

# INTRODUÇÃO À DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

Para a Engenharia Civil

REYOLANDO M. L. R. F. BRASIL  
MARCELO ARAUJO DA SILVA

**Blucher**

INTRODUÇÃO À  
**DINÂMICA DAS ESTRUTURAS**  
PARA A ENGENHARIA CIVIL

**Blucher**

**Reyolando M. L. R. F. Brasil**

Engenheiro Civil – EEUM, Doutor em Engenharia – PEF/EPUSP

Livre-docente – PEF/EPUSP

Professor Titular – UFABC

**Marcelo Araujo da Silva**

Engenheiro Civil – UFOP, Doutor em Engenharia – PEF/EPUSP

Diretor Técnico – RM Soluções Engenharia Ltda.

INTRODUÇÃO À

**DINÂMICA DAS ESTRUTURAS**  
**PARA A ENGENHARIA CIVIL**

*Introdução à dinâmica das estruturas para a engenharia civil*

© 2013 Reyolando M. L. R. F. Brasil

Marcelo Araujo da Silva

Editora Edgard Blücher Ltda.

---

# Blucher

---

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar  
04531-012 - São Paulo - SP - Brasil  
Tel 55 11 3078-5366  
**contato@blucher.com.br**  
**www.blucher.com.br**

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do  
*Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios, sem autorização escrita da Editora.

---

Todos os direitos reservados a Editora Edgard Blücher Ltda.

---

## FICHA CATALOGRÁFICA

---

Brasil, Reyolando M. L. R. F.  
Introdução à dinâmica das estruturas para  
engenharia civil / Reyolando M. L. R. F. Brasil,  
Marcelo Araujo da Silva. - São Paulo: Blucher, 2013.

Bibliografia  
ISBN 978-85-212-0778-8

1. Dinâmica estrutural 2. Engenharia das  
estruturas 3. Engenharia Civil I. Título II. Silva,  
Marcelo Araujo da

---

13-0602

CDD 624.171

---

Índice para catálogo sistemático:  
1. Engenharia das estruturas

# CONTEÚDO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	Objetivos.....	15
1.2	Aspectos conceituais e históricos.....	16
1.3	Resumo.....	20
1.4	Observação sobre a notação.....	20
2	MODELOS DE UM GRAU DE LIBERDADE.....	21
2.1	Introdução.....	21
2.2	Modelos de um grau de liberdade.....	21
2.2.1	Vibrações livres não amortecidas.....	23
2.2.2	Vibrações livres amortecidas.....	25
2.2.3	Carregamento harmônico.....	26
2.2.4	Carregamento de impacto.....	28
2.3	Exemplos.....	29
	Exemplo 2.1.....	29
	Exemplo 2.2.....	32
	Exemplo 2.3.....	33
	Exemplo 2.4.....	36
	Exemplo 2.5.....	37
	Exemplo 2.6. Associação de rigidezes em paralelo 1.....	41
	Exemplo 2.7. Associação de rigidezes em paralelo 2.....	43
	Exemplo 2.8. Associação de rigidezes em série.....	44
3	MODELOS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE.....	47
3.1	Introdução ao Método dos Deslocamentos na Dinâmica.....	47
3.2	Exemplo de um edifício de três andares.....	51

3.2.1	Descrição do problema.....	51
3.2.2	Montagem das equações do movimento.....	52
3.3	Vibrações livres não amortecidas .....	54
3.4	Exemplo de análise modal .....	56
3.5	Ortogonalidade e equações desacopladas .....	57
3.6	Método da Superposição Modal.....	59
	Passo 1: equações do movimento .....	59
	Passo 2: determinação das frequências e modos de vibração livre .	59
	Passo 3: determinação das massas modais e carregamentos	
	modais.....	60
	Passo 4: escrever as equações do movimento desacopladas .....	60
	Passo 5: determinação da resposta em cada modo.....	60
	Passo 6: determinação da resposta nas coordenadas físicas	
	do problema.....	60
3.7	Exemplo utilizando o Método dos Elementos Finitos.....	61
	a) Matrizes de rigidez e de massa das barras.....	62
	b) Matrizes de rigidez e massa da estrutura .....	62
	c) Determinação das frequências de vibração .....	63
	d) Determinação dos modos de vibração .....	64
4	SUSPENSÕES DE EQUIPAMENTOS: TRANSMISSIBILIDADE .....	67
4.1	Introdução ao estudo de suspensões de equipamentos.....	67
4.2	Generalidades sobre o projeto de suspensões de equipamentos ....	68
	4.2.1 Critérios estruturais .....	68
	4.2.2 Efeitos e seus valores toleráveis .....	68
	4.2.3 Regras de projeto .....	69
4.3	Cargas dinâmicas dos vários tipos de máquinas .....	70
	4.3.1 Máquinas rotativas .....	71
	4.3.2 Máquinas com partes oscilantes .....	74
	4.3.3 Máquinas de impacto.....	75
4.4	Isolação de vibrações – Sistemas de 1 grau de liberdade .....	75
	4.4.1 Isolação de suspensões para carregamentos harmônicos....	75
	4.4.2 Isolação de equipamentos para movimentos harmônicos	
	de base.....	78
4.5	Controle de vibrações por meio de massas sintonizadas (TMD).....	81
5	FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS ROTATIVAS .....	85
5.1	Escopo e campo de aplicação .....	85
5.2	Conceitos.....	85
	5.2.1 Ações e efeitos .....	86
	5.2.2 Modelo .....	86

5.2.3	Máquina .....	86
5.2.3.1	Frequência de serviço .....	86
5.2.3.2	Faixa de frequência de serviço .....	86
5.2.3.3	Frequência de excitação .....	86
5.2.3.4	Qualidade de balanceamento .....	86
5.2.3.5	Momento acionador .....	86
5.2.3.6	Momento de saída.....	87
5.2.3.7	Forças de vácuo.....	87
5.2.3.8	Curto-circuito terminal e perda de sincronização....	87
5.2.4	Geometria .....	88
5.2.4.1	Tipos de fundações.....	88
5.2.4.2	Diretrizes para pré-dimensionamento .....	88
5.3	Materiais e solo .....	91
5.3.1	Estrutura de concreto armado.....	91
5.3.2	Estrutura metálica.....	91
5.3.3	Solo .....	91
5.4	Cargas.....	91
5.4.1	Equipamentos.....	91
5.4.1.1	Generalidades .....	91
5.4.1.2	Cargas estáticas .....	92
5.4.1.3	Cargas dinâmicas .....	93
5.4.2	Fundação .....	93
5.4.2.1	Cargas permanentes.....	93
5.4.2.2	Cargas impostas.....	93
5.4.2.3	Deformação lenta e retração do concreto armado ...	93
5.4.2.4	Efeitos de temperatura, vento e terremotos .....	93
5.5	Projeto .....	94
5.5.1	Generalidades.....	94
5.5.1.1	Objetivos .....	94
5.5.1.2	Análise estática.....	94
5.5.1.3	Análise dinâmica.....	94
5.5.2	Estudo do modelo .....	95
5.5.2.1	Princípios.....	95
5.5.2.2	Requisitos .....	95
5.5.2.3	Representação simplificada.....	96
5.5.3	Vibrações livres .....	96
5.5.3.1	Frequências e modos de vibração livre.....	96
5.5.3.2	Avaliação de vibrações com base em frequências e modos de vibração livre.....	96
5.5.4	Análise de vibrações devidas a desbalanceamento .....	97
5.5.4.1	Generalidades .....	97
5.5.4.2	Vibrações forçadas .....	98



5.5.4.3	Modos naturais de vibração.....	98
5.5.4.4	Método da Carga Equivalente .....	99
5.5.5	Análise de vibrações transientes .....	99
5.5.5.1	Generalidades .....	99
5.5.5.2	Curto-circuito .....	100
5.5.6	Cargas na fundação e no solo.....	100
5.6	Outros critérios de projeto .....	101
5.6.1	Combinações de carregamentos .....	101
5.6.2	Fundações de concreto armado.....	101
5.6.3	Estruturas de aço .....	102
5.6.4	Solo .....	102
5.7	Detalhamento.....	102
5.7.1	Fundações de concreto armado.....	102
5.7.1.1	Fundação em mesa.....	102
5.7.1.2	Fundações por molas .....	103
5.7.1.3	Fundações em blocos .....	104
5.7.1.4	Plataformas.....	104
5.7.2	Fundações de aço.....	104
5.7.2.1	Fundações em mesa .....	104
5.7.2.2	Fundações por molas .....	105
5.7.2.3	Fundações em plataforma.....	105
5.7.2.4	Proteção contra corrosão .....	105
5.8	CrITÉRIOS de avaliação de resposta dinâmica .....	105
5.9	Exemplo de dois graus de liberdade .....	110
5.9.1	Dados da máquina .....	110
5.9.2	Dados da estrutura.....	110
5.9.3	Equação matricial do movimento .....	111
5.9.4	Análise modal .....	111
5.9.5	Determinação das propriedades modais.....	112
5.9.6	Resposta modal .....	113
5.9.7	Resposta de cada modo $r$ ( $r = 1,2$ ).....	113
5.9.8	Resposta da estrutura .....	113
6	FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS DE IMPACTO.....	115
6.1	Generalidades.....	115
6.2	Fundações de martelos .....	115
6.3	CrITÉRIOS de desempenho .....	117
6.3.1	Amplitudes de deslocamento.....	117
6.3.2	Recalques .....	118
6.3.3	Tensões.....	118
6.4	Pré-dimensionamento.....	118

6.5	Análise dinâmica .....	119
6.5.1	Representação das ações .....	119
6.5.2	Modelo matemático .....	122
6.5.3	Resposta de um sistema com dois graus de liberdade .....	122
6.6	Exemplo de dois graus de liberdade .....	125
6.6.1	Dados do sistema.....	125
6.6.2	Equação matricial do movimento .....	125
6.6.3	Análise modal .....	126
6.6.4	Determinação das propriedades modais.....	127
6.6.5	Resposta modal .....	127
6.6.6	Resposta da estrutura .....	128
7	O EFEITO DINÂMICO DO VENTO SOBRE ESTRUTURAS .....	131
7.1	Introdução .....	131
7.2	Cargas estáticas equivalentes da norma brasileira .....	132
7.2.1	Fatores que afetam a velocidade característica .....	134
7.2.2	Coeficientes de pressão, de forma e de arrasto.....	137
7.3	Cálculo dinâmico segundo a NBR 6123:1988 .....	138
7.3.1	Generalidades.....	138
7.3.2	Modelo discreto .....	138
7.4	Verificação do conforto para os usuários.....	142
7.5	Exemplo de análise de uma torre de telecomunicação em concreto armado .....	146
7.6	Uma metodologia simplificada para a análise dinâmica .....	158
8	ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS SOB EXCITAÇÃO ALEATÓRIA DE VENTO: MÉTODO DO VENTO SINTÉTICO .....	163
8.1	Introdução .....	163
8.2	Caracterização do vento no método .....	165
8.3	O espectro do vento .....	166
8.4	Decomposição das pressões flutuantes .....	170
8.5	Correlação espacial de velocidades .....	172
8.6	Sistematização do método .....	174
8.7	Exemplo .....	177
8.7.1	Modelo estrutural adotado .....	177
8.7.2	Resposta estrutural .....	179
8.7.3	Comentários .....	180
9	EFEITOS DINÂMICOS DO MOVIMENTO DE PESSOAS SOBRE ESTRUTURAS.....	183
9.1	Introdução .....	183

9.2	Sintonização da estrutura .....	185
9.3	Cálculo da resposta às vibrações forçadas .....	187
9.4	Exemplo completo .....	188
9.5	Comentários sobre as normas existentes .....	192
10	EFEITO DE SISMOS SOBRE ESTRUTURAS.....	195
10.1	Introdução .....	195
10.2	Resposta de estruturas simples a terremotos .....	197
10.3	Modelos com vários graus de liberdade.....	203
10.4	Comentários sobre as normas latino-americanas de sismos.....	207
10.4.1	Parâmetros do local.....	208
10.4.1.1	Zoneamento dos países e aceleração característica	208
10.4.1.2	Classes de terrenos .....	216
10.4.2	Categoria de utilização (importância da obra).....	218
10.4.3	Coeficientes de modificação da resposta .....	221
10.4.4	Espectros de resposta elástica de projeto.....	224
10.4.5	Análise sísmica pelo Método das Forças Horizontais Equivalentes .....	227
10.4.6	Limitações de deslocamentos .....	230
10.4.7	Torção acidental.....	231
ANEXO A – Noções sobre o método dos elementos finitos em dinâmica de estruturas.....		233
A.1	Discretização .....	233
A.2	O Método dos Elementos Finitos (MEF) .....	235
A.3	Um breve resumo de Mecânica dos Sólidos em forma matricial .....	235
A.4	Aproximação das equações da Mecânica dos Sólidos pelo MEF .....	238
A.5	Equações de Lagrange, em um elemento.....	240
A.6	Exemplos.....	242
A.6.1	Barra de treliça plana, no sistema local de referência .....	242
A.6.2	Barra de viga inextensível fletida, no sistema local de referência.....	244
A.6.3	Elemento triangular de chapa com três nós no sistema local de referência.....	247
A.6.4	Outros elementos mais complexos .....	250
A.7	Transformação do sistema local para o sistema global da estrutura.....	250
A.7.1	Rotação .....	250
A.7.1.1	Elemento de barra de treliça plana .....	250
A.7.1.2	Elemento de pórtico plano .....	252

Introdução à dinâmica das estruturas para a engenharia civil	11
A.7.1.3 Elemento triangular de chapa de três nós .....	253
A.7.2 “Espalhamento” .....	253
A.8 Imposição das condições de contorno .....	254
ANEXO B – Principais métodos numéricos utilizados na dinâmica linear de estruturas .....	255
B.1 Introdução .....	255
B.2 Solução de Sistemas Lineares .....	255
B.3 Métodos de integração numérica no tempo de sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira e segunda ordem.....	257
B.3.1 Introdução .....	257
B.3.2 Métodos Runge–Kutta de quarta e quinta ordem .....	257
B.3.3 Método de Newmark .....	258
ANEXO C – Decomposição de carregamentos pela análise de Fourier .....	261
C.1 Introdução .....	261
C.2 Séries de Fourier .....	262
C.3 As Transformadas de Fourier .....	263
C.4 A Transformada Discreta de Fourier (DFT) .....	264
C.5 A Transformada Rápida de Fourier (FFT) .....	264
C.6 Exemplo da decomposição de uma onda quadrada em série de Fourier .....	265
BIBLIOGRAFIA .....	267



# PREFÁCIO

Nós, engenheiros civis, temos sido geralmente formados dentro de uma concepção estática da configuração de nossas estruturas. Isso nos tem levado a ignorar uma das mais óbvias sensações do ser humano: a de que o tempo passa e nada permanece como está. A Dinâmica das Estruturas se ocupa do efeito da passagem do tempo e suas consequências sobre as estruturas, tal como a impossibilidade de negligenciar as velocidades dos deslocamentos e a consequente necessidade de levar em conta a energia cinética resultante, bem como a presença de forças de inércia.

No nosso caso particular, o que atrai mais interesse são as vibrações, pequenos movimentos repetitivos em torno de uma configuração de referência. Dificilmente, na prática, coloca-se o problema de estado limite último, ou seja, ruína de uma estrutura em decorrência de cargas dinâmicas (a não ser nos casos particulares de carregamentos de vento e de sismos). O mais comum é a consideração do estado limite de serviço em que a presença de vibrações de determinadas amplitudes e frequências pode tornar a estrutura inadequada à sua finalidade ou com durabilidade inferior à prevista no projeto. É o caso da sensação de desconforto dos ocupantes de uma edificação ou passarela, da imprecisão de produtos manufaturados por máquinas com excesso de vibrações de suas bases, fadiga, fissuração, e outras situações como essas.

Neste livro, pretendemos dar uma abordagem, a mais aplicável possível, para torná-lo útil aos colegas praticantes da Engenharia Civil. Aqueles que se interessarem por detalhes da teoria envolvida podem procurá-los naquela que consideramos a obra-prima sobre a Dinâmica de Estruturas na nossa área, o livro clássico do Prof. Ray W. Clough, que, entre outras realizações de sua vida profícua, foi um dos res-

ponsáveis pelo desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos. Reconhecemos aqui, de público, nosso débito àquele mestre incomparável que serviu de referência a este trabalho. Nas considerações práticas do efeito de vibrações sobre estruturas civis, fizemos uso liberal das orientações dadas por Hugo Bachman, praticamente as mesmas dos códigos europeus sobre o assunto. É claro que as bases primeiras são as leis de Newton, por via vetorial, e as equações de Lagrange, por via energética, dois caminhos coerentes para se seguir no estudo da Mecânica Clássica em que este trabalho se insere.

Nosso tratamento é totalmente linear. O extraordinariamente rico campo de estudos da dinâmica não linear é deixado para outra oportunidade e é recomendado àqueles que pretenderem abraçar uma pós-graduação em Dinâmica de Estruturas.

Agradecemos, ainda, a colegas de quem emprestamos material para vários dos temas abordados. Sem esgotar a relação, lembramos dos Professores Fernando Venancio Filho, Mário Franco (com seu famoso “vento sintético”), Décio Leal de Zagottis, Carlos Eduardo Nigro Mazzilli, Edgard Sant’anna de Almeida Neto (nas fundações de máquinas) e Jasbir Arora (em aplicações de otimização estrutural na dinâmica). Foi Umberto Diz, da SAE, quem motivou a redação das primeiras versões deste texto, para servirem de apoio ao curso de Dinâmica de Estruturas ministrado naquela empresa.

E, é claro, lembramos nossas famílias de sangue e as formadas por nossos alunos de muitas épocas, que são uma das razões de termos tentado esta empreitada.

São Paulo, janeiro de 2013.

Os Autores

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 OBJETIVOS

Os principais objetivos deste livro são:

- divulgar, entre os profissionais e estudantes de engenharia civil, os fundamentos teóricos da análise dinâmica de estruturas;
- fornecer ferramentas práticas para análise de problemas dinâmicos que podem ser encontrados no Brasil e na América Latina, como fundações de máquinas, ventos, sismos e movimento de pessoas sobre estruturas;
- mostrar vários exemplos práticos da dinâmica das estruturas no dia a dia das obras.

Tem ocorrido, recentemente, um considerável progresso em programas comerciais de Elementos Finitos, possibilitando ao profissional seu uso em problemas dinâmicos. Já é possível, e mesmo necessário, esse tipo de análise para problemas que podem surgir em nosso país e na América Latina. É o caso das fundações de equipamentos industriais, do efeito de vento sobre estruturas, de sismos e movimento de pessoas e veículos sobre estruturas. A dificuldade maior tem sido a falta de base da maioria dos profissionais na modelagem dos problemas dinâmicos e na interpretação de seus resultados. O presente livro abrangerá os fundamentos e conceitos teóricos básicos, além dos aspectos práticos e computacionais da modelagem de problemas dinâmicos estruturais.

Como exemplo do potencial perigo dos esforços dinâmicos, citam-se as forças de vento. Um caso muito conhecido de estrutura que ruiu submetida ao esforço dinâmico do vento é o da ponte de Takoma Narrows, no estado de Washington, Estados



Unidos. A Figura 1.1 mostra a imagem de uma torre de telecomunicações no Brasil que ruiu após uma ventania de velocidade superior a 70 km/h.

## 1.2 ASPECTOS CONCEITUAIS E HISTÓRICOS

A dinâmica, na definição de Newton, em seu *Principia*, estuda os movimentos dos corpos provocados por forças a eles aplicadas e as forças que provocam esses movimentos.

Estruturas civis são corpos sujeitos a esforços aos quais devem resistir para que sua forma se mantenha razoavelmente próxima das configurações desejadas, durante os movimentos induzidos. Ou seja, os movimentos de uma estrutura civil devem ser pequenos em torno de uma configuração projetada.

Se a aplicação dos esforços é feita de maneira lenta, com velocidades desprezíveis, é usual não levar em conta o aparecimento de forças de inércia. O estudo dessas estruturas é feito de forma quase estática, a maioria das vezes desconsiderando o efeito dos movimentos sobre o equilíbrio (análise geometricamente linear) e sobre o comportamento dos materiais. Caso contrário, podem resultar movimentos oscila-



**Figura 1.1** – Torre de telecomunicações que ruiu sob o carregamento de vento.  
*Fonte: Zanilda Alves da Silva Lionakis/arquivo pessoal.*

tórios em torno da configuração projetada com efeitos que podem ser indesejados. Os movimentos oscilatórios podem levar a reações e a esforços internos solicitantes maiores que os determinados estaticamente; a permanência de seres humanos sobre a estrutura pode se tornar desconfortável; os movimentos podem afetar o funcionamento de equipamentos montados nessa estrutura; pessoas e equipamentos nas imediações da estrutura podem ser afetados pelo movimento etc.

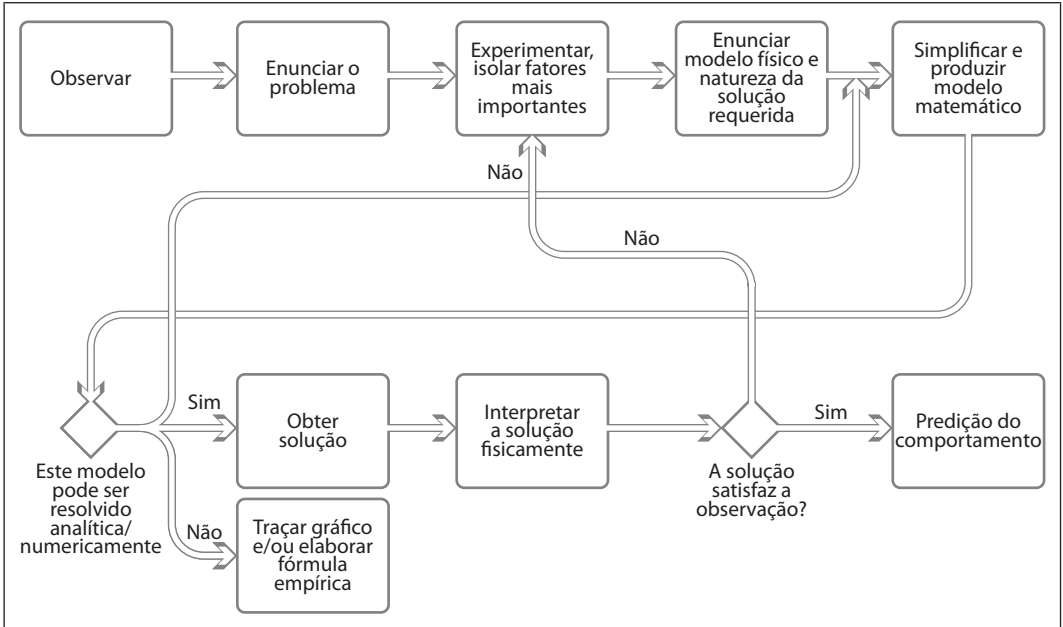
Assim, as características básicas da análise dinâmica de uma estrutura são:

- cargas, reações, esforços internos, tensões, deslocamentos e deformações variam com o tempo, com velocidades não desprezíveis;
- além das cargas aplicadas, reações e esforços internos (que se equilibram em uma situação estática) participam também do equilíbrio das forças de inércia (relacionadas com a massa da estrutura) e forças que dissipam energia (amortecimento);
- as análises não levam, via de regra, a um resultado único (estático), mas a um histórico de resposta.

Situações em que se deve pensar na possibilidade ou necessidade de análise dinâmica de estruturas civis são, entre outras:

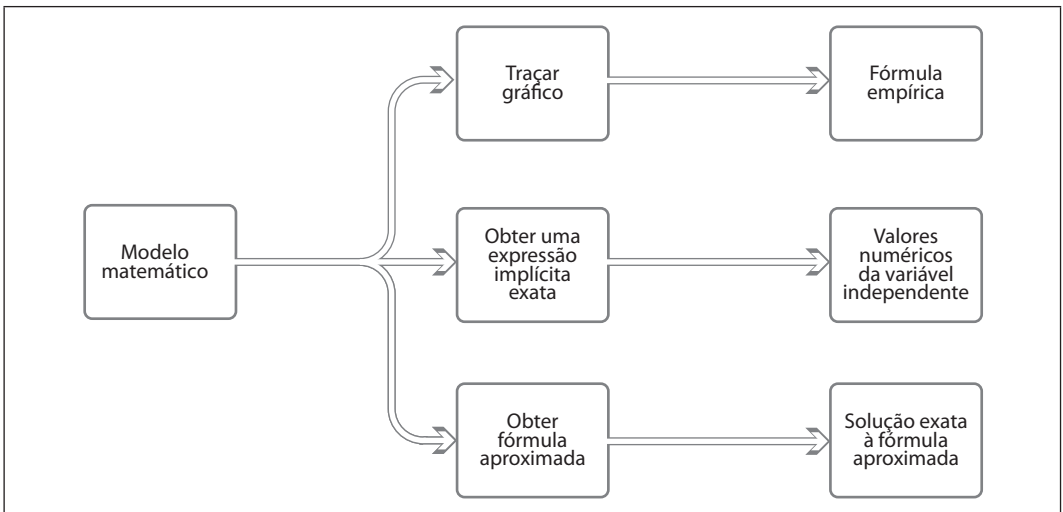
- fundações de máquinas e equipamentos;
- estruturas submetidas ao tráfego de veículos;
- estruturas submetidas ao movimento rítmico de pessoas;
- efeito de sismos (terremotos) sobre estruturas;
- efeito de vento sobre estruturas;
- efeito de impactos e explosões sobre estruturas;
- efeito de ondas do mar sobre estruturas.

A análise de estruturas, como de qualquer outro corpo físico, passa pela criação de uma série de modelos que permitam converter essa entidade da natureza, usualmente muito complexa, em algo que os recursos mentais humanos possam compreender. Assim, de início, transforma-se a estrutura real em um modelo físico (ou conceitual), por simplificações como barras, placas, apoios idealizados, materiais de comportamento simplificado, massas pontuais etc. A seguir, constrói-se um modelo matemático, um sistema de equações (diferenciais e/ou algébricas) relacionando as características da estrutura e introduzindo as leis da mecânica. Na fase final, procura-se resolver essas equações por vias analíticas ou numéricas. A Figura 1.2 ilustra, por meio de um diagrama de blocos, o processo de modelamento matemático de fenômenos naturais em geral.



**Figura 1.2** – Diagrama de blocos para ilustrar a formulação e a solução de problemas físicos.

Uma vez que um modelo matemático é construído, têm-se três principais formas de se resolvê-lo, como mostrado na Figura 1.3.



**Figura 1.3** – Soluções de um modelo matemático.

No caso da dinâmica das estruturas, o modelo matemático a que se chega é constituído por sistemas de equações diferenciais em que o tempo tem papel fundamental. Isso é bem diferente do caso estático, em que se recai em sistemas de equações algébricas. A Tabela 1.1 mostra a diferença entre os sistemas de equações das análises dinâmica e estática.

<b>Tabela 1.1</b> <b>Diferença dos sistemas de equações dos problemas dinâmico e estático</b>	
Dinâmica	Estática
Sistema de equações diferenciais ordinárias	Sistema de equações algébricas
$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f(t)$	$Ku = f$

Nas equações apresentadas na Tabela 1.1,  $M$ ,  $C$  e  $K$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e de rigidez, enquanto os vetores  $\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$ ,  $u$ , e  $f$  são, respectivamente, os vetores aceleração, velocidade, deslocamento e força externa. A variável independente é o tempo  $t$ . Os detalhes dessa formulação serão vistos nos próximos capítulos. Observa-se que a principal diferença entre os dois casos é que, no estático, a variável independente tempo não aparece e as acelerações e velocidades são desprezadas. Quando as equações são lineares, trata-se de dinâmica ou estática linear e, quando as equações são não lineares, trata-se de dinâmica e estática não linear.

Felizmente, para os engenheiros atuais, as fases de modelagem matemática e da solução numérica foram drasticamente revolucionadas pelo advento do computador eletrônico de programa armazenado, após a Segunda Guerra Mundial. Duas outras revoluções, talvez ainda mais importantes, ocorreram em função daquela. O desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos (MEF), a partir dos anos 1960, e a massificação do acesso ao computador, proporcionada pelo lançamento dos microcomputadores pessoais, na década de 1980.

Neste texto, com poucas exceções, trata-se apenas da dinâmica linear, a qual faz parte de uma disciplina mais genérica, denominada Sistemas Dinâmicos. De um modo geral, os Sistemas Dinâmicos estão presentes em diversas áreas do conhecimento, tais como astronomia, dinâmica das populações, fenômenos biológicos, sistemas elétricos, sistemas mecânicos, químicos e civis. Na física matemática e na matemática, o conceito de sistema dinâmico nasce da exigência de construir um modelo geral de todos os sistemas que evoluem segundo uma regra que liga o estado presente aos estados passados. As contribuições de Isaac Newton à modelagem matemática, por meio da formalização da mecânica clássica, abriram espaço para uma sofisticação crescente do aparato matemático que modela fenômenos mecânicos. Mais tarde, te-

mos os trabalhos de Lagrange e Hamilton, que, por uma via paralela, mas coerente, da energia, definiram a teoria da mecânica clássica em um contexto matemático, que essencialmente é o mesmo estudado até hoje.

## 1.3 RESUMO

Este livro pretende dar o embasamento teórico mínimo para assistir o engenheiro no entendimento e na crítica dos modelos matemáticos e soluções numéricas para análise dinâmica de estruturas geradas por um programa de computador baseado no MEF. A estrutura do livro foi proposta para que, de forma didática, consiga-se passar ao leitor os conceitos básicos, bem como os principais campos de aplicação da dinâmica das estruturas na engenharia civil. No Capítulo 2 serão estudados sistemas dinâmicos lineares com um grau de liberdade (GL). Este capítulo talvez seja o mais importante, visto que por meio do mesmo o leitor ficará familiarizado com as equações que regem os problemas dinâmicos e suas soluções (para um GL). No Capítulo 3, serão desenvolvidas as equações para sistemas lineares com vários graus de liberdade. Para tanto, será utilizado o Processo dos Deslocamentos (o Método dos Elementos Finitos nele baseado é brevemente discutido em um anexo). O Método de Newmark para a solução numérica das equações obtidas é discutido em um anexo dedicado a métodos numéricos. Os efeitos dinâmicos mútuos entre equipamentos industriais e seu meio ambiente serão analisados no Capítulo 4. Nesse capítulo, também será realizada uma abordagem do conceito de isoladores e controladores de vibração. Os capítulos 5 e 6 abordam, respectivamente, a análise dinâmica de fundações de máquinas rotativas e de impacto. O cálculo do efeito dinâmico do vento em estruturas, de acordo com a norma NBR-6123:1988 da ABNT, será descrito no Capítulo 7, no qual também serão apresentados diversos estudos e exemplos resolvidos pelos autores. No Capítulo 8, será descrito o Método do Vento Sintético, devido a Mário Franco, o qual é baseado na utilização do espectro do vento para a simulação de carregamento dinâmico aleatório do vento, no domínio do tempo. Os efeitos dinâmicos de pessoas sobre estruturas serão descritos no Capítulo 9, no qual é mostrado um exemplo de uma passarela de pedestre. Finalmente, no Capítulo 10, é descrito o efeito de sismos sobre as estruturas, bem como modelos para o cálculo dos esforços solicitantes para esses casos. É feita menção às normas específicas de vários países da América Latina (inclusive o Brasil).

## 1.4 OBSERVAÇÃO SOBRE A NOTAÇÃO

Tentou-se manter uma única notação para as diversas grandezas físicas abordadas ao longo deste texto. Em alguns casos práticos, como ventos e sismos, entretanto, foram admitidas pequenas variações para coerência com as normas e costumes do mercado.