Desenho e Imaginação na Construção do Espaço 3-D

Gildo Montenegro

Geometria DESCRITIVA

Volume 2

Aplicações
Superfícies
Interseção

Blucher

GEOMETRIA DESCRITIVA

Blucher

Gildo Montenegro

GEOMETRIA DESCRITIVA

Volume 2

Geometria descritiva, volume 2

Editora Edgard Blücher Ltda.

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
04531-934 - São Paulo - SP - Brasil
Tel 55 11 3078-5366
contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

FICHA CATALOGRÁFICA

Montenegro, Gildo A.
Geometria descritiva – volume 2 / Gildo A. Montenegro. – São Paulo: Blucher, 2015.

ISBN 978-85-212-0919-5

1. Geometria descritiva I. Título

15.0512 CDD 516.6

Índice para catálogo sistemático:
1. Geometria descritiva

Conteúdo:

Introdução

Este livro tem / é...

...um repertório de imagens.

...predomínio da imagem sobre o texto.

... como ponto de partida aplicações construídas/fabricadas; daí vêm os conceitos e a base teórica.

... o relato de fatos (novos e antigos) da História e das técnicas, discutindo sua evolução.

... uma **OBRA VISUAL**, deixando o texto em segundo plano. Se a Geometria é DESCRITIVA, ela fala por meio de desenhos.

Outros livros têm / são...

...predominantemente teóricos e muito bem encadeados.

Ver na p. seguinte

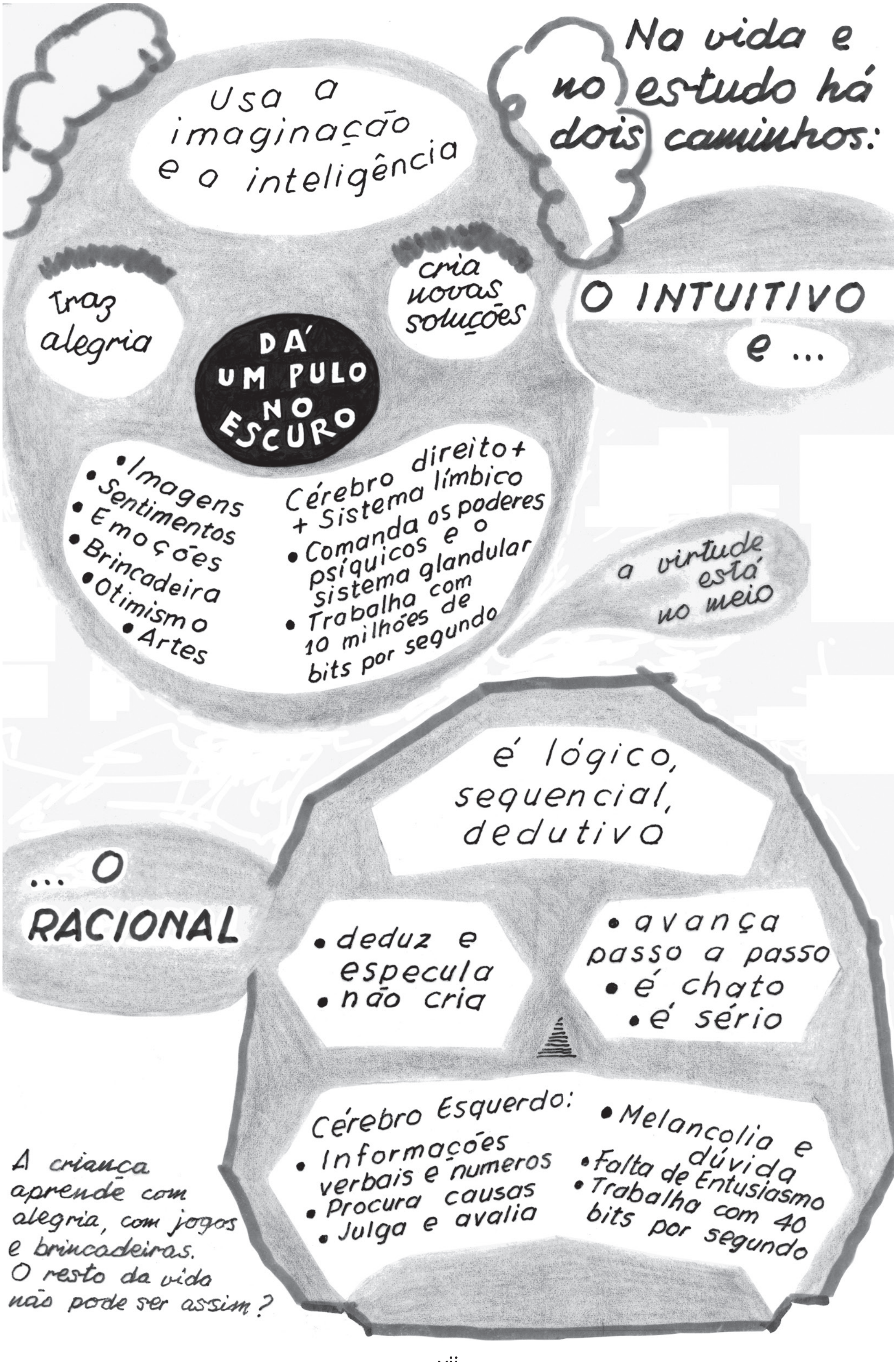
... a base do ensino RACIONAL, fundamentado na repetição do pensamento do Autor. Contudo, jamais se comprovou que tal reprodução melhora o intelecto.

... enorme lastro sequencial de problemas teóricos, sem o referencial profissional.

... a continuação da Geometria Euclidiana, desprovida de seu fundamento filosófico original.

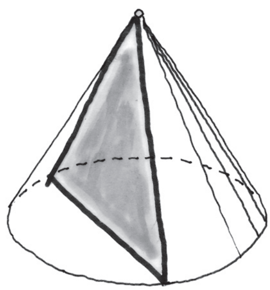
Perguntado sobre como se deve conduzir na vida o sábio respondeu: "A VIDA DEVE SER VIVIDA COMO UMA BRINCADEIRA."

(Platão)


Na vida e no estudo há dois caminhos:
Usa a imaginação e a inteligência
Traz alegria
cria novas soluções
DÁ UM PULO NO ESCURO
O INTUITIVO e ...
• Imagens
• Sentimentos
• Emoções
• Brincadeira
• Otimismo
• Artes
Cérebro direito + Sistema límbico
• Comanda os poderes psíquicos e o sistema glandular
• Trabalha com 10 milhões de bits por segundo
a virtude está no meio
... O RACIONAL
é lógico, sequencial, dedutivo
• deduz e especula
• não cria
• avança passo a passo
• é chato
• é sério
Cérebro Esquerdo:
• Informações verbais e numeros
• Procura causas
• Julga e avalia
• Melancolia e dúvida
• Falta de Entusiasmo
• Trabalha com 40 bits por segundo
A criança aprende com alegria, com jogos e brincadeiras. O resto da vida não pode ser assim?

Capítulo 1

Conteúdo: seções planas no cone: posições relativas ao eixo. Aplicações e histórias. A circunferência e seus elementos. A elipse e seus elementos: traçados geométricos. A parábola e seus elementos; traçados geométricos. A hipérbole e seus elementos; traçados geométricos. Traçados das curvas a partir da GD.



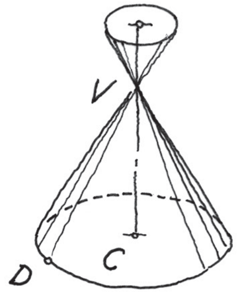
As quatro cônicas são cinco:

1. Circunferência
2. Elipse
3. Parábola
4. Hipérbole
5. Triângulo. Como as demais cônicas são curvas, o triângulo costuma ser excluído da lista. Essa exclusão não tem fundamento teórico; se a seção plana é o corte do cone por um plano, teremos o plano que passa pelo vértice do cone, gerando um triângulo como seção plana.

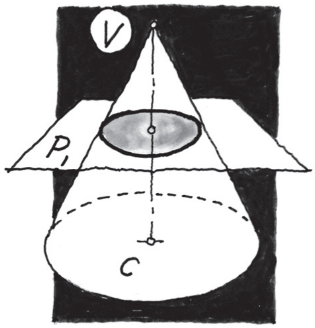
   Vamos, no entanto, seguir a tradição e excluir o número 5.

   Antes de estudar as cônicas, reduzidas a quatro, iremos mostrar como começou o estudo dessas curvas.

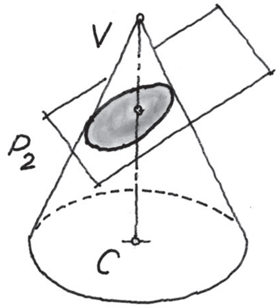
Imagine uma reta VC, sendo C o centro de uma circunferência. Outra reta passa por V e desliza em torno da circunferência. O giro da reta VD dá origem a DUAS superfícies cônicas tendo o vértice comum.



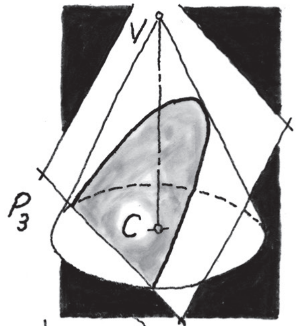
Essa foi a ideia de Apolônio de Pérgamo, por volta de 230 a.C. Em seguida, ele acrescentou um plano P que corta o cone. Vamos considerar, a seguir, apenas UM dos cones.



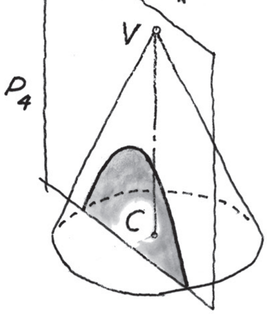
Comecemos por um plano P_1 paralelo à base. Ele dá origem a outra circunferência, que vem a ser uma das cônicas.



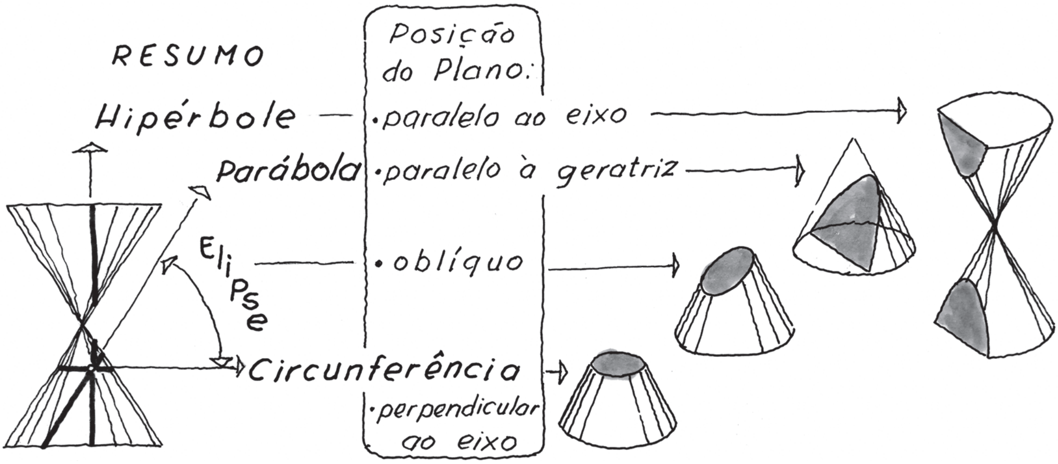
Seja agora um plano P_2 oblíquo ao plano D da circunferência (base): teremos uma elipse.



Se o plano ficar mais inclinado, como em P_3, ele dá origem a uma terceira cônica ou parábola.

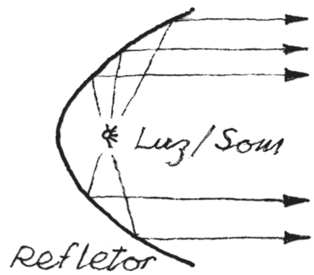


Na posição P_4 o plano é paralelo ao eixo ou altura VC e dá origem à quarta cônica: a hipérbole.



As cônicas são curvas do segundo grau e foram estudadas a fundo por Apolônio de Pérgamo, como vimos. Sabe-se que, antes disso, os babilônios faziam cálculo aproximado do tronco de cone. Há quem afirme que o estudo das cônicas teve origem no problema da duplicação do cubo: definir o valor da aresta x do cubo cujo volume seja o dobro de outro ou, em Álgebra, $a^3 = 2x^3$.

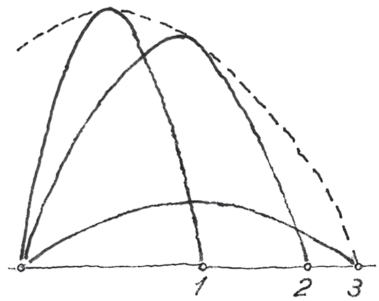
Durante séculos as cônicas ficaram esquecidas até que Kepler verificou que as órbitas dos planetas eram elípticas, e não circulares, como se acreditava. Newton deduziu que a descoberta da órbita elíptica dos planetas era consequência matemática da atração gravitacional. Vale ressaltar que Newton tinha uma tradução em latim dos estudos de Apolônio; se utilizou ou até onde ele os utilizou fica no terreno da suposição. O fato é que ele jamais afirmou conhecer a obra de Apolônio. O leitor que faça suas especulações.



Aplicações das cônicas

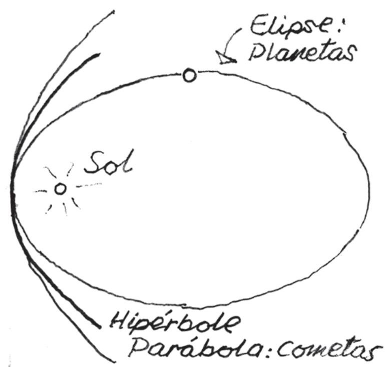
• Do círculo: a roda, as engrenagens, o cilindro

• Da parábola: o refletor (sonoro ou luminoso)
o jato d'água (2)
a queda livre (1)
a balística (3)



• Da elipse: os gráficos de insolação
órbita dos planetas

Astronáutica: a reentrada do foguete espacial deve ser calculada com precisão. Se houver desvio da trajetória, o foguete despenca em queda livre ou entra em trajetória hiperbólica, retornando ao espaço interplanetário, sem volta.

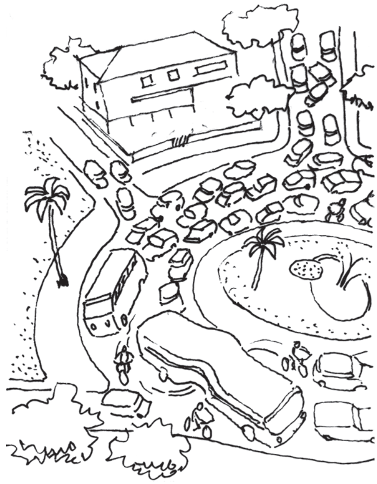


• Da hipérbole: a concordância no traçado de estradas se faz por meio de hipérboles ou de parábolas.

Elipses equidistantes?

Não pode! Elas não existem!

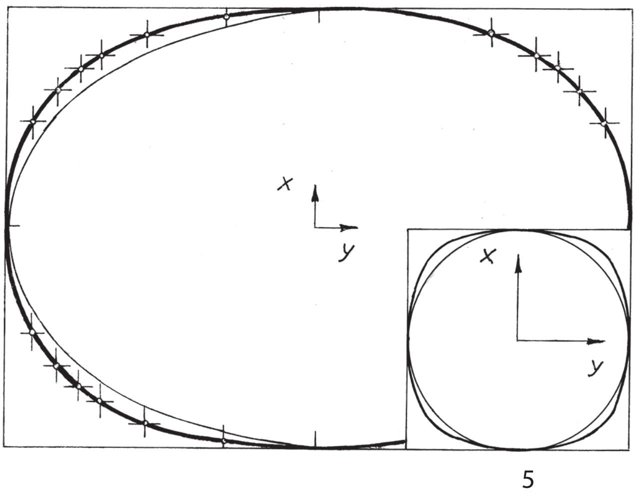
Vejamos um caso incomum: uma praça na Suécia tinha forma elíptica, gerada pela confluência de várias ruas. Durante muito tempo, o tráfego de carroças e diligências fluiu muito bem na praça, mas com o aparecimento do automóvel e sua absurda multiplicação, o trânsito passou a ficar lento. Para solucionar esse problema, bastava que os urbanistas alargassem a faixa de rolamento, obviamente derrubando umas tantas árvores. Ao serem desenhadas as novas elipses, o projeto mostrou que a largura das faixas (entre uma e outra elipse) não era constante. Os planejadores queriam faixas com largura constante e não conseguiram resolver o traçado geométrico.



O problema caiu na prancheta do matemático e poeta Piet Hein, que encontrou uma solução fora das leis da Geometria. Ele adotou uma curva por ele batizada de SUPERELIPSE, que é definida pela equação:

$$\left|\frac{x}{a}\right|^{2,5}+\left|\frac{y}{b}\right|^{2,5}=1$$

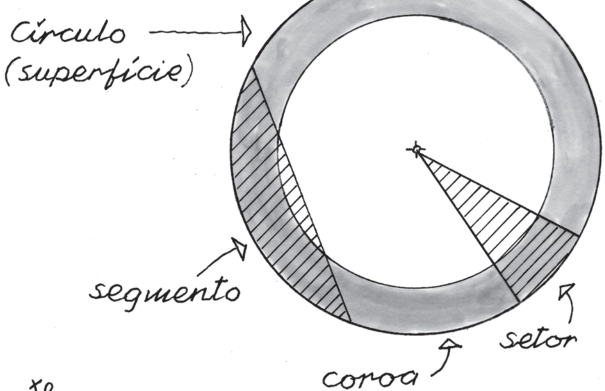
Trata-se de equação formulada 80 anos antes por Gabriel Lamé, ou seja, uma solução algébrica. Um novo ovo, mas esse é do poeta, não de Colombo. Simples demais; claro que envolve criatividade, imaginação, e não apenas conhecimento. Essa equação corresponde a uma curva intermediária entre o retângulo e a elipse.

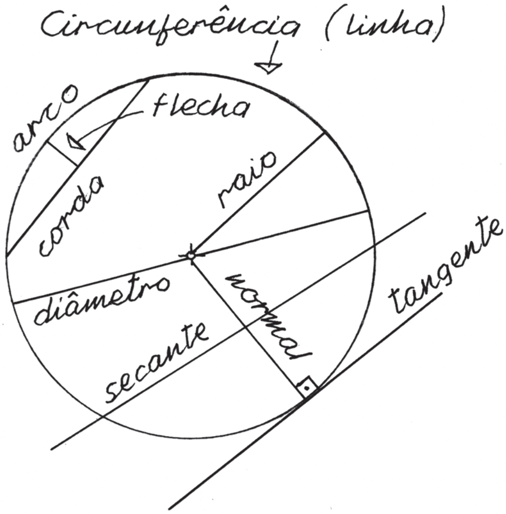


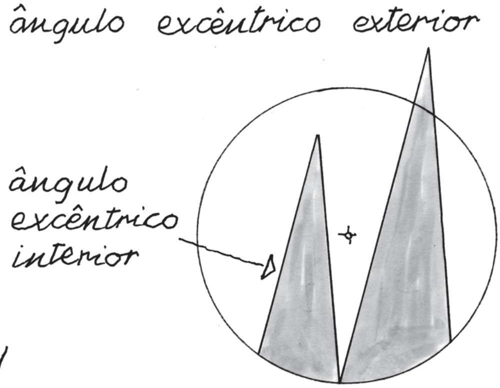
Ela resolveu o problema da praça e passou a ser adotada em mesas, pois permite maior utilização do espaço (e do tampo), com a vantagem de eliminar choques do usuário com o vértice pontudo do retângulo. A equação se adapta ao quadrado, como se vê na figura ao lado.

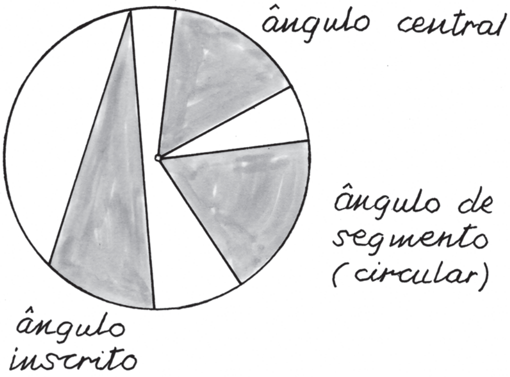
Circunferência

Equação: $x^2 + y^2 = R^2$

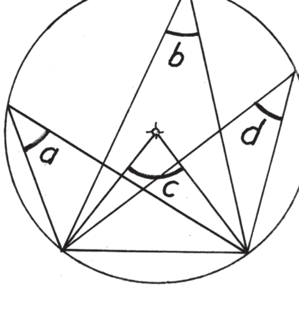








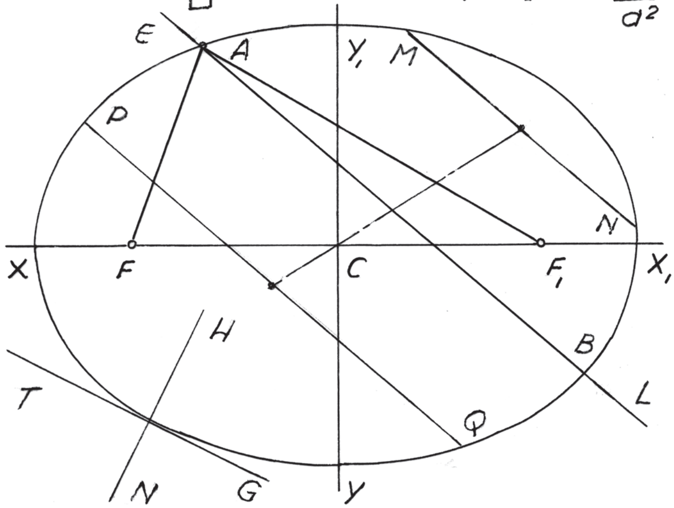
Qual a relação entre os ângulos a, b, c e d?



Resp: $a = b = d = \frac{c}{2}$

Elipse

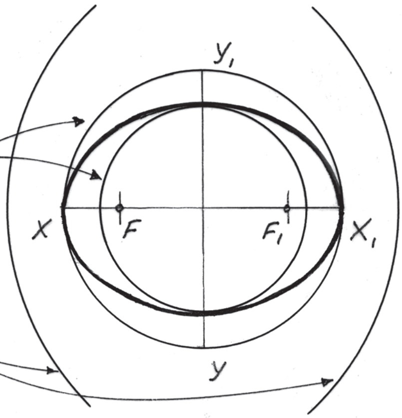
Equação: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



Focos: F e F_1
Eixo maior: CX = a
menor: CY = b
Vértices (4): $X - X_1 - Y - Y_1$
Distância focal: FF_1
Raio vetor: AF e AF_1
Secante: EL
Corda: AB

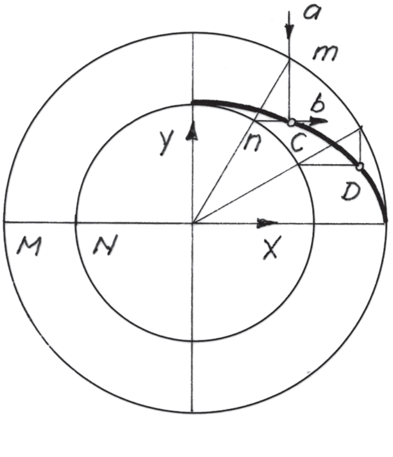
Tangente: TG
Normal: NH
Diâmetro: XX_1
Diâmetros conjugados: MN e PQ
Excentricidade: $\frac{FF_1/2}{CX}$

2 círculos
principais:
diretores: centros em F e F_1 e raio XX_1



TRAÇADOS de 1 a 4

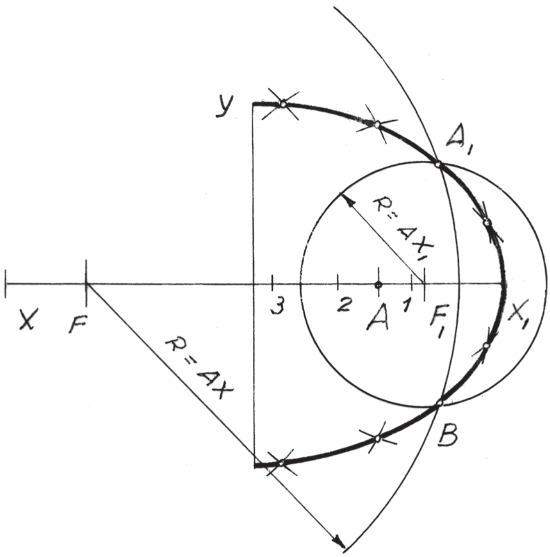
1



Dados: circunferências M e N ou círculos principais.

De **m** - na circunferência maior - traça-se **a**, paralela a Y. Por **n** - na circunferência menor - traça-se **b**, paralela a X. A interseção C pertence à elipse. Repete-se em outras divisões.

2

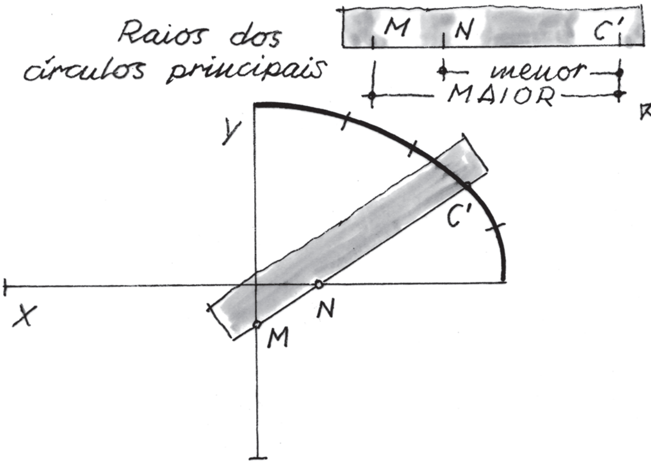


Dados:

- os eixos X e Y.
- os focos F e F_1.

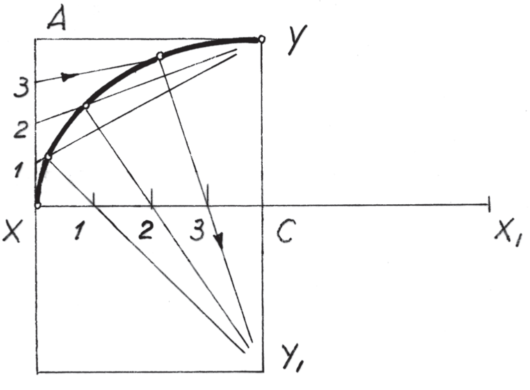
Marca-se A (arbitrário). Com raio AX_1 e centro em F_1 traça-se um arco. Com raio AX e centro em F, marcam-se A_1 e B. Repete-se para 1, 2 e 3.

3



Numa tira de papel, marcam-se os pontos C'M e C'N. O ponto M fica sobre o eixo Y e move-se a tira de modo a obter pontos N sobre o eixo X. O ponto C' define pontos da elipse.

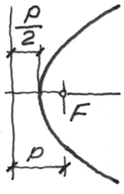
4



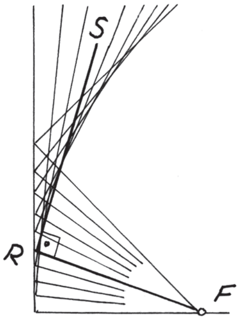
Dados os raios dos círculos principais. Dividem-se AX e CX. em partes iguais. Ao ligar esses pontos a Y e Y_1, obtém-se pontos da elipse.

Parábola

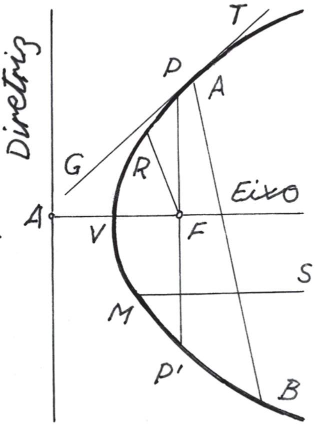
Equação: $y^2 = 2p$



Uma sucessão de retas FR e suas perpendiculares RS gera a curva:



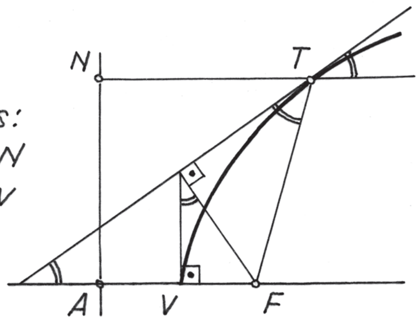
A parábola tem
- Eixo
- Diretriz
- Vértice V
- Foco F
- Parâmetro PP'
- Semiparâmetro AF
- Tangente TG
- Corda AB
- Raio vetor RF
- Diâmetro MS



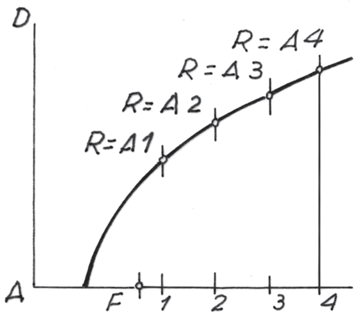
Propriedades:

FT = TN

FV = AV



TRAÇADOS



Diretriz AD

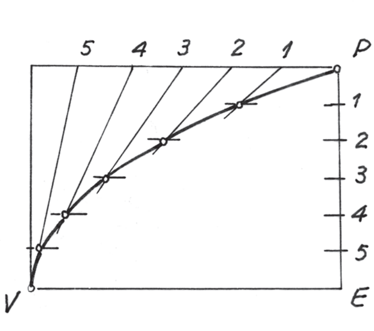
Foco F

Dados

Eixo VE

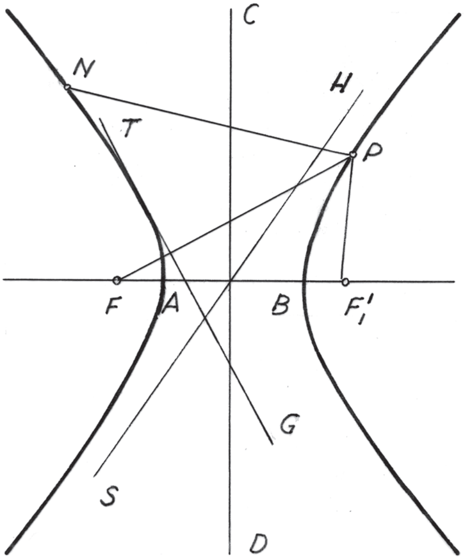
Ponto P

Vértice V



Hipérbole

Equação: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

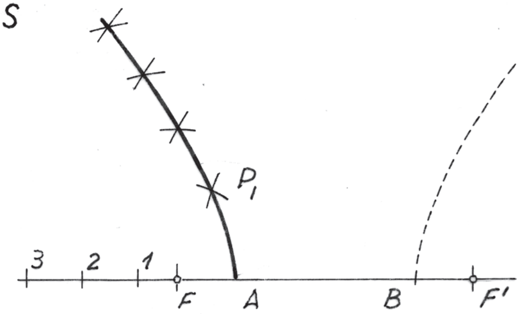


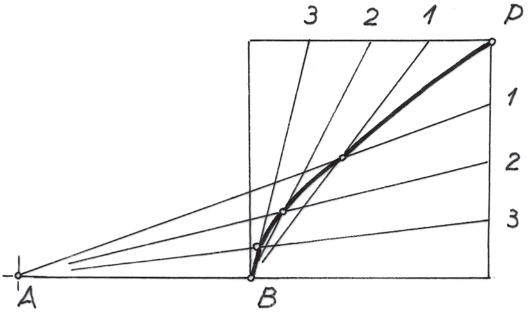
Focos F e F'
Distância focal FF'
Vértices A e B
Eixo | real ou transverso AB
| imaginário ou não transverso CD
Corda PN
Círculo principal ϕ = AB
2 círculos diretores com centro em cada foco e raio = AB
Diâmetro: corda passando no centro
Assíntota HS
Tangente TG

TRAÇADOS

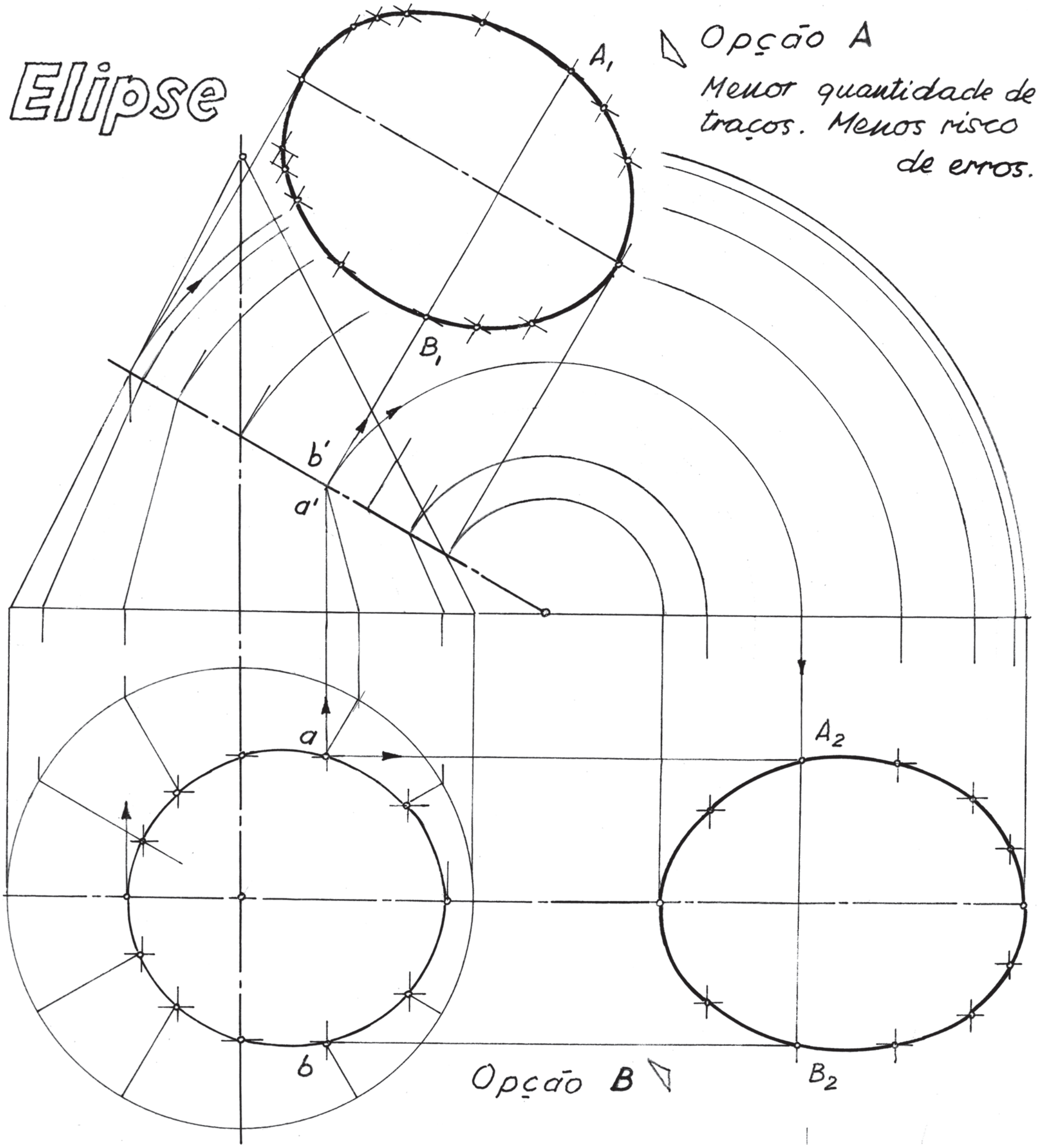
(1) Dados: Eixo AB e focos

• Marcar pontos arbitrários à esquerda de F. • Com centro em F_1' e raio B1, traça-se arco. • Com centro em F e raio A1, outro arco corta o anterior em P_1. ...



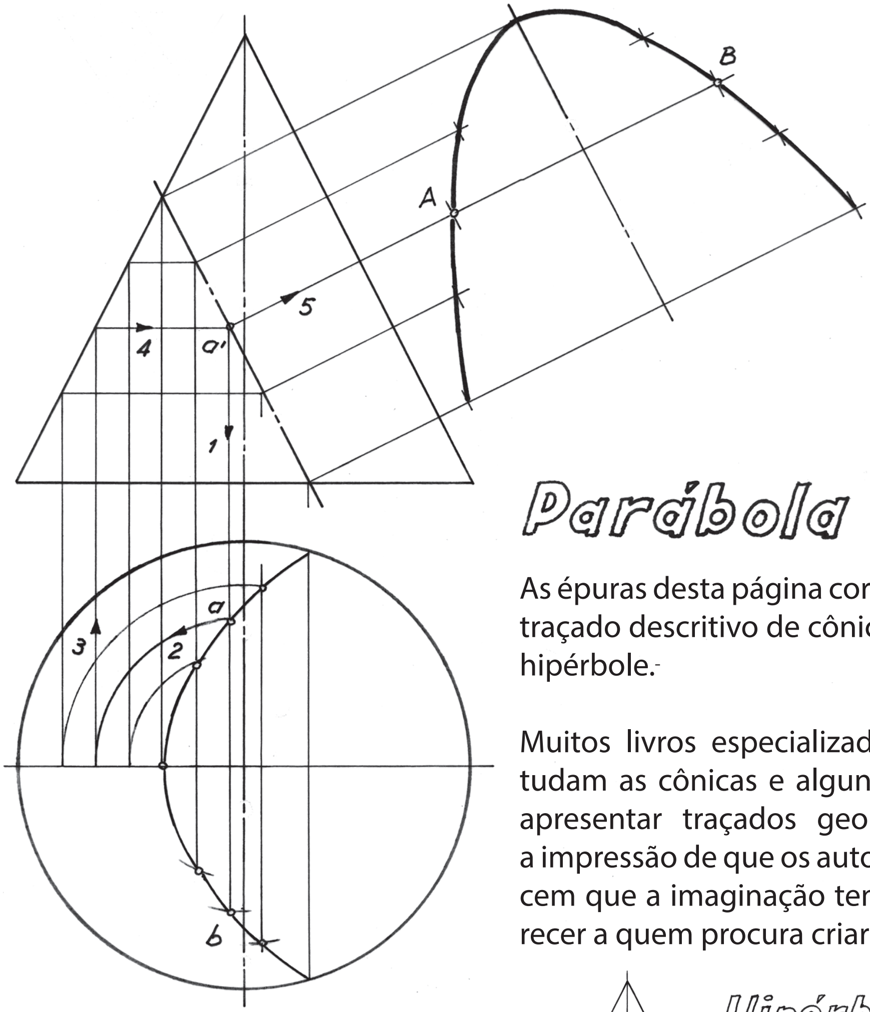


(2) Dados: Eixo real AB
Ponto P da curva



O mais antigo traçado conhecido é de Albrecht Dürer, geômetra e pintor de grande imaginação e notabilizado por estudos pioneiros de Geometria e de Perspectiva e por sua capacidade de captar detalhes, não apenas de representar e de pintar. Ao representar, em duas projeções, a seção cônica que daria origem ao traçado da elipse, ele desenhou uma OVAL, e não a curva correta.

Se Dürer tivesse concluído totalmente o belo raciocínio geométrico desenhado, ele teria sido o precursor da GD, que somente veio a ser estabelecida como ciência no final do século XVI, quase três séculos mais tarde. Contudo, de alguma forma, ele foi um precursor.



Parábola

As épuras desta página correspondem ao traçado descritivo de cônicas: parábola e hipérbole.

Muitos livros especializados sequer estudam as cônicas e alguns limitam-se a apresentar traçados geométricos. Fica a impressão de que os autores desconhecem que a imaginação tem muito a oferecer a quem procura criar coisas novas.

Hipérbole