas, bastante completa e com exemplos de aplicação resolvidos à exaustão. Este livro será certamente de grande auxílio para cursos de Dinâmica de Estruturas em várias opções de Engenharia Civil, Mecânica, Naval, Aeronáutica e Elétrica.

Luiz Bevilacqua



PREFÁCIO

As *Lições em Mecânica das Estruturas* são o resultado de mais de 20 anos em que os autores vêm ministrando as disciplinas de Mecânica das Estruturas, oferecidas aos alunos do curso de engenharia civil da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, na sequência das disciplinas de Resistência dos Materiais e Estática das Construções.

A motivação dos autores transcende o natural desejo de organizar a farta documentação gerada nessas disciplinas ao longo dos anos, compreendendo notas de aula, listas de exercícios resolvidos, trabalhos práticos e provas propostas. Muito mais do que isso, é o compromisso que sentem de compartilhar com a comunidade acadêmica suas experiências de ensino na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, esperando que elas possam ser úteis a alunos e professores, desta ou de outras universidades.

Estas *Lições* se preocupam, ao mesmo tempo, em valorizar conteúdos tradicionais – solidamente organizados por gerações de grandes mestres, entre os quais justa homenagem se faz a Telêmaco van Langendonck e Décio de Zagottis – e em agregar conteúdos contemporâneos, devidamente adaptados ao curso de graduação, mas que muitas vezes são tratados apenas na pós-graduação.

Em acréscimo ao aprofundamento conceitual tradicionalmente perseguido na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, estas *Lições* propõem-se a ilustrar extensivamente as possibilidades de aplicação das ferramentas desenvolvidas na solução de problemas fundamentais de mecânica das estruturas, entendida de forma ampla e, portanto, não restrita à engenharia civil. Efetivamente, as *Lições em Mecânica das Estruturas* poderão ser igualmente úteis nos cursos de engenharia mecânica, mecatrônica, naval, química, minas, aeronáutica e aeroespacial, e tantos outros em que a análise de sistemas estruturais seja requerida.

De sorte a oferecer maior flexibilidade a seus leitores – tanto alunos quanto professores de disciplinas de Mecânica das Estruturas de faculdades lusófonas de engenharia, independentemente de como os diversos conteúdos estão articulados em seus respectivos programas –, os autores destas *Lições* optaram por segmentá-las tematicamente, na forma de uma coleção de volumes.

Embora, obviamente, estes volumes sejam partes de uma obra integrada e complementar, em que cada um deles oferece suporte aos demais, os autores tiveram a preocupação de escrevê-los de forma tão autocontida quanto possível. Os volumes destas *Lições* podem ser lidos, em princípio, em qualquer ordem. Mais ainda, dentro de cada tema segmentado, conteúdos de aprofundamento podem ser ignorados, se o propósito for o de um primeiro contato, apenas. Por outro lado, estes mesmos conteúdos certamente se mostrarão bastante úteis a alunos de pós-graduação. Exatamente por esta característica, trata-se de obra bastante versátil, atendendo simultaneamente aos públicos da graduação e da pós-graduação.

O primeiro volume da coleção (André et al., 2009), já publicado, dedica-se aos Teoremas de Trabalhos Virtuais e de Energia na Mecânica das Estruturas. Este segundo volume, *Lições em Mecânica das Estruturas: Dinâmica*, dedica-se ao estudo dos sistemas estruturais de comportamento linear submetidos a ações determinísticas de natureza dinâmica. Na Primeira Parte, contextualiza-se, inicialmente, a dinâmica das estruturas, não apenas no âmbito das distintas áreas da engenharia contemporânea, mas também no tempo histórico, desde a Antiguidade Clássica; abordam-se na sequência os modelos discretos com um grau de liberdade, com o objetivo de introduzir o leitor, gradualmente, às etapas que caracterizam a modelagem dos problemas correlatos: formulação das equações de

movimento, análise da resposta em vibrações livres ou forçadas, no domínio do tempo ou da frequência. Na Segunda Parte, preparando a discussão dos sistemas de vários graus de liberdade, introduzem-se os elementos fundamentais da mecânica analítica e desenvolvem-se formulações gerais para obtenção das equações de movimento de sistemas de pontos materiais, sólidos rígidos e deformáveis discretizados pelo método dos elementos finitos. Ilustra-se a generalidade da formulação matricial desenvolvida, inclusive para o caso de excitações de suporte, explicitando-se as matrizes e vetores de elementos finitos de barras no plano e da elasticidade plana. A análise modal clássica é apresentada em pormenores, sendo complementada em apêndice dedicado aos sistemas com amortecimento não proporcional. A análise pelo método da superposição modal no domínio do tempo é então apresentada. As primeiras noções sobre controle passivo de vibrações em sistemas estruturais são introduzidas. Segue-se a discussão de métodos de integração numérica. Além dos diversos exemplos de aplicação distribuídos ao longo do texto, apresentam-se dois estudos de caso que ilustram aspectos da análise dinâmica de pontes: o primeiro deles refere-se ao estudo de uma particular etapa do método construtivo de uma ponte estaiada que é construída parcialmente e depois deve ser girada em torno do eixo de sua torre até seu posicionamento final; o segundo trata da determinação por via dinâmica dos “coeficientes de amplificação dinâmica” que majoram os efeitos estáticos produzidos pelo tráfego de veículos de carga em uma ponte rodoviária unicelular típica.

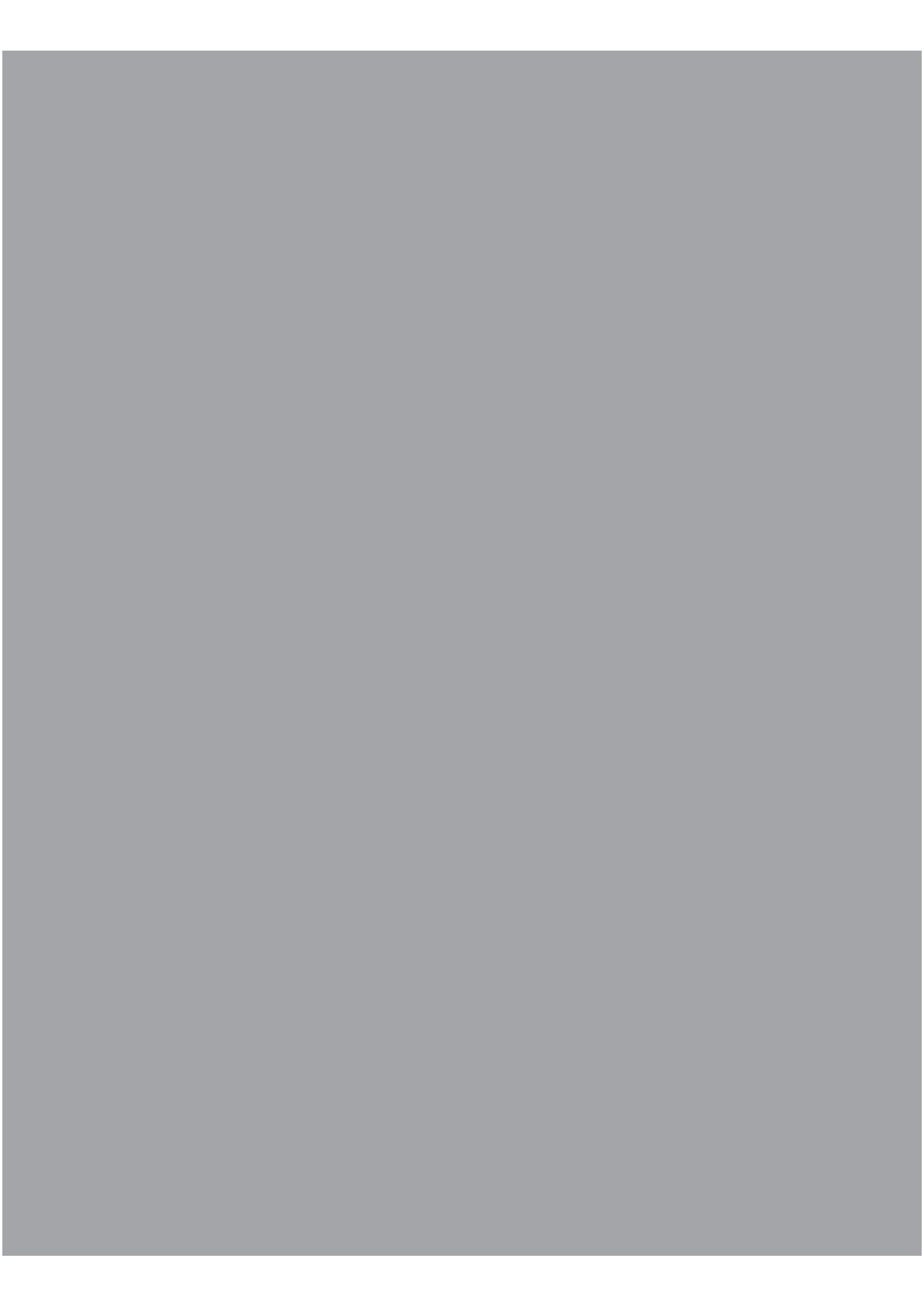
São Paulo, janeiro de 2016

Carlos Eduardo Nigro Mazzilli

João Cyro André

Miguel Luiz Bucalem

Sergio Cifú



CONTEÚDO

Notação e símbolos	19
--------------------------	----

PRIMEIRA PARTE

1	Introdução.....	25
2	Notas históricas.....	35
3	Formulações da equação de movimento de um sistema com um grau de liberdade	43
4	Vibrações livres em sistemas de um grau de liberdade	49
4.1	Vibrações livres não amortecidas.....	50
4.2	Vibrações livres amortecidas.....	51
4.2.1	Amortecimento subcrítico	52
4.2.2	Amortecimento crítico	57
4.2.3	Amortecimento supercrítico.....	57
5	Choque mecânico perfeitamente inelástico.....	59

6	Vibrações forçadas harmônicas em sistemas de um grau de liberdade	75
6.1	Interpretação gráfica da resposta em regime estacionário.....	79
6.2	Resposta ressonante em regime estacionário: sistema amortecido	81
6.3	Resposta ressonante transitória: sistema amortecido e não amortecido.....	92
6.4	Amortecimento viscoso linear equivalente	94
7	Carregamentos periódicos	99
8	Carregamentos impulsivos em sistemas de um grau de liberdade	107
8.1	Pulso retangular.....	108
8.2	Pulso senoidal.....	110
8.3	Pulso triangular	113
8.4	Pulsos de curtíssima duração	115
9	Carregamentos dinâmicos gerais em sistemas de um grau de liberdade.....	121
9.1	Análise no domínio do tempo: integral de Duhamel	122
9.2	Análise no domínio da frequência: transformadas de Fourier	123
9.3	Integração numérica.....	126
9.3.1	Solução numérica da equação integral de movimento.....	126
9.3.2	Solução numérica da equação diferencial de movimento.....	128
9.4	Espectro de resposta.....	141
 SEGUNDA PARTE		
10	Elementos de mecânica analítica	149
10.1	Conceituação de espaço de configuração, vínculos, coordenadas e velocidades generalizadas, espaço de fase, deslocamentos virtuais, reações de vínculo ideais e não ideais.....	150

10.2	Formulação das equações de movimento.....	158
10.2.1	Lei fundamental da dinâmica.....	158
10.2.2	Princípio de D'Alembert.....	159
10.2.3	Princípio de Hamilton.....	161
10.2.4	Equações de Euler-Lagrange.....	162
10.2.5	Formulação das equações de movimento para sólidos elásticos lineares.....	164
10.3	Exemplos de formulação das equações de movimento.....	168
11	Equações de movimento de sólidos deformáveis pelo método dos elementos finitos	189
11.1	Sistemas sem excitação de suporte	192
11.2	Sistemas com excitação de suporte.....	195
11.3	Elemento de barra 2D.....	197
11.3.1	Matrizes de rigidez e de massa no sistema local.....	197
11.3.2	Matrizes equivalentes de amortecimento, rigidez e carregamento inercial em presença de excitação de suporte	201
11.4	Elemento retangular de quatro nós da elasticidade linear plana	204
11.4.1	Matrizes de rigidez e massa no sistema local	205
11.5	Exemplos de formulação das equações matriciais do movimento.....	208
12	Vibrações livres em sistemas com vários graus de liberdade: análise modal	227
12.1	Sistemas não amortecidos	228
12.2	Ortogonalidade dos modos de vibração não amortecidos.....	242
12.3	Sistemas amortecidos.....	243
	Apêndice – Análise modal com amortecimento não proporcional	246

13	Resposta dinâmica de sistemas com vários graus de liberdade	251
13.1	Método da superposição modal.....	252
13.1.1	Controle passivo.....	271
13.2	Análise no domínio da frequência.....	284
13.3	Integração numérica	285
13.3.1	Método de Runge-Kutta de 4ª ordem.....	286
13.3.2	Método de Euler-Gauss.....	288
13.3.3	Método de Newmark.....	291
13.3.4	Método de Wilson- θ	293
14	Estudos de caso	297
14.1	Análise dinâmica da operação de giro de uma ponte estaiada para posicionamento final	298
14.1.1	Modelo de baixa hierarquia para a fundação e para a superestrutura	303
14.1.2	O início do movimento: determinação do torque impulsivo característico a ser utilizado em projeto.....	306
14.1.3	Análise da resposta dos modelos de baixa hierarquia da fundação e da superestrutura para um único torque impulsivo	308
14.2	Análise dinâmica de uma ponte sob efeito de tráfego de caminhões de classe 3C.....	311
14.2.1	Metodologia simplificada de análise dinâmica	316
14.2.2	Simulações numéricas.....	320
	Referências bibliográficas	325
	Agradecimentos	329
	Créditos das imagens	331

NOTAÇÃO E SÍMBOLOS

k	Coeficiente de rigidez
c	Coeficiente de amortecimento viscoso linear
m	Massa
$p(t)$	Força externa dependente do tempo
u	Deslocamento
\dot{u}	Velocidade
\ddot{u}	Aceleração
ω	Frequência natural circular
f	Frequência natural cíclica
T	Período
ρ	Amplitude do deslocamento
θ	Ângulo de fase
ξ	Taxa de amortecimento viscoso linear
T_D	Período amortecido
ω_D	Frequência natural circular amortecida
$\bar{\omega}$	Frequência de excitação
β	Relação entre as frequências de excitação e natural

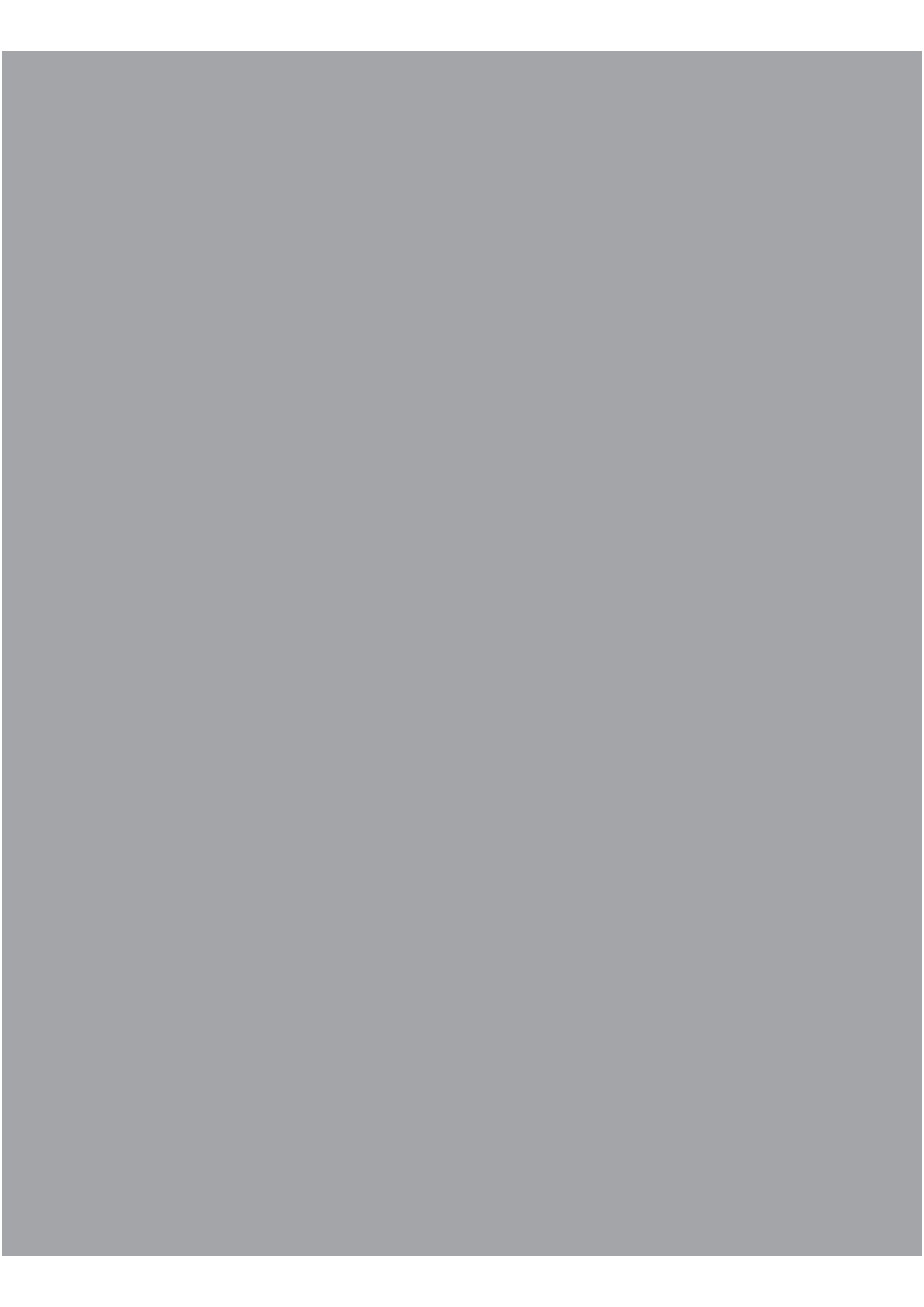
D	Coeficiente de amplificação dinâmica
TR	Fator de transmissibilidade
η	Fator de isolamento de vibrações
\mathcal{E}	Energia dissipada em um ciclo
I	Impulso
Q	Quantidade de movimento
\mathbf{r}	Vetor posição
x^1, x^2, x^3	Funções coordenadas escalares
$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$	Base ortonormal
Q	Coordenada generalizada
\dot{Q}	Velocidade generalizada
\ddot{Q}	Aceleração generalizada
\mathbf{F}	Vetor força
\mathcal{U}	Energia potencial total
\mathcal{W}	Trabalho
T	Energia cinética
\mathcal{E}	Energia mecânica
\mathcal{H}	Hamiltoniano
\mathcal{L}	Lagrangiano
V	Domínio ocupado pelo sólido deformável
S	Superfície de contorno de V
S_f	Parte de S onde são especificadas as forças de superfície
S_u	Parte de S onde são especificados os deslocamentos
\mathbf{f}^B	Forças de volume definidas em V
\mathbf{f}^S	Forças de superfície em S
$\hat{\mathbf{u}}$	Deslocamentos especificados em S_u
\mathcal{U}	Energia potencial de deformação
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Vetor das deformações
$\boldsymbol{\sigma}$	Vetor das tensões
\mathbf{C}	Matriz de constantes elásticas
E	Módulo de elasticidade

ν	Coeficiente de Poisson
\mathbf{M}	Matriz de massa
\mathbf{K}	Matriz de rigidez
\mathbf{R}	Vetor de forças nodais
\mathbf{C}	Matriz de amortecimento
u	Deslocamento longitudinal no ponto do eixo da barra de coordenada x
w	Deslocamento transversal no ponto do eixo da barra de coordenada x
\mathbf{k}	Matriz de rigidez do elemento
A	Área da seção transversal de uma barra
I	Momento de inércia da seção transversal de uma barra
ℓ	Comprimento de barra
J	Momento de inércia de massa
\mathbf{m}	Matriz de massa do elemento
M	Momento fletor
Φ	Matriz modal





PRIMEIRA PARTE





Análise dinâmica das estruturas, ou simplesmente dinâmica das estruturas, é a disciplina que trata da formulação e solução das equações de movimento dos sistemas estruturais, em presença de perturbações cinemáticas na sua configuração de equilíbrio ou de ações variáveis no tempo.

Entre tais ações, não podem ser desconsiderados, como se faz na análise estática, os esforços inerciais – proporcionais às acelerações –, pois eles desempenham papel fundamental na resposta dinâmica. Neste estudo introdutório, serão consideradas apenas as estruturas de comportamento elástico linear. Conseqüentemente, os esforços resistentes que nelas atuam resultam proporcionais aos deslocamentos. É realista, ainda, considerar sistemas que têm capacidade de dissipar, ao menos parcialmente, a energia cinética que lhes é conferida. Ou seja, supor-se-á que neles também atuem esforços de amortecimento. A modelagem mais simples de tais esforços, que será explorada mais frequentemente neste texto, pressupõe que sejam proporcionais às velocidades, conforme se verá a seguir.

A análise dinâmica das estruturas é cada vez mais requerida em projetos de engenharia, à medida que os sistemas estruturais se tornam mais esbeltos e suscetíveis a vibrações. Entretanto, até a década de 1970, a prática corrente na engenharia civil era a de evitar a qualquer custo a análise dinâmica, se preciso fosse, substituindo-a por uma análise estática com carregamentos majorados pelos chamados coeficientes de impacto ou coeficientes de amplificação dinâmica. Se em muitas situações esse procedimento é conservador, em outras o mesmo não ocorre, sendo essencial considerar modelos que levem em conta os esforços inerciais e as demais ações variáveis no tempo.

Como se verá, os modelos matemáticos para a análise dinâmica das estruturas recaem em sistemas de equações diferenciais. Mesmo para modelos discretos com comportamento linear, como se presume nesta abordagem introdutória, a obtenção da sua resposta dinâmica é em geral tarefa bem mais complexa que a de uma análise estática, que se baseia na solução de sistemas de equações algébricas.

Na engenharia de estruturas em sentido lato – portanto, não restrito à engenharia civil – há inúmeros exemplos de situações que requerem análises dinâmicas, tais como:

- análise de estruturas de fundação direta ou aporticada de máquinas e equipamentos (Figura 1.1);
- análise de estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos causados por tráfego de veículos pesados, tais como pontes e viadutos rodoviários ou ferroviários (Figura 1.2);
- análise de estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos causados por pessoas, tais como passarelas para pedestres, estádios esportivos, academias de ginástica e salões de dança (Figura 1.3);
- análise do efeito de vento sobre pontes pênses ou estaiadas, edifícios altos, chaminés, torres de transmissão ou de telecomunicação (Figura 1.4);
- análise do efeito de vento sobre coberturas leves de grandes vãos, tais como tensoestruturas, cascas delgadas e membranas (Figura 1.5);
- análise sísmica de edificações, pontes, viadutos, túneis, galerias e barragens (Figura 1.6);
- análise de explosões nas imediações de estruturas civis ou militares (Figura 1.7);
- análise do efeito de correntes marítimas, ondas, vento e choque mecânico sobre estruturas oceânicas, tais como plataformas de petróleo e seus elementos (Figura 1.8);

- análise do efeito de correntes marítimas, ondas, vento e choque mecânico sobre estruturas portuárias (Figura 1.9);
- análise do efeito de correntes marítimas, ondas, vento e choque mecânico sobre estruturas navais, tais como navios e submarinos (Figura 1.10);

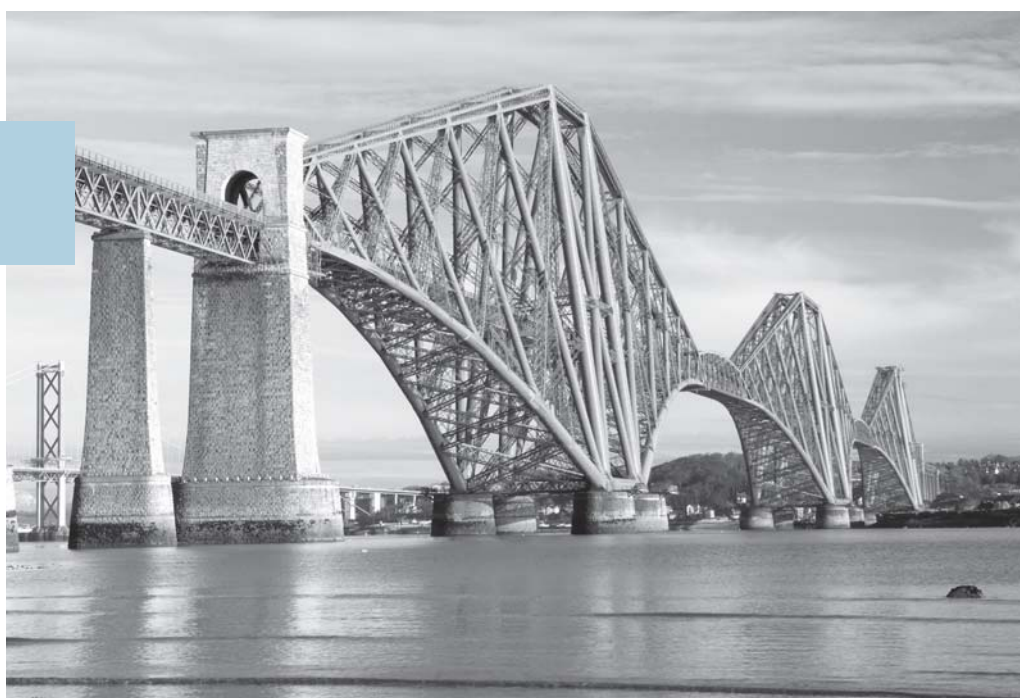
Figura 1.1

Turbina da Usina de Itaipu,
Brasil-Paraguai.



Figura 1.2

Forth Rail Bridge, Escócia.



- análise dos efeitos de carregamentos aerodinâmicos em estruturas aeronáuticas, tais como asas e superfícies de controle de aviões (Figura 1.11);
- análise dos efeitos de carregamentos fluidodinâmicos, centrífugos ou giroscópicos em estruturas mecânicas e oceânicas, tais como tubulações, vasos de pressão, turbinas e risers.

Figura 1.3

Arena Corinthians, São Paulo.



Figura 1.4

Ponte Octávio Frias de Oliveira, São Paulo.



Figura 1.5

Aeroporto Dulles,
Washington, cobertura em
casca delgada de concreto e
cabos em catenária.

**Figura 1.6**

Ruínas do Templo G, em
Selinunte (Sicília), destruído
por terremoto no século VII;
ao fundo, ruínas do Templo C.



Figura 1.7

Pessoas dormindo em estação de metrô, utilizada como abrigo antiaéreo na Segunda Guerra Mundial, Londres, 1940.



Figura 1.8

Plataforma P-51, Petrobras, Bacia de Campos.



Figura 1.9

Base de Apoio Marítimo
InterMoor Açú, São João da
Barra, RJ.

**Figura 1.10**

Transatlântico Príncipe de
Asturias, que naufragou em
1916 próximo a Ilhabela, SP,
causando 445 mortes.

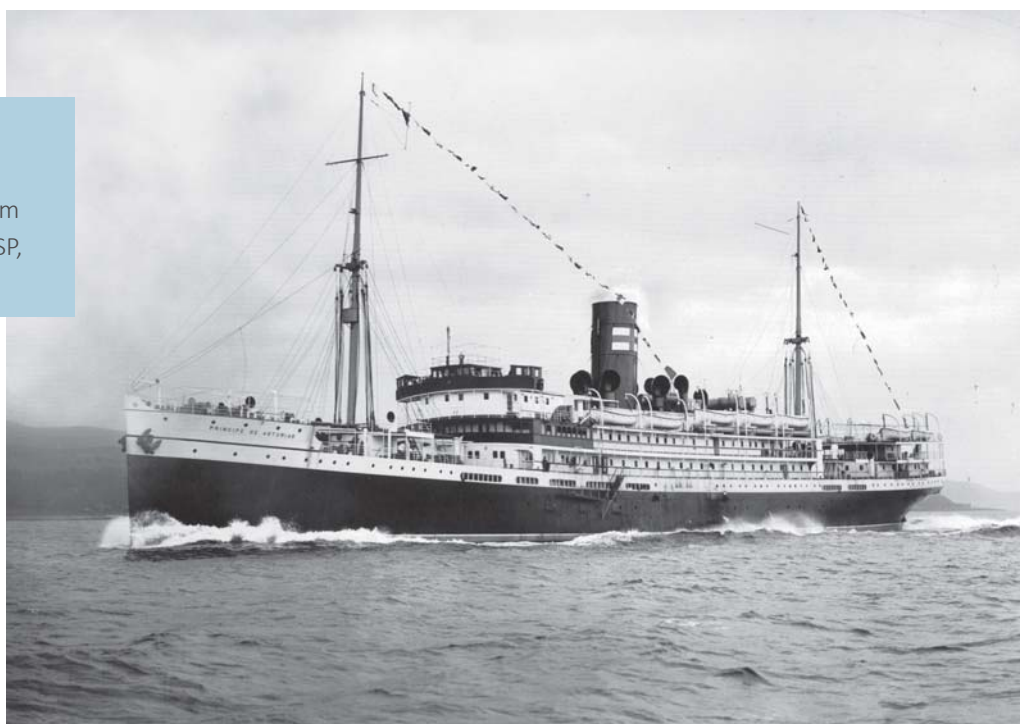


Figura 1.11

Asa e superfícies de controle do EMB-RJ145.

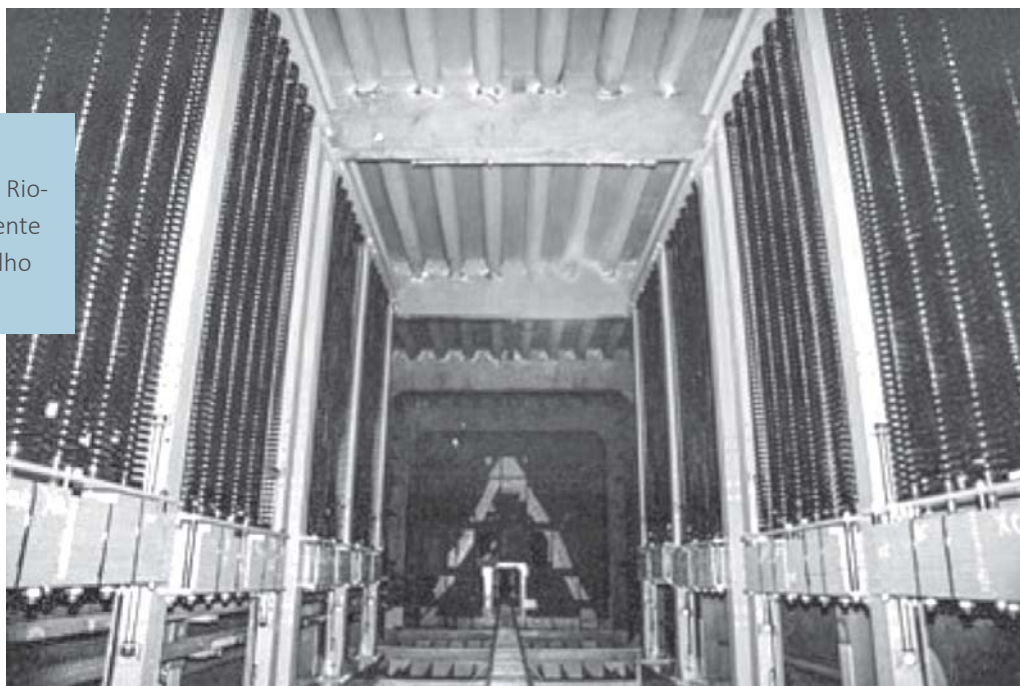


O estudo da resposta dinâmica dos sistemas estruturais é necessário para o dimensionamento ou verificação de seus elementos. Da mesma forma, o projeto de sistemas passivos e ativos de controle de vibração depende da análise da resposta dinâmica. Entre os sistemas passivos de controle, citam-se aqueles constituídos por molas e amortecedores posicionados adequadamente entre partes da estrutura, por exemplo entre a superestrutura e a mesoestrutura, ou entre esta e a fundação, de forma a reduzir a transmissibilidade dos esforços e dos deslocamentos dinâmicos. Outra possibilidade para controle passivo é a introdução de apêndices estruturais que são dimensionados para subtrair fração importante da energia cinética da estrutura principal, cujas vibrações se pretende controlar. Nessa linha, operam os chamados TMDs (*tuned-mass dampers*), particularmente indicados para reduzir vibrações causadas por carregamento harmônico ressonante em passarelas, pontes e viadutos, ou causadas por vento (*flutter*) ou tráfego de veículos ou pessoas (Figura 1.12). Mencionam-se, ainda, os controladores fluidodinâmicos, tais como os LCDs (*liquid-column dampers*), dispostos nas coberturas de edifícios altos e nas torres para reduzir vibrações causadas por carregamento harmônico ressonante.

Sistemas de controle ativo baseiam-se na alteração de parâmetros da estrutura ou na introdução de ações dinâmicas por meio de atuadores mecânicos, hidráulicos ou eletromagnéticos, de forma a obter redução das amplitudes de vibração e,

Figura 1.12

TMDs instalados na Ponte Rio-Niterói (imagem gentilmente cedida por Ronaldo Carvalho Battista).



consequentemente, dos esforços de origem dinâmica. Pressupõem, portanto, capacidade de monitoração das ações dinâmicas ou da resposta estrutural, de sorte a orientar o acionamento do sistema de controle, que pode ser do tipo *feedback* ou *feedforward*, além de fonte externa e garantida de energia. A título de exemplificação, mencionam-se atenuadores dinâmicos do tipo pêndulo ou volantes com movimento imposto, que se instalam em edificações com o propósito de combater vibrações induzidas por vento ou sismo.

O texto que ora se propõe restringe-se aos fundamentos da análise dinâmica determinística de estruturas de comportamento linear. Nos capítulos a seguir, estuda-se inicialmente o problema de um grau de liberdade e a obtenção de sua resposta dinâmica em situações de especial interesse. Em seguida, discute-se o caso de sistemas com vários graus de liberdade, como aqueles constituídos por sólidos deformáveis discretizados pela análise matricial de estruturas de barras ou pelo método dos elementos finitos aplicado a sólidos deformáveis, de forma geral.

