1

Introdução

1.1 PARA QUE SERVE A FÍSICA?

A ciência desempenha um papel muito importante no mundo contemporâneo. Não era assim há poucas gerações: o desenvolvimento científico tem-se acelerado enormemente. Tornou-se lugar comum dizer que vivemos numa sociedade tecnológica e medir o progresso pelo grau de desenvolvimento tecnológico. A tecnologia depende crucialmente da ciência para renovar-se, e também contribui para ela, mas não devem ser confundidas.

Sem dúvida, nossas vidas são profundamente afetadas pela tecnologia, e de forma que, muitas vezes, está longe de ser benéfica. Basta lembrar os problemas da poluição e do aquecimento global. Os cientistas são frequentemente responsabilizados pelos aspectos negativos decorrentes de suas descobertas, embora o uso que delas se faz dependa de fatores políticos e econômicos alheios a sua vontade. Por mais benéfica que seja a intenção original, ela é frequentemente deturpada. Por isso mesmo, os cientistas devem ter consciência de sua responsabilidade.

Vários problemas cruciais de nossa época dependem para sua solução de avanços científicos e tecnológicos, inclusive aqueles que se originam direta ou indiretamente desses avanços. Os problemas da energia e do meio ambiente adquiriram uma importância vital.

A reação anticientífica existiu desde os primórdios da história da física. Basta lembrar o exemplo de Galileu. Goethe atacou Newton por sua teoria das cores, dizendo que a essência das cores se percebe num pôr do sol, e não fazendo experimentos com um prisma. É preciso reconhecer que a visão científica do mundo não exclui nem invalida outras variedades da experiência. Podemos aplicar a acústica, a neurofisiologia e a psicologia ao estudo das sensações provocadas pela audição de uma sonata de Mozart, mas ainda estaríamos omitindo provavelmente o aspecto mais importante.

A consciência das limitações do método científico não nos deve impedir de apreciar sua imensa contribuição ao conhecimento da natureza. A motivação básica da ciência sempre tem sido a de entender o mundo. É a mesma curiosidade que leva um menino a desmontar um relógio para saber como funciona. De que são feitas as coisas?

Como e por que se movem os corpos celestes? Qual é a natureza da eletricidade e do magnetismo? O que é a luz? Qual a origem do universo? Estas são algumas das grandes questões que têm sido abordadas pelos físicos.

A experiência tem demonstrado que o trabalho de pesquisa básica, motivado exclusivamente pela curiosidade, leva com frequência a aplicações inesperadas de grande importância prática. Conta-se que o grande experimentador Michael Faraday, questionado pelo primeiro-ministro da Inglaterra sobre para que serviria sua recente descoberta do fenômeno da indução eletromagnética, teria respondido: "Quem sabe um dia será taxado pelo governo". Quase todas as aplicações que fazemos hoje em dia da energia elétrica decorrem do efeito descoberto por Faraday. O transistor, o laser, os computadores resultaram de pesquisas básicas em física.

O trabalho de muitas gerações demonstrou a existência de ordem e regularidade nos fenômenos naturais, daquilo que chamamos de leis da natureza. O estudo que ora iniciamos pode ser empreendido pelos mais diversos motivos, mas uma de suas maiores recompensas é uma melhor apreciação da simplicidade, beleza e harmonia dessas leis. É uma espécie de milagre, como disse Einstein: "O que a natureza tem de mais incompreensível é o fato de ser compreensível".

1.2 RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E OUTRAS CIÊNCIAS

A física é, em muitos sentidos, a mais fundamental das ciências naturais, e é também aquela cuja formulação atingiu o maior grau de refinamento.

Com a explicação da estrutura atômica fornecida pela mecânica quântica, a química pode ser considerada até certo ponto como um ramo da física. A física forneceu a explicação da ligação química, e a estrutura e as propriedades das moléculas podem ser calculadas "em princípio" resolvendo problemas de física. Isso não significa que o sejam na prática, exceto em alguns casos extremamente simples. De fato, na imensa maioria dos casos, os sistemas químicos são demasiado complexos para serem tratáveis fisicamente, mesmo com auxílio dos computadores mais poderosos disponíveis, o que significa que os métodos específicos extremamente engenhosos elaborados pelos químicos para tratar esses problemas continuam sendo indispensáveis. Entretanto, não temos razões para duvidar de que as interações básicas responsáveis pelos processos químicos sejam já conhecidas e reduzidas a termos físicos.

A situação com respeito à biologia é até certo ponto análoga, se bem que a compreensão em termos de leis físicas se encontre ainda num estágio menos desenvolvido. Muitas das peculiaridades dos sistemas biológicos resultam de ser fruto de uma evolução histórica – a teoria de Darwin da evolução é fundamental na biologia. Esse fator não é usualmente considerado para sistemas físicos. É certo que na cosmologia a evolução do universo a partir de sua origem é um tema central, mas não no sentido de evolução darwiniana. Os avanços recentes da biologia molecular vêm atuando no sentido de estabelecer uma aproximação cada vez maior entre a biologia e a física.

A física deve grande parte de seu sucesso como modelo de ciência natural ao fato de que sua formulação utiliza uma linguagem que é, ao mesmo tempo, uma ferramenta muito poderosa: a matemática. Na expressão de Galileu, "A ciência está escrita neste grande livro colocado sempre diante de nossos olhos – o universo – mas não podemos lê-lo sem apreender a linguagem e entender os símbolos em termos dos quais está escrito. Este livro está escrito na linguagem matemática".

É importante compreender bem as relações entre física e matemática. Bertrand Russell definiu a matemática como: "A ciência onde nunca se sabe de que se está falando nem se o que se está dizendo é verdade" para caracterizar o método axiomático: tudo é deduzido de um conjunto de axiomas, mas a questão da "validade" desses axiomas no mundo real não se coloca. Hilbert, ao axiomatizar a geometria, disse que nada deveria se alterar se as palavras "ponto, reta, plano" fossem substituídas por "mesa, cadeira, copo". Conforme o conjunto de axiomas adotado, obtém-se a geometria euclidiana ou uma das geometrias não euclidianas, mas não tem sentido perguntar, do ponto de vista da matemática, qual delas é "verdadeira".

Na física, como ciência natural, essa pergunta faz sentido: qual é a geometria do mundo real? A experiência mostra que, na escala astronômica, aparecem desvios da geometria euclidiana.

A física é muitas vezes classificada como "ciência exata", para ressaltar seus aspectos quantitativos. Já no século VI a. C., a descoberta pela Escola Pitagórica de algumas das leis das cordas vibrantes, estabelecendo uma relação entre sons musicais harmoniosos e números inteiros (proporção entre comprimentos de cordas que emitem tons musicais), levou à convicção de que: "Todas as coisas são números".

Embora a formulação em termos quantitativos seja muito importante, a física também lida com muitos problemas interessantes de natureza qualitativa. Isso não significa que não requerem tratamento matemático: algumas das teorias mais difíceis e elaboradas da matemática moderna dizem respeito a métodos qualitativos.

Neste curso, a ênfase não será no tratamento matemático, e sim nos conceitos físicos. Alguns dos conceitos matemáticos básicos que vamos empregar serão introduzidos à medida que se tornarem necessários. Também exemplificaremos algumas aplicações à biologia.

A natureza ignora as distinções que estabelecemos entre diferentes disciplinas. A pesquisa científica de fronteira requer cada vez mais uma abordagem interdisciplinar.

1.3 O MÉTODO CIENTÍFICO

Não se pode codificar um conjunto de regras absolutas para a pesquisa. Cabem apenas algumas observações sobre esse tema.

1. *Observação e experimentação*: são o ponto de partida e, ao mesmo tempo, o teste crucial na formulação das leis naturais. A física, como as demais ciências naturais, é uma ciência experimental. Assim, o bom acordo com a experiência é o juiz supremo da validade de qualquer teoria científica. O diálogo Hegeliano, "Só pode haver sete planetas. Mas isso contradiz os fatos! Tanto pior para os fatos!", representa o oposto da atitude científica. A única autoridade reconhecida como árbitro decisivo da validade de uma teoria é a verificação experimental de suas consequências. Se não está de acordo com a experiência, tem de ser descartada.

Entretanto, "embora a ciência se construa com dados experimentais, da mesma forma que uma casa se constrói com tijolos, uma coleção de dados experimentais ainda não é ciência, da mesma forma que uma coleção de tijolos não é uma casa" (Poincaré).

2. *Abstração, indução:* Já se disse que a primeira lei da ecologia é: "Tudo depende de tudo"; é por isso que problemas ecológicos são tão complexos. Em certa medida, o mesmo vale para a física ou qualquer outra ciência natural. Quando uma maçã cai da árvore, o movimento da Terra sofre uma (pequeníssima!) perturbação, e ele também é afetado pelo que acontece em galáxias extremamente distantes. Entretanto, seria impossível chegar à formulação de leis naturais se procurássemos levar em conta desde o início, no estudo de cada fenômeno, todos os fatores que possam influenciá-lo, por menor que seja essa influência.

O primeiro passo no estudo de um fenômeno natural consiste em fazer abstração de um grande número de fatores considerados inessenciais, concentrando a atenção apenas nos aspectos mais importantes. O julgamento sobre o que é ou não importante já envolve a formulação de modelos e conceitos teóricos, que representam, segundo Einstein, uma "livre criação da mente humana".

Um bom exemplo é o conceito de "partícula" na mecânica. Na geografia, em que o globo terrestre é o principal objeto de estudo, é preciso, para muitos fins, levar em conta as irregularidades da crosta terrestre. Ao estudar o movimento de rotação da Terra em torno de seu eixo, podemos considerá-la, em primeira aproximação, como uma esfera rígida uniforme. Já quando estudamos o movimento de translação da Terra em torno do Sol, considerando que o diâmetro da Terra é menor que um décimo-milésimo de sua distância ao Sol, podemos desprezar suas dimensões, tratando-a como uma partícula ou "ponto material". Temos assim estágios sucessivos de abstração (Figura 1.1) na representação de nosso planeta.

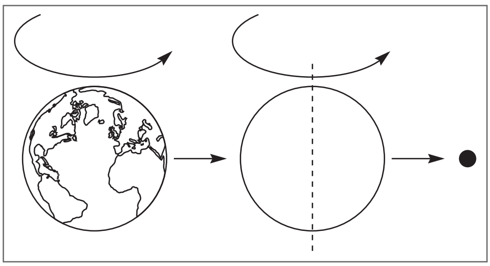


Figura 1.1 Estágios sucessivos de abstração na representação da Terra.

A arte do teórico está em julgar o que e como abstrair, o que é essencial e o que é acessório. O experimentador enfrenta problemas análogos: eliminar "efeitos espúrios" e medir apenas o efeito desejado é extremamente difícil. Só recentemente se descobriu que o universo inteiro é atravessado por radiação eletromagnética, proveniente da Grande Explosão da qual se teria originado, e que pode produzir efeitos importantes na escala quântica.

Uma vez atingido certo estágio no desenvolvimento de conceitos e modelos, pode-se procurar, por meio de um processo indutivo, formular leis fenomenológicas, ou seja, obtidas diretamente a partir dos fenômenos observados, como forma sintética e mais econômica de descrevê-los. Convém frisar que esse é apenas um de muitos processos possíveis que têm sido empregados na formulação de leis físicas.

3. *Leis e teorias físicas*: Um exemplo clássico desse processo, que será discutido no Capítulo 10, foi a formulação das leis de Kepler do movimento planetário

a partir das observações feitas por Tycho Brahe. Neste caso, a etapa ulterior, que culminou na obra de Newton, foi a formulação das leis gerais do movimento e da lei da gravitação universal. O resultado foi a elaboração de uma nova teoria física, a teoria da gravitação, situada dentro de uma teoria mais ampla, a mecânica clássica.

Esse exemplo ilustra algumas das características importantes de uma boa teoria: a) Deve ser capaz de reduzir grande número de fenômenos diversos a um pequeno número de leis simples, mostrando que podem ser deduzidos matematicamente a partir dessas leis básicas; b) Deve ter poder preditivo: a partir das leis básicas, deve ser possível predizer fenômenos novos que possam ser comparados com a experiência. Uma teoria deve sempre ser explorada em todas as direções possíveis, no sentido de verificação de suas previsões. Um dos maiores triunfos da teoria da gravitação universal foi a predição da existência de Netuno, feita por Adams e Leverrier em 1846.

4. *Domínio de validade*: Todas as teorias físicas conhecidas sempre têm representado aproximações aplicáveis num certo domínio da experiência. Assim, por exemplo, as leis da mecânica clássica são aplicáveis aos movimentos usuais de objetos macroscópicos, mas deixam de valer: (i) para velocidades comparáveis com a velocidade da luz, quando aparecem efeitos relativísticos; (ii) para objetos na escala atômica, quando temos de empregar a mecânica quântica.

Entretanto, uma “revolução científica” raramente inutiliza por completo as teorias precedentes. A validade aproximada dessas teorias no domínio em que já haviam sido testadas experimentalmente garante, em geral, sua sobrevivência nesse domínio. Assim, a mecânica clássica continua sendo aplicável a uma grande variedade de movimentos macroscópicos.

Uma nova teoria representa em regra uma generalização da antiga, estendendo-a a um domínio mais amplo, mas contendo-a muitas vezes como caso particular ou caso-limite, válido aproximadamente no domínio anterior. Isso não impede que os conceitos básicos da nova teoria possam diferir radicalmente dos anteriores.

O processo de “seleção natural” pelo qual passam as teorias científicas exige que sejam sempre submetidas a uma ampla crítica pela comunidade científica internacional e ao maior número possível de testes experimentais. Por isso, o segredo e o dogma são inimigos da ciência e a liberdade de comunicação e de pesquisa são vitais para o seu florescimento.

Poderia parecer conveniente iniciar desde logo o estudo da física pelas leis mais exatas conhecidas, uma vez que contêm as formulações anteriores como caso-limite ou caso particular. Entretanto, isso não seria recomendável, e nem mesmo possível, por muitas razões. Do ponto de vista pedagógico, é importante começarmos pelo domínio de fenômenos que nos são mais familiares. A física clássica, que compreende a maior parte do nosso curso, tem um extenso domínio de aplicabilidade, na escala de nossa experiência cotidiana, e uma boa compreensão da mesma tem importância fundamental para a própria formulação da mecânica quântica. Entretanto, convém não perder de vista os limites de aplicabilidade das teorias que vamos estudar. Sempre que possível, chamaremos a atenção sobre esses limites.

1.4 ORDENS DE GRANDEZA. ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Conta-se que o astrônomo inglês Arthur Eddington iniciou uma de suas aulas, em certa ocasião dizendo: "Acredito que o número total de elétrons no universo (igual ao número de prótons) é dado por 15. 747. 724. 136. 275. 002. 577. 605. 653. 961. 181. 555. 468. 044. 717. 914. 527. 116. 709. 366. 231. 425. 076. 185. 631. 031. 296". Na opinião dele, esse número representaria uma constante fundamental da natureza, dedutível teoricamente.

Embora as ideias numerológicas de Eddington não tenham encontrado receptividade, esse exemplo serve pelo menos para ilustrar o fato de que na física é frequente termos de lidar com números muito grandes ou muito pequenos, uma vez que ela abrange o estudo de fenômenos que vão desde a escala subatômica até a escala do universo. Torna-se necessário assim o uso de uma notação conveniente.

O número de Eddington é igual a $2 \times 136 \times 2^{256}$, o que ilustra a vantagem da notação exponencial. Convém lembrar algumas regras simples da potenciação:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$
$$a^{-p} = 1 / a^p$$
$$\left(a^p\right)^q = a^{pq}$$

Usualmente trabalhamos com potências de 10. A tabela abaixo dá as abreviações usadas junto aos nomes das unidades para potências decrescentes e crescentes de 10.

10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y

Exemplo: A velocidade da luz no vácuo é aproximadamente

$$c \approx 300.000 \text{ km / s} = 3 \times 10^5 \text{ km / s}$$

onde " $\approx$ " significa: "aproximadamente igual a".

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 10^5 \text{ cm} \Rightarrow c \approx 3 \times 10^{10} \text{ cm / s}$$

O número de Eddington, nesta notação, é $\approx 1{,}6 \times 10^{79}$. Embora não levemos a sério seus argumentos numerológicos, a ordem de grandeza concorda bastante bem com as estimativas atuais sobre o número total de átomos (dominado pelos de hidrogênio) no universo.

Algarismos significativos: Na estação ferroviária de Campos do Jordão (SP), uma tabuleta com o nome da cidade continha aproximadamente a seguinte informação: Altitude: 1.698,73567 m. Mesmo sem levar em conta o problema da precisão da medida, é óbvio que não tem sentido definir a altitude de uma cidade com precisão de 10^{-2} mm! Também não teria sentido dizer que o peso de uma pessoa é de 75,342846 kg!

Embora o absurdo seja patente nesses exemplos, é um erro muito comum, especialmente para principiantes, manipular dados numéricos preservando um número excessivo de algarismos. Além de sobrecarregar inutilmente as operações com estes números, acarretando grande perda de tempo, e aumentando a probabilidade de erro, isso leva muitas vezes a resultados tão absurdos como os acima citados.

Toda medida é feita com certa margem de precisão, e o resultado só deve ser indicado até o último algarismo significativo. Assim, se o resultado da medida de comprimento de uma sala for indicado como sendo 7 m, deve-se subentender uma precisão na medida de ± 0,5 m, ou seja, o resultado obtido foi 7, mas, devido à incerteza, só podemos dizer que está entre 6,5 m e 7,5 m. Se indicarmos o resultado como 7,00 m, subentende-se uma medida muito mais precisa, com precisão de ± 0,005 m, ou seja, o resultado deve estar entre 6,995 m e 7,005 m.

Note que 0,0001 só tem um algarismo significativo, ao passo que 0,1000 tem quatro. É mais conveniente escrevermos 1×10^{-4} no primeiro caso, e $1{,}000 \times 10^{-1}$ no segundo, empregando sempre números compreendidos entre 1 e 10 seguidos de uma potência apropriada de 10. Com essa notação, o número de algarismos do coeficiente da potência de 10 será o número de algarismos significativos.

Em operação com dados de precisões diversas, não tem sentido manter mais algarismos significativos do que os de número conhecido com menor precisão.

Assim, se as dimensões de uma sala são dadas como comprimento = 7 m; largura = 5,23 m, não tem sentido calcular o perímetro como $2 \times 7 + 2 \times 5{,}23 = 24{,}46$ m: os dois algarismos decimais não são significativos, uma vez que o comprimento só é conhecido com precisão de ± 0,5 m. Devemos usar para o cálculo $2 \times 7 + 2 \times 5 = 24$ m.

A precisão de uma medida também pode ser indicada explicitamente: por exemplo, 26,2 ± 0,3 m significa que o resultado obtido foi 26,2, mas levando em conta a precisão da medida, poderia estar compreendido entre 25,9 m e 26,5 m.

Um conceito mais importante que o de precisão é o de acurácia de uma medida, que mede quanto o resultado se aproxima do valor real da grandeza medida. Por exemplo, uma pesagem feita com uma balança de precisão pode fornecer um valor incluindo até décimos de grama, mas, caso a balança não esteja bem calibrada, o resultado não terá uma acurácia correspondente, podendo ser bastante diverso do valor verdadeiro.

É de grande importância para um físico saber fazer rapidamente estimativas de ordens de grandeza, onde em geral não se mantém mais do que um único algarismo significativo: o importante é obter a potência de 10 correta.

Exemplos:

1) De que ordem de grandeza é o número de segundos em 1 ano?

$$1 \text{ ano} \sim 12 \times 30 = 3{,}6 \times 10^2 \text{ dias}$$

onde "~" significa: da ordem de

$$1 \text{ dia} = 24 \times 60 \times 60 \sim 8,6 \times 10^4 \text{ s}$$
$$\therefore 1 \text{ ano} \sim 8,6 \times 3,6 \times 10^6 \text{ s} \sim 3 \times 10^7 \text{ s}$$

2) Em astronomia, emprega-se frequentemente como unidade de distância o ano--luz, a distância percorrida pela luz em 1 ano.

$$1 \text{ ano} - \text{luz} \sim 3 \times 10^5 \text{ km / s} \times 3 \times 10^7 \text{s} \sim 9 \times 10^{12} \text{ km} \sim 9 \times 10^{15} \text{ m}$$

3) De que ordem de grandeza é o número de células contidas no corpo humano?

Podemos estimar o diâmetro médio de uma célula lembrando que os menores objetos visíveis num bom microscópio ótico têm dimensões da ordem de 1 μm (= 1 micrometro, ou micron = 10^{-6} m) – daí o nome do aparelho (um físico se lembraria disso por ser a ordem de grandeza dos comprimentos de onda da luz visível; a relação entre estes dois fatos será discutida no curso de ótica). Sabemos que o diâmetro médio de uma célula é algumas vezes maior, digamos, da ordem de 10 μm = 10^{-5} m. O volume médio de uma célula será então da ordem de $(10^{-5} \text{ m})^3 = 10^{-15} \text{ m}^3$. A ordem de grandeza do volume do corpo humano pode ser estimada como um cilindro de diâmetro ~ 40 cm e altura ~ 1,70 m, o que dá um volume da ordem de $\pi\ (0,2)^2 \times 1,70 \sim 10^{-1} \text{ m}^3$ (note que não tem sentido preocupar-se com um fator ~ 2 numa estimativa como essa). Concluímos então que o número total de células do corpo humano deve ser da ordem de $10^{-1}/10^{-15} = 10^{14}$. Esse resultado pode estar errado por um fator da ordem de 10 ou 10^2 para mais ou para menos, de modo que não faria sentido dar uma resposta como $3,7 \times 10^{14}$, conservando fatores numéricos que não merecem nenhuma confiança, dada a imprecisão dos dados de que partimos. O que deve ser estimado com o máximo cuidado neste caso (e em qualquer problema de física) é a potência de 10.

1.5 MEDIDAS DE COMPRIMENTO

(a) Unidades

O método mais simples de medir uma grandeza física é por meio da comparação direta com um padrão de medida adotado como unidade. Entretanto, isso geralmente só é possível em casos muito especiais e dentro de um domínio de valores bastante limitado. Fora deste domínio, é preciso recorrer a métodos indiretos de medição.

O primeiro padrão relativamente preciso de medida de comprimento só foi introduzido após a Revolução Francesa, para atender às necessidades da navegação e da cartografia. O *metro* foi então definido como sendo 10^{-7} da distância do Polo Norte ao Equador, ao longo do meridiano de Paris. Após um século, para aumentar a precisão, introduziu-se o *metro-padrão*, distância entre dois traços numa barra mantida de forma a minimizar efeitos de dilatação térmica, no Ofício Internacional de Pesos e Medidas em Paris. Réplicas deste protótipo eram utilizadas para calibração.

Em 1960, foi adotada uma definição muito mais satisfatória e precisa, em termos de um padrão associado a uma grandeza física fundamental: o comprimento de onda de uma radiação luminosa característica emitida por átomos de criptônio 86 (^{86}Kr), um gás raro existente na atmosfera. Quando a luz emitida numa descarga gasosa é analisada num espectroscópio, observa-se um espectro de raias, característico da substância. Uma raia espectral representa luz monocromática, de comprimento de onda bem definido. Foi escolhida uma raia alaranjada do ^{86}Kr; em termos de seu comprimento de onda λ_{Kr}, definiu-se o metro por 1 m = 1.650.763,73 λ_{Kr}. Note que essa definição implica na possibilidade de medir comprimentos com precisão de 1 parte em 10^9! Isto se faz através de métodos interferométricos, que serão discutidos no curso de ótica.

Em 1983, decidiu-se adotar um novo esquema, mantendo o protótipo da unidade de tempo baseado no relógio atômico (Seç. 1.7), mas substituindo o padrão de comprimento por um padrão de velocidade, baseado em outra constante universal, a *velocidade da luz no vácuo*, *c*. *Por definição*, o valor *exato* de *c* é

$$c = 299.792.458 \text{ m / s}$$

o que, indiretamente, fixa a definição do metro em termos da definição do segundo: é a distância percorrida pela luz em $1/c$ segundos.

Na prática, para reproduzir o metro com alta precisão, continuam sendo empregados métodos baseados em comprimentos de onda de raias espectrais, utilizando radiação laser.

Informações atualizadas sobre o Sistema Internacional (SI) de unidades de medida e os valores das constantes fundamentais da física estão disponíveis na Internet, no portal do National Institute of Standards and Technology: http:// physics.nist.gov.

(b) Medição de distâncias muito pequenas ou muito grandes

A Tabela 1.1 dá uma ideia da escala de distâncias abrangidas pela física, com alguns exemplos típicos ilustrativos de ordens de grandeza.

Métodos de medição realmente diretos só são aplicáveis dentro de uma faixa de quatro ou cinco ordens de grandeza em torno de nossa escala de tamanho (1 m). Como se medem distâncias menores ou maiores?

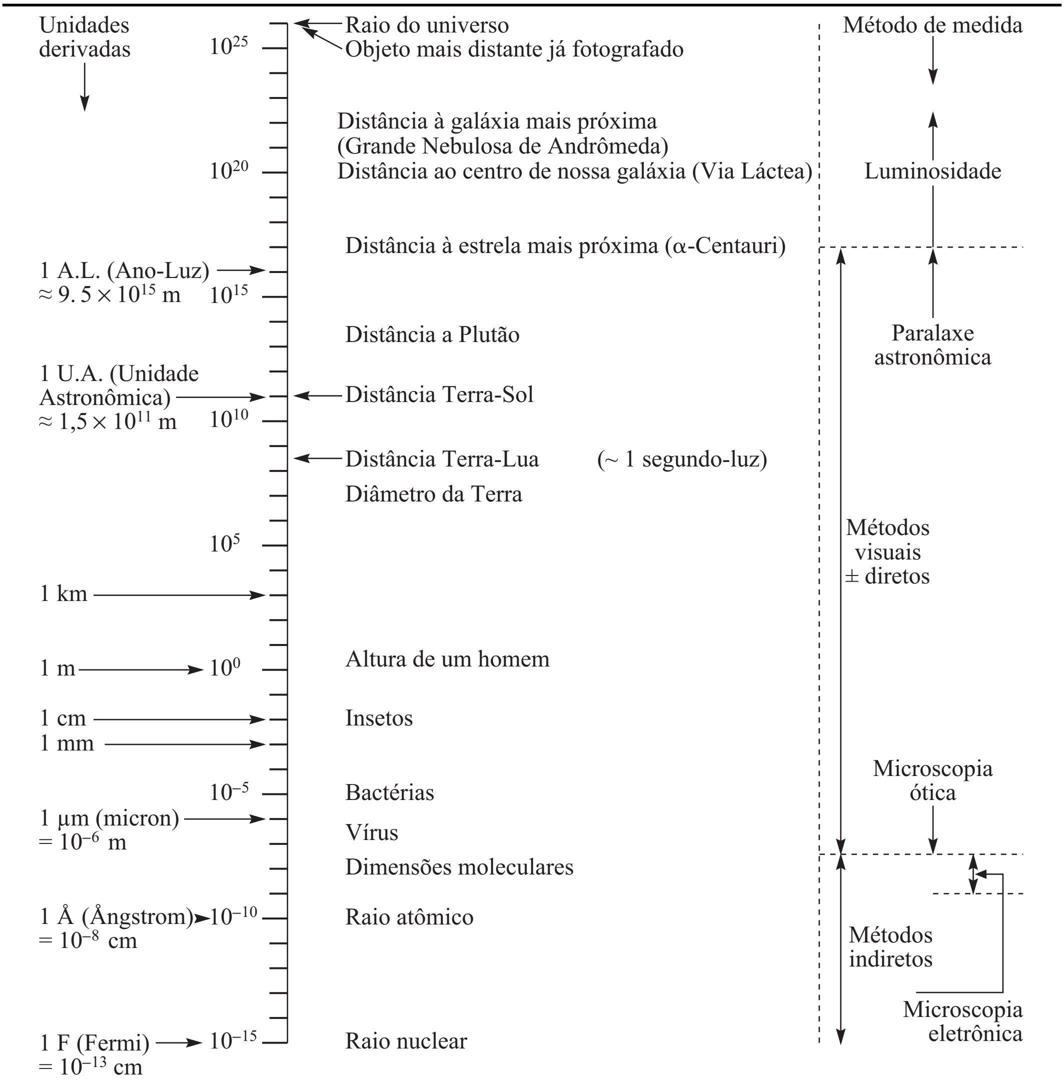
Distâncias pequenas

Distâncias menores, até valores da ordem dos comprimentos de onda da luz visível (alguns décimos de μm), podem ser medidas por métodos visuais mais ou menos diretos, com o auxílio de um microscópio ótico de aumento conhecido.

Distâncias ainda menores, até valores da ordem de 10^{-8} m, que correspondem ao tamanho de cadeias moleculares grandes, como os vírus, podem ser medidas por microscopia eletrônica.

Conforme será visto mais tarde, o microscópio eletrônico é análogo ao microscópio ótico, mas permite atingir aumentos maiores porque emprega, em lugar de um feixe de luz, um feixe de elétrons rápidos, que, segundo a mecânica quântica, também têm propriedades ondulatórias, mas de comprimento de onda bem menor que o da luz visível.

TABELA 1.1 Escala de Distâncias (em metros).



Abaixo desses valores, entramos na região das dimensões típicas moleculares e atômicas. Os métodos de medida aqui são inteiramente indiretos, baseados na análise teórica dos fenômenos observados. Um deles emprega radiação eletromagnética, ou seja, de mesma natureza que a luz visível, mas de comprimentos de onda da ordem das distâncias interatômicas: são os raios X. Instrumentos inventados recentemente, o microscópio de varredura por tunelamento e o microscópio de força atômica, permitem observar a superfície de materiais na escala atômica. Os fenômenos que ocorrem neste domínio de distâncias só podem ser analisados com o auxílio da mecânica quântica.

Em particular, a natureza ondulatória dos objetos atômicos introduz limitações no próprio conceito de "tamanho de um objeto" e na precisão com que o tamanho pode ser definido, ligadas ao chamado "princípio de incerteza" de Heisenberg.

As dimensões nucleares são “medidas” de forma totalmente indireta. Um método importante de obter informações neste domínio é o bombardeio de núcleos com partículas nucleares aceleradas a energias elevadas; a eficácia de difusão dessas partículas pelos núcleos depende do seu “tamanho”.

Recentemente, a região de tamanhos da ordem de nanômetros (1 nm = 10^{-9} m) adquiriu grande importância, gerando a nova área da *nanociência e nanotecnologia*. Isto se deve à possibilidade de construir e manipular objetos dessas dimensões, com o auxílio de instrumentos como o microscópio de força atômica.

Distâncias grandes

Distâncias maiores que algumas dezenas de metros não se medem usualmente por comparação direta com um metro. Um método usado com frequência é a *triangulação*, que requer uma distância conhecida para servir de *base* e um instrumento que permita mirar objetos distantes e medir o ângulo entre a direção da mira e a linha da base, como o teodolito.

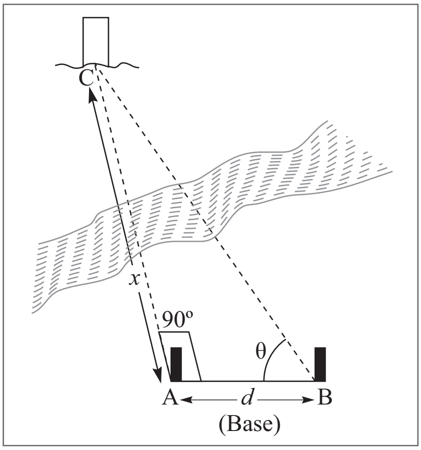


Figura 1.2 Triangulação.

A Figura 1.2 mostra como se poderia usar este método para medir a distância de um ponto A de um terreno a um objeto C inacessível (por exemplo, do outro lado de um rio). A base AB seria a distância d entre duas estacas fincadas no terreno e o teodolito seria usado para medir os ângulos dos vértices A e B do triângulo ABC. Tomando AB de forma que $B\hat{A}C = 90°$ e medindo o ângulo $\theta = A\hat{B}C$, a distância incógnita $x = \overline{AC}$ é dada por

$$x = d \text{ tg } \theta \tag{1.5.1}$$

É fácil estender o método ao caso em que $B\hat{A}C$ é um ângulo qualquer, medido pelo teodolito (verifique!). Para objetos distantes, estaremos lidando sempre com a medida de ângulos próximos de 90°, e pequenos erros na medida dos ângulos podem levar a erros grandes na distância, o que limita o alcance do método (é fácil ver isto no caso da (1.5.1)).

Uma variante deste método foi usada por Eratóstenes no século III a.C. para medir o raio da Terra. A ideia de que a Terra tem a forma esférica já era corrente nessa época: Aristóteles havia citado como argumento a sombra circular projetada pela Terra sobre a Lua sempre que se interpõe entre o Sol e esse satélite.

O método de Eratóstenes está ilustrado na Figura 1.3. No dia do solstício de verão (o dia mais longo do ano), na cidade de Siene (atual Aswan), ao meio-dia, os raios solares eram exatamente verticais, o que se verificava pela ausência de sombra de uma estaca vertical (direção de um fio de prumo).

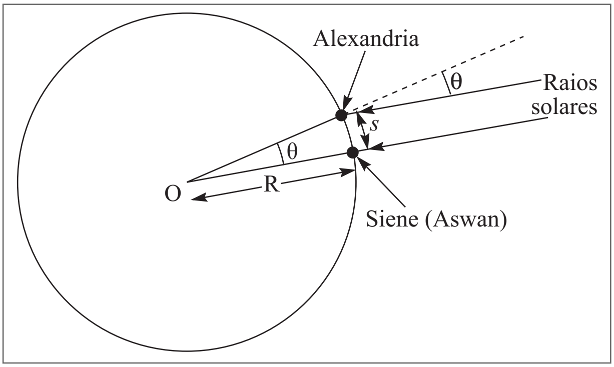


Figura 1.3 Como Eratóstenes estimou o raio da Terra.

No mesmo dia, e na hora em que a sombra de uma estaca vertical era a mais curta, em Alexandria, que fica ao norte de Siene sobre o mesmo meridiano, os raios solares faziam um ângulo $\theta \approx 7{,}2°$ com a vertical. Conhecendo a distância s entre Alexandria e Siene, Eratóstenes determinou a circunferência $C = 2\pi R$ da Terra pela expressão

$$\frac{s}{2\pi R} = \frac{\theta}{360°} = \frac{7.2}{360} = \frac{1}{50}$$

o que dá $C = 2\pi R = 50\, s$. O valor de s usado por Eratóstenes foi 5.000 "stadia", levando a

$$C = 250.000 \text{ “stadia”}.$$

Uma estimativa moderna do "stadium" (unidade de comprimento grega) é que equivalia a 157 metros, o que daria

$$C = 39.250 \text{ km}$$

em lugar de 40.000 km, um erro < 2%!

Aproximadamente na mesma época, o grande astrônomo grego Aristarco de Samos determinou a distância Terra-Lua, com precisão comparável. Para isto, baseou-se também na sombra circular projetada pela Terra sobre a Lua por ocasião de um eclipse da Lua. Comparando o raio aparente da sombra com o raio aparente da Lua, e conhecendo pelo resultado de Eratóstenes o raio da Terra, determina-se o raio verdadeiro da Lua R_L. Medindo o diâmetro angular aparente θ_L da Lua (ângulo subtendido pelo disco lunar visto da Terra), obtém-se então a distância D da Terra à Lua pela relação: $2R_L = \theta_L D$ (θ_L em radianos). O valor atualmente aceito para a distância média da Terra à Lua é de ≈ 384.400 km.

Como a velocidade da luz no vácuo é de ≈ 300.000 km/s, vemos que D corresponde a pouco mais de 1 segundo-luz. Nas comunicações com os astronautas na Lua, havia um intervalo de um pouco mais de 2 s entre a emissão de um sinal e a recepção da resposta. Os astronautas montaram na Lua um refletor que foi utilizado para refletir pulsos de luz emitidos da Terra por um laser. O intervalo de tempo entre um pulso emitido e o recebimento do "eco" pode ser medido com grande precisão, o que permitiu determinar a distância instantânea Terra-Lua com precisão de ≈ 15 cm, ou seja, menor que 1 parte em 1 bilhão! É um método análogo ao radar.

A determinação razoavelmente precisa da escala do Sistema Solar (distâncias entre Terra, Sol e outros planetas) só foi alcançada no século XVIII, empregando um método proposto por Halley, em que a passagem da órbita de Vênus projetada sobre o disco solar era acompanhada por observadores em latitudes diferentes. Pareceria mais simples usar o método de triangulação, com a observação simultânea de um planeta como Marte por dois observadores em pontos diferentes da Terra, separados por uma distância (base) conhecida. A grande dificuldade deste método estava em garantir a simultaneidade das observações, ou seja, na sincronização dos relógios dos dois observadores, que, conforme veremos adiante, só se tornou possível na 2ª metade do século XVIII. Depois disso, o método da triangulação permitiu determinações bastante precisas da escala do Sistema Solar. Recentemente, o método do radar foi aplicado para determinar com grande precisão a distância Terra-Vênus.

O raio *médio* da órbita (elíptica) da Terra em torno do Sol é tomado como definindo 1 Unidade Astronômica (U.A.): 1 U.A. $\approx 149{,}60 \times 10^6$ km $\approx 1{,}5 \times 10^{11}$ m.

A primeira determinação de distância fora do Sistema Solar foi feita pelo astrônomo alemão Bessel em 1838, pelo método da "paralaxe estelar", que nada mais é do que o método de triangulação, tomando como base o diâmetro da órbita terrestre. A paralaxe mede a variação da direção em que é vista uma estrela a partir de diferentes pontos da órbita da Terra. Um intervalo de 6 meses entre as observações corresponde a tomar como base o diâmetro d da órbita, conforme mostra a Figura 1.4 (o ângulo de paralaxe φ é definido como a metade do ângulo subtendido entre essas duas posições da Terra). Mesmo para a estrela mais próxima da Terra, α – Centauri, que está a 4,3 A.L. (Anos-Luz) de distância, φ já é extremamente pequeno, da ordem de 0,76″ (segundos de arco). Como é muito difícil medir ângulos tão pequenos com precisão, este método só é aplicável às estrelas mais próximas, no máximo até distâncias de algumas dezenas de A.L. Para uma estrela a 30 A.L. da Terra, a paralaxe seria da ordem de 0,1″, o ângulo subtendido por uma moeda de 1 cm de raio situada a ~ 40 km de distância! Há apenas da ordem de 10^4 estrelas fora do sistema solar (dentro de ~ 10^2 A.L.) cujas distâncias são conhecidas com erro inferior a 10%, medidas pelo método da paralaxe.

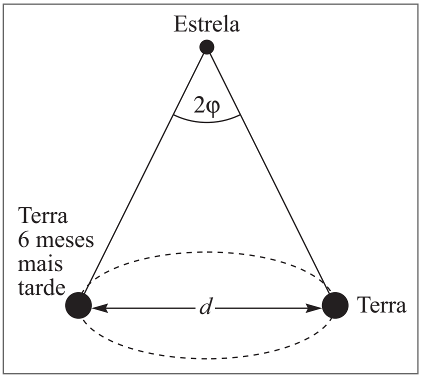


Figura 1.4 Paralaxe estelar.

Distâncias maiores são medidas por métodos bem mais indiretos, baseados na relação entre a luminosidade aparente da estrela (que podemos medir), sua luminosidade intrínseca (que temos de inferir) e a distância. Para uma dada luminosidade intrínseca, a luminosidade aparente cai com o inverso do quadrado da distância, de modo que o problema se reduz ao de determinar a luminosidade intrínseca. É como se medíssemos a distância a uma lâmpada de 100 W (luminosidade conhecida) pela sua luminosidade aparente a essa distância. A luminosidade intrínseca corresponde aos "100 W" da lâmpada. Para muitas estrelas, podemos determiná-la por meio de uma relação que se descobriu existir entre a luminosidade intrínseca e a cor (espectro da radiação da estrela, que pode ser determinado).

Um método adicional faz uso de estrelas conhecidas como "Cefeidas variáveis", cuja luminosidade tem oscilações periódicas mensuráveis, de período diretamente relacionado com a luminosidade absoluta. Este método permite determinar as distâncias a muitas galáxias fora da Via Láctea. Finalmente, pode-se inferir dessa maneira a relação entre luminosidade intrínseca e tipo de toda uma galáxia (somente a nossa galáxia, a Via Láctea, contém ~ 10^{11} estrelas), e usá-las para determinar distâncias às galáxias mais longínquas conhecidas, situadas a mais de 10^9 A.L. de distância. Apenas uma ordem de grandeza acima se situa o assim chamando "raio do universo", cujo significado será discutido mais tarde. Progressos recentes em cosmologia decorreram do emprego de um novo método, utilizando a luminosidade máxima das explosões de uma classe de estrelas chamadas "supernovas do tipo Ia".

É importante em todos estes métodos que a passagem de um método a outro faz uso, para calibração, de distâncias já determinadas por um método anterior.

O caráter extremamente indireto na medição de distâncias muito grandes é responsável pela incerteza na determinação de um parâmetro fundamental em cosmologia, a constante de Hubble, relacionada com a idade do universo.

1.6 SISTEMAS DE COORDENADAS

Distâncias e ângulos são utilizados para fixar a posição de um ponto no espaço, em relação a um dado referencial.

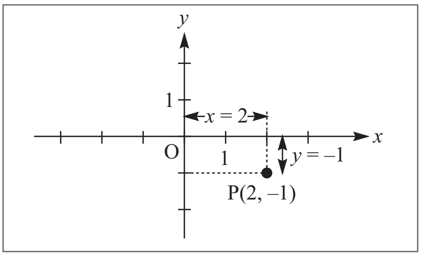


Figura 1.5 Coordenadas cartesianas.

O caso mais simples é o de um ponto sobre uma superfície plana. Supomos familiaridade com o sistema de *coordenadas cartesianas* (Figura 1.5), definido por uma origem O e dois eixos ortogonais, em relação ao qual a posição de um ponto P é definida por suas coordenadas x (abscissa) e y (ordenada): P(x,y). Um sistema deste tipo é empregado correntemente para localizar uma rua na planta de uma cidade, ou uma cidade num atlas geográfico.

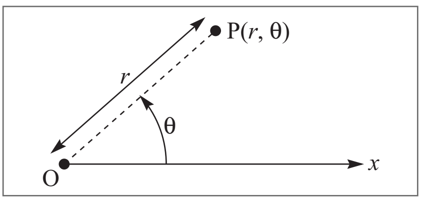


Figura 1.6 Coordenadas polares.

No sistema de *coordenadas polares* (Figura 1.6), definido por uma origem O e uma direção de referência Ox, a posição de um ponto P é fixada pela sua distância r à origem e pelo ângulo θ que a direção OP faz com Ox: P(r, θ). Assim, quando dizemos que Bragança Paulista fica a 60 km ao norte de São Paulo, temos r = 60 km e θ = 90° em relação à direção de referência Oeste → Leste.

Para fixar a posição de um ponto no espaço, precisamos de 3 coordenadas, que podem ser, por exemplo, suas coordenadas cartesianas (x, y, z) em relação a um sistema de 3 eixos ortogonais. Podemos empregar também em 3 dimensões um sistema análogo às coordenadas polares (que discutiremos em detalhe mais tarde). Conhecida a distância r do ponto P a uma origem O, sabemos que ele está sobre uma esfera de centro O e raio r, e podemos fixar a posição de P sobre a superfície curva da esfera através de dois ângulos. Um sistema deste tipo bem conhecido é empregado sobre a superfície da Terra, fixando-se a posição de um ponto através de sua *latitude* e *longitude*.

O ângulo de *latitude* λ varia entre 0° e 90° ao N ou ao S do equador, e o ângulo de longitude φ varia entre 0° e 180° a L ou O do meridiano de Greenwich. Para a cidade de São Paulo, por exemplo, $\lambda = 23°33'$ S e $\varphi = 46°39'$ O (Figura 1.7). A latitude e longitude de um ponto sobre a superfície da Terra são dados fundamentais para a navegação. Como se determinam?

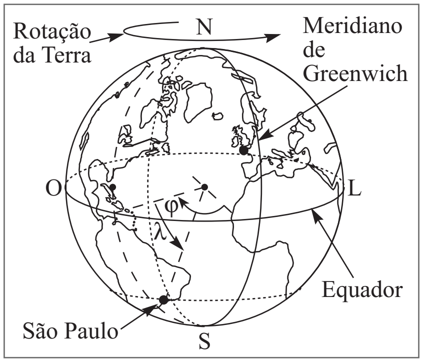


Figura 1.7 Latitude e longitude.

O problema fundamental, devido à rotação da Terra, é o de encontrar direções de referência fixas no espaço. A direção do eixo de rotação da Terra é (aproximadamente, conforme veremos depois) uma tal direção, e podemos determiná-la por observações astronômicas.

Se tirarmos uma fotografia de longa exposição (algumas horas) do céu noturno, com a câmera apontada para o Norte (no Hemisfério Norte) ou para o Sul (no Hemisfério Sul), o aspecto será semelhante ao da Figura 1.8. Cada estrela parece descrever um arco de círculo (de comprimento proporcional ao tempo de exposição), com os círculos tendo todos um centro comum, o ponto em que a direção do eixo de rotação da Terra atravessa a "esfera celeste". No Hemisfério Norte, há uma estrela bem visível próxima deste ponto: Poláris, a "Estrela Polar" ou "Estrela do Norte", que já era conhecida pelos navegadores desde a mais remota antiguidade, e era por eles empregada para determinar a latitude.

Figura 1.8 Foto de longa exposição do céu noturno (hemisfério norte).

Assim, para medir a latitude no Hemisfério Norte, basta medir o ângulo θ entre a direção em que Poláris é observada e a vertical local (Figura 1.9); a latitude λ é dada por

$$\lambda = 90^\circ - \theta \qquad \textbf{(1.6.1)}$$

O ângulo θ é chamado de *colatitude*.

Para a longitude, o problema era bem mais difícil, porque não se dispunha de nenhum objeto celeste fixo sobre o meridiano de Greenwich, ou seja, que acompanhe a rotação da Terra (hoje em dia, existem satélites geoestacionários). A relação

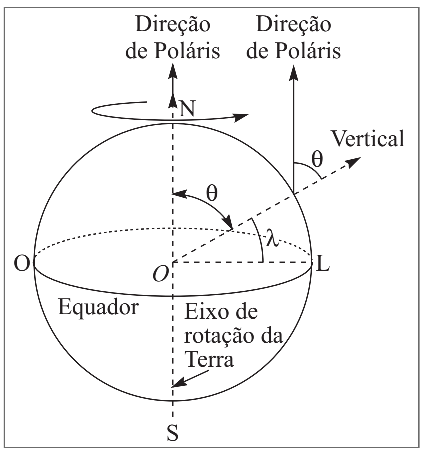


Figura 1.9 Colatitude θ.

bem conhecida entre longitude e fusos horários mostra que o problema se reduz à comparação entre a "hora local" e a "hora de Greenwich", ou seja, a um problema de sincronização de relógios. Veremos na próxima seção como este problema foi resolvido.

1.7 MEDIDA DO TEMPO

Da mesma forma que uma régua permite medir distâncias marcando intervalos iguais de comprimento, um *relógio* é qualquer instrumento que permita medir o tempo, marcando intervalos de tempo iguais.

Qualquer fenômeno *periódico*, ou seja, que se repete sem alteração cada vez que transcorre um intervalo de tempo determinado (*período*), pode em princípio ser associado com um relógio. Assim um dos "relógios" mais antigos foi provavelmente associado com o nascer do sol, definindo o intervalo de um dia. Galileu utilizou como relógio as suas pulsações (batimentos cardíacos).

Como sabemos que os intervalos de tempo marcados por um relógio são efetivamente iguais? A resposta é que *não* sabemos. Não adianta invocarmos a sensação subjetiva da passagem do tempo (tempo psicológico), que está associado a um "relógio biológico", definido pelo ritmo de nosso metabolismo. Sentimos o tempo passar bem mais depressa em companhia de uma pessoa atraente do sexo oposto do que numa sala de aula, por exemplo! Sabemos também que os dias medidos pelo método do nascer do sol têm duração variável conforme as estações.

Tudo que podemos fazer é *comparar* relógios diferentes e decidir, através de tais comparações e de argumentos teóricos sobre as leis que governam o fenômeno periódico qual relógio merece maior grau de confiança. Assim, ao definir a duração do dia pelo período de rotação da Terra, temos a possibilidade de comparar este movimento periódico com outros "relógios" astronômicos: os períodos de rotação da Terra em torno do Sol, da Lua em torno da Terra, de Mercúrio e Vênus em torno do Sol, dos satélites de Júpiter em torno do planeta. Observações muito precisas mostraram concordância destes outros "relógios" entre si e pequenas discrepâncias com a rotação da Terra, levando à conclusão de que esta rotação é sujeita a pequenas irregularidades, da ordem de 1 parte em 10^8. Um dos fatores responsáveis por elas é o efeito de atrito associado com as marés.

Atribuindo agora à palavra "relógio" o sentido específico de um instrumento construído para medida do tempo, os relógios mais antigos conhecidos são os *relógios de sol*, que ainda são encontrados em nossos dias ornamentando jardins. Os mais simples deles baseiam-se no comprimento da projeção da sombra de uma estaca sobre uma escala graduada. O quadrante solar, um pouco mais elaborado, projeta a sombra de um ponteiro sobre um quadrante graduado. Os relógios solares apresentam o inconveniente de só poderem funcionar durante o dia e de marcarem horas não muito iguais.

No antigo Egito e Babilônia já eram empregados "relógios de água" (clepsidras), baseados no escoamento de um filete de água, através de um pequeno orifício no fundo de um recipiente, para outro recipiente contendo uma escala graduada (Figura 1.10). Um dispositivo semelhante foi utilizado por Galileu em experiências básicas de mecânica. Os "relógios de areia" (ampulhetas), baseados num princípio análogo, também são empregados até hoje.

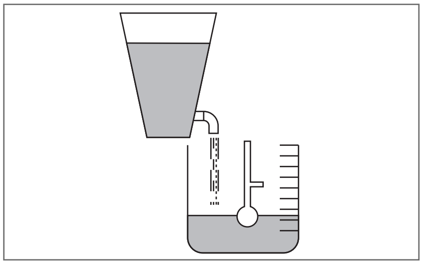


Figura 1.10 Relógio de água.

Nenhum método mais preciso de medir pequenos intervalos de tempo era conhecido até 1581, quando Galileu, comparando as oscilações de um candelabro da Catedral de Pisa com o ritmo de seu pulso, descobriu o isocronismo das oscilações do pêndulo, ou seja, que o período das oscilações permanecia o mesmo, embora a sua amplitude fosse diminuindo (Galileu, que naquela época tinha 17 anos e era estudante de medicina, aplicou logo esse resultado em sentido inverso, construindo um "pulsômetro", pêndulo de comprimento-padrão destinado a tomar o pulso do paciente em hospitais). A partir dessa época, começaram a ser construídos relógios de pêndulo, acionados por pesos, e também relógios acionados por uma mola espiral, antecessores dos atuais.

O estímulo principal para a construção de relógios mais precisos veio do problema da determinação da longitude. Conforme já foi mencionado, este problema se reduz diretamente ao de comparar a "hora local" com a "hora de Greenwich". Como a Terra gira em torno de seu eixo de 360° em 24 h, uma variação de 1h da hora local corresponde a um deslocamento de 15° de longitude (= 360°/24), ou seja, cada grau de longitude equivale a uma variação de 4 minutos da hora local. Levando em conta o sentido de rotação da Terra (Figura 1.7), vemos, por exemplo, que, quando é meio-dia em Greenwich, a hora local verdadeira em São Paulo (longitude 46° 39′O) é alguns minutos antes das nove horas da manhã (para fins práticos, toma-se a mesma hora local convencional em todos os pontos de um mesmo fuso horário; no caso, a diferença de hora local convencional seria de 3 horas).

Para determinar a longitude na navegação, bastaria portanto transportar a bordo do navio um relógio acertado pela hora de Greenwich, e compará-lo, por exemplo, com o meio-dia local (sol a pino). Mas isto requer um relógio de grande precisão, pois um erro de 1 minuto no tempo equivale a $(1/4)° = 10^4$ km/360 ≈ 28 km. Logo, se um navegador quisesse determinar a longitude com erro menor que 0,5° (≈ 56 km) depois de uma viagem de 6 semanas, o relógio não poderia adiantar ou atrasar mais do que 2 min em 42 dias, ou seja, 3 segundos por dia!

A importância prática do problema pode ser ilustrada pelo fato de que um Tratado como o de Tordesilhas (1493), dividindo as terras do globo entre Portugal e Espanha, tinha efeitos meramente acadêmicos enquanto não se pudesse determinar que terras estavam situadas a leste ou a oeste de um dado meridiano. Em 1714,o Parlamento inglês ofereceu o maior prêmio jamais oferecido até àquela época (£ 20.000) a quem inventasse um método prático de determinação da longitude com erro < 0,5°. Newton, Huygens, Leibnitz e outros cientistas ilustres não haviam conseguido resolver o problema.

Finalmente, ele foi resolvido por um carpinteiro inglês chamado John Harrison, com a construção de seu "cronômetro marítimo". O problema mais difícil era o de compensar os efeitos da dilatação da mola espiral devido a variações de temperatura. Após mais de 30 anos de trabalho, Harrison chegou a seu "Modelo 4", que foi testado em 1761, numa viagem de Portsmouth à Jamaica. Decorridos mais de 5 meses de viagem, o relógio só se tinha desviado de 1 min 53 1/2 s, satisfazendo amplamente às condições exigidas. Assim mesmo, o prêmio não foi pago! Harrison só recebeu a metade em 1765, após um segundo teste, em que o erro foi < 0,1 segundo por dia em 156 dias. Acabou recebendo a segunda metade em 1777, por intervenção direta do rei George III.

A precisão do cronômetro marítimo de Harrison era da ordem de 1 parte em 10^5, comparável à precisão de um moderno relógio "elétrico", baseado nas vibrações de um diapasão e nas oscilações elétricas de um circuito. Um relógio de pulso de quartzo, baseado em oscilações de um cristal de quartzo submetido a um campo elétrico, tem usualmente uma precisão da ordem de 1s por mês, ou seja, ~ 3 partes em 10^7, mas relógios mais sofisticados baseados em osciladores de quartzo atingem uma precisão da ordem de 1 parte em 10^8.

Num "relógio atômico", utiliza-se como padrão de frequência uma frequência característica associada a uma radiação (na região de micro-ondas) emitida por átomos de césio 133, que por sua vez controla oscilações eletromagnéticas na região de micro-ondas e um oscilador de quartzo. A precisão do atual padrão primário de tempo (NIST – F1) é de 2 partes em 10^{15} (1s em 20 milhões de anos!).

Com o relógio atômico, tornou-se fácil detectar as irregularidades da rotação da Terra já mencionadas (da ordem de 1 parte em 10^8). Até 1956, a definição da unidade de tempo (1s) se fazia em termos do *dia solar médio*, a média sobre um ano da duração do dia (de meio-dia a meio-dia), com 1s = 1/86.400 do dia solar médio. Em 1956, tendo em vista as irregularidades na rotação da Terra, adotou-se uma definição baseada na duração do ano (período de revolução da Terra em torno do Sol), mas, levando em conta que esta é também variável (de forma conhecida com grande precisão), relativa à duração do "ano tropical" 1900 (1 ano tropical é o intervalo entre duas passagens consecutivas do Sol pelo equinócio de primavera). Assim, 1 "segundo das efemérides" foi definido como a fração 1/31.556.925,9747 do ano trópico 1900. Finalmente, em 1967, foi decidido definir também o segundo (como o metro) em termos de uma radiação atômica característica. A definição atual do segundo é: 1 s é a duração de 9.162.631.770 períodos da radiação característica do césio 133 que é empregada no relógio atômico.

A Tabela 1.2. dá uma ideia da escala de tempos abrangidos pela física. Como se medem tempos extremamente pequenos e extremamente longos, como os indicados nessa tabela?

Medida de tempos muito curtos

Os métodos diretos de medida de tempos muito curtos são *métodos eletrônicos*. Um dos instrumentos mais importantes para este fim é o *osciloscópio*.

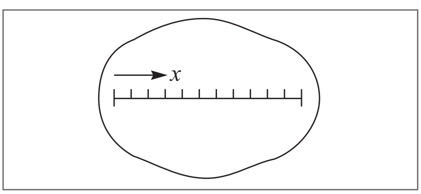


Figura 1.11 Varredura.

O "relógio" do osciloscópio é um circuito eletrônico oscilante que aplica um sinal oscilatório a um feixe de elétrons, fazendo-o varrer a tela do osciloscópio de um lado para outro Figura 1.11) com velocidade uniforme conhecida (é um princípio semelhante ao empregado num aparelho de televisão).

TABELA 1.2 Escala de Tempo (em segundos).

Unidades derivadas	Escala	Evento	Método de medida
	10^{18}	Idade do universo	Datação Radioativa
		Idade do sistema solar	
		Aparecimento da vida na Terra	
	10^{15}		
		Aparecimento do homem na Terra	
		Aparecimento da agricultura	
	10^{10}		Medida ± direta com relógios
		Duração média da vida humana	
1 a (ano) $= 3.1 \times 10^7$ s		Período da órbita da Terra em torno do Sol	
1 d (dia) $= 8{,}6 \times 10^4$ s	10^5	Período de rotação da Terra	
		Tempo levado pela luz do Sol até a Terra	
1 s	10^0	1 batimento cardíaco	
1 ms	10^{-3}	Período médio de ondas sonoras audíveis	
	10^{-5}		Métodos eletrônicos
1 μs	10^{-6}	Período típico de ondas de rádio	
1 ns	10^{-9}		
	10^{-10}	Tempo levado pela luz para percorrer 1 m	
1 ps	10^{-12}		
1 fs	10^{-15}	Pulsos mais curtos produzidos por lasers Período característico das oscilações atômicas e da luz visível	Métodos indiretos
	10^{-20}		
		Período de vibrações nucleares	
	10^{-24}	Tempo levado pela luz para atravessar um núcleo	

Podemos calibrar o aparelho diretamente em termos do tempo levado pelo feixe para percorrer cada graduação. Para alguns dos osciloscópios mais rápidos atuais, este tempo é da ordem de 10^{-9} s por cm.

Se aplicarmos um impulso elétrico às placas defletoras verticais do osciloscópio, desviando o feixe de elétrons de sua trajetória horizontal, o pulso aparecerá na tela (Figura 1.12), e sua duração poderá ser medida diretamente em termos do número de graduações e da calibração.

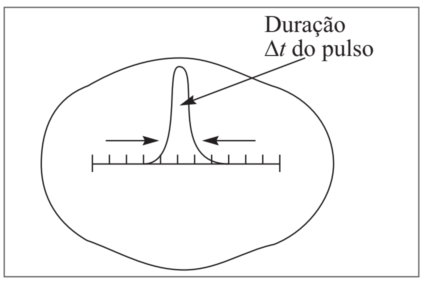


Figura 1.12 Pulso visto num osciloscópio.

A duração de pulsos luminosos de picossegundos pode ser medida fotografando o pulso e medindo o seu comprimento, uma vez que a velocidade da luz é conhecida. Diversas das assim chamadas "partículas elementares" têm vidas médias da ordem de 10^{-24} s, que são medidas por métodos indiretos, baseados na interpretação teórica das interações observadas dessas partículas.

Medida de tempos muito longos

Que sentido tem falarmos em medir tempos da ordem de milhões de anos? Tem um sentido *histórico* referente ao passado, ou seja, podemos tentar determinar a idade de objetos ou materiais (época em que foram formados), ou a época no passado em que ocorreram eventos de interesse.

O principal método empregado para este fim é o da *datação radioativa*. A ideia básica do método é muito simples, e pode ser compreendida pela seguinte analogia. Se tivermos sobre uma chama uma chaleira com água, e conhecermos a quantidade de água na chaleira no instante em que se inicia a ebulição, bem como a quantidade vaporizada por unidade de tempo, podemos determinar o tempo transcorrido desde o início da ebulição medindo a quantidade de água que resta na chaleira.

Um "relógio natural" deste tipo são as substâncias radioativas. A radioatividade foi descoberta por acaso por Henri Becquerel em 1896, pela sensibilização de chapas fotográficas que haviam sido guardadas numa gaveta onde havia sais de urânio. Foi descoberto posteriormente que o urânio emite radiações que o fazem passar por uma série de transmutações radioativas (em elementos diferentes), até chegar a um elemento estável, o chumbo. Descobriu-se também a existência de um grande número de outros elementos radioativos.

O decréscimo com o tempo da quantidade restante de um elemento radioativo não é proporcional ao tempo transcorrido, como no exemplo da chaleira, mas obedece à assim chamada "lei exponencial" da desintegração radioativa. Para entendê-la, vamos de novo recorrer a uma analogia. Consideremos um país hipotético onde a taxa de inflação seja 100% ao ano (o Brasil ultrapassou essa taxa na década de 80). O gráfico da Figura 1.13 mostra como evoluiria em função do tempo o valor aquisitivo de uma soma fixa dessa moeda, equivalente a 800 unidades no ano de 1970. Ao fim de cada ano, o valor se terá reduzido à metade do valor no ano anterior. O valor após x anos será uma fração do valor inicial dada por

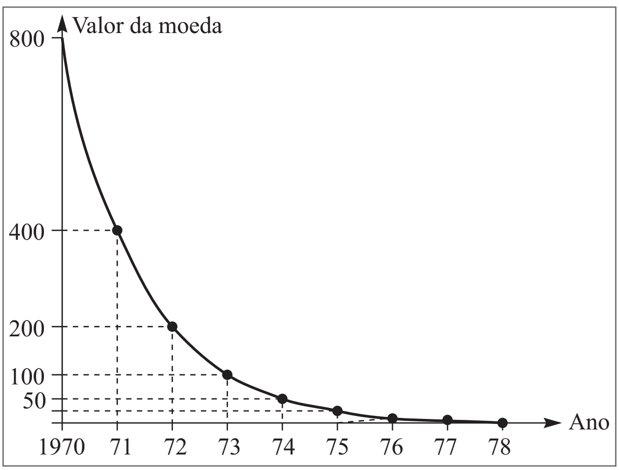


Figura 1.13 Decaimento exponencial.

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\text{valor após } x \text{ anos}}{\text{valor inicial}} = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} \qquad \textbf{(1.7.1)}$$

Se conhecermos α, podemos então determinar o tempo decorrido x, em anos, por:

$$(x)_{\text{anos}} = \log_2 \alpha \qquad \textbf{(1.7.2)}$$

O tempo que leva para se passar de um dado valor à metade desse valor chama-se *meia-vida*. No exemplo acima, a “meia-vida” do poder aquisitivo da moeda é de um ano.

O número N de átomos numa amostra de uma substância radioativa também obedece à lei exponencial de desintegração, com meias-vidas que podem variar desde frações de segundo até bilhões de anos, conforme a substância. Costuma-se designar por $T_{1/2}$ a meia-vida; por exemplo, para U^{238} (urânio 238), $T_{1/2} \approx 4{,}5 \times 10^9$ anos. Se N_0 é a população inicial de átomos radioativos (número inicial na amostra), após decorrido um tempo t, que corresponde a

$$x = t \,/\, T_{1/2} \quad \text{meias} - \text{vidas} \qquad \textbf{(1.7.3)}$$

a população terá se reduzido a uma fração

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{N(t)}{N_0} \qquad \textbf{(1.7.4)}$$

do valor inicial, onde $N(t)$ é o número de átomos radioativos no instante t. Combinando as equações acima, obtemos o valor do tempo decorrido t:

$$t = T_{1/2}\log_2\left[N_0 \,/\, N(t)\right] \qquad \textbf{(1.7.5)}$$

Na aplicação do método de datação radioativa à medida de tempos muito remotos no passado, tem importância fundamental o fato de que os átomos radioativos são relógios de muita confiança, “à prova de choques”, porque as amostras analisadas terão sido submetidas a tremendas variações de pressão, temperatura e outras condições ambientais. A meia-vida da desintegração radioativa não é afetada por esses fatores, porque depende apenas de processos envolvendo forças de interação e energias nucleares, muito maiores do que as que estão associadas às flutuações do ambiente.

Datação geológica pelo K^{40}

Um dos métodos mais empregados de datação geológica baseia-se nas propriedades de um isótopo radioativo do potássio, o K^{40}. O isótopo de ocorrência mais comum, que é estável, é o K^{39}, e a abundância relativa atual numa amostra de potássio é de 1 átomo de K^{40} para cada 8.400 átomos de K^{39}.

A meia-vida de K^{40} é: $T_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9$ anos. Como sabemos disto? Não é esperando um bilhão de anos para ver uma população inicial reduzir-se a cerca da metade! A meia-vida de uma substância radioativa pode ser medida detectando as radiações por ela emitidas; o número de contagens do detector permite medir a fração dos átomos que se desintegram por segundo, determinando assim $T_{1/2}$. Para uma amostra macroscópica, em que a população de átomos radioativos pode ser da ordem de 10^{20} átomos, isto leva a um número de contagens por segundo facilmente detectável, mesmo para meias-vidas tão longas como a do K^{40}.

O K^{40} se desintegra de duas maneiras diferentes, que mantêm proporções fixas entre si: 12% dos átomos de K^{40} se desintegram em argônio 40 (A^{40}), e os 88% restantes em cálcio 40 (Ca^{40}). O argônio é um gás nobre, ou seja, quimicamente inerte (não se combina com outras substâncias), e fica preso nos interstícios do material que continha o K^{40}, de modo que é preservado após a sua formação. Isto já não acontece com o cálcio, que forma vários compostos químicos.

Suponhamos, por exemplo, que a análise química de uma amostra de rocha de 1g revele a presença de $4{,}21 \times 10^{-2}$ g de potássio (39 + 40) e $9{,}02 \times 10^{-7}$ g de argônio (40). O cálcio não precisa ser analisado. Qual é a idade da amostra?

Podemos obter o número de átomos atual de cada elemento na amostra a partir das quantidades em gramas lembrando que o n° de átomos em 1 mol de K ou A é o *número de Avogadro*,

$$6{,}02 \times 10^{23} \quad \text{átomos / mol,}$$

e que as massas atômicas são: $K^{39} \to 39{,}10$; $A^{40} \to 39{,}95$. Assim, 39,1g de K^{39} equivalem a $6{,}02 \times 10^{23}$ átomos de K^{39}, e 39,95 g de A^{40} a $6{,}02 \times 10^{23}$ átomos de A^{40}. Os dados acima revelam então que há atualmente na amostra $6{,}48 \times 10^{20}$ átomos de potássio e $1{,}36 \times 10^{16}$ átomos de argônio. Dada a abundância relativa de K^{40}, o número de átomos de K^{40} atual é:

$$N(t) = \frac{6{,}48 \times 10^{20}}{8.400} = 7{,}71 \times 10^{16} \quad \text{átomos}$$

Por outro lado, todos os átomos de A^{40} na amostra provêm de desintegração do K^{40}, mas só se formam 12 átomos de A^{40} para cada 100 desintegrações de K^{40} (as restantes levam ao Ca^{40}). Logo, o número total de átomos de K^{40} que se desintegraram deve ser

$$\frac{100}{12} \times 1{,}36 \times 10^{16} = 1{,}133 \times 10^{17}$$

e a população inicial de K^{40} na amostra era

$$N_0 = 11{,}33 \times 10^{16} + 7{,}71 \times 10^{16} = 1{,}90 \times 10^{17}$$

Levando estes resultados na (1.7.5), obtemos a idade da amostra:

$$t = 1{,}3 \times 10^{9} \quad \underbrace{\log_2 \left(\frac{1{,}90}{0{,}771} \right)}_{\log_{10}(2{,}46)/\log_{10} 2 = 1{,}3} \quad \text{anos,}$$

ou seja, a idade da rocha é $t \approx 1{,}7 \times 10^{9}$ anos. Que significa esta idade? O instante 0 deve ser interpretado como aquele em que a rocha se formou, ou seja, se solidificou pela última vez a partir de material derretido. A maior parte das rochas da crosta terrestre passaram por este processo mais de uma vez.

Além do K^{40}, outros isótopos radioativos de vida longa são também empregados na datação geológica, por exemplo, o U^{238}, com $T_{1/2} = 4,5 \times 10^9$ anos, e o Rb^{87}, com $T_{1/2} = 5,0 \times 10^{10}$ anos. Quando podemos datar a mesma amostra com base em vários isótopos diferentes, os resultados concordam muito bem entre si, justificando a confiança no método e nas hipóteses em que se baseia.

As rochas mais antigas encontradas na Terra têm idades da ordem de $3,5 \times 10^9$ anos; fósseis nelas encontrados indicam que as formas mais primitivas de vida já tinham aparecido cerca de 10^8 anos após a solidificação da crosta terrestre.

A idade da Terra, que podemos identificar com a idade do sistema solar, pode ser estimada aplicando o método de datação radioativa a amostras que não tenham passado pelos processos de transformação a que foi sujeita a crosta terrestre. Os meteoritos mais antigos já encontrados têm $\sim 4,7 \times 10^9$ anos. As rochas lunares mais antigas trazidas pelos astronautas têm $\sim 4,6 \times 10^9$ anos. O acordo e a consistência entre dados de fontes diferentes permitem interpretarmos estes números como definindo aproximadamente a idade do sistema solar, e portanto também da Terra.

Datação com carbono radioativo

Não é por coincidência que os radioisótopos que ocorrem naturalmente nas rochas são aqueles com $T_{1/2} \geq 10^9$ anos. É simplesmente porque radioisótopos de vidas mais curtas já se desintegram praticamente em sua totalidade desde a época em que as rochas se formaram.

Entretanto, existem processos naturais que levam à formação contínua de radioisótopos. Conforme foi descoberto por Hess em 1911, a Terra é continuamente submetida ao bombardeio de partículas de energias extremamente elevadas, os raios cósmicos. A interação dessas partículas com a atmosfera dá origem à formação contínua de diversos radioisótopos. Um deles, o carbono 14 (C^{14}), desempenha um papel importante na datação de eventos ocorridos até ~ 20.000 anos atrás, ou seja, na História da Civilização. A meia-vida do C^{14} é

$$T_{1/2} = 5.730 \text{ anos}$$

O C^{14} é formado na atmosfera a partir do nitrogênio (N^{14}) submetido ao bombardeio dos raios cósmicos. Por sua vez, a desintegração do C^{14} leva a formação de N^{14}, de modo que se estabelece um equilíbrio dinâmico entre formação e desintegração,

$$N^{14} \rightleftharpoons C^{14}$$

levando a uma abundância relativa fixa e bem definida do C^{14} na atmosfera em relação ao isótopo estável de carbono, C^{12} (a proporção é de 1 átomo de C^{14} para $\sim 7,8 \times 10^{11}$ átomos de C^{12}). O carbono formado entra rapidamente em combinação com oxigênio na atmosfera, para formar CO_2 radioativo.

Se considerarmos agora o efeito sobre a biosfera, vemos que as plantas assimilam CO_2 da atmosfera na fotossíntese e exalam CO_2 na respiração; as plantas, por sua vez, são assimiladas por animais e o CO_2 também é trocado com a atmosfera no metabolismo animal. Logo, todos os seres vivos estão em equilíbrio com a atmosfera e contêm CO_2 radioativo (com C^{14}) na mesma proporção que a atmosfera enquanto permanecem vivos.

Isto deixa de valer, porém, quando o ser vivo morre, deixando de trocar CO_2 com a atmosfera. A população N_0 de C^{14} que ele contém ao morrer desintegra-se a partir de então sem que haja novo C^{14} introduzido, de modo que a população $N(t)$ cai com o tempo t decorrido após a morte segundo a (1.7.5). Comparando a abundância relativa C^{14} / C^{12} numa amostra (fóssil de planta ou animal) com o valor de equilíbrio na biosfera (ou comparando as radioatividades correspondentes), pode-se então determinar o valor de t.

As hipóteses necessárias para a validade do método (por exemplo, que a abundância relativa C^{14} / C^{12} na biosfera não se alterou significativamente desde a época correspondente ao tempo t) podem ser testadas aplicando-o a amostras de idade conhecida (por exemplo, fragmentos de árvores cuja idade pode ser determinada pela contagem de anéis no tronco). Os resultados mostram que o método é de confiança desde que se tome um certo número de precauções.

Entre os resultados de grande valor para os historiadores obtidos por este método podemos citar: amostras de carvão das cavernas de Lascaux (onde foram encontradas pinturas pré-históricas) datam de 15.500 ± 900 anos atrás; os pergaminhos do Mar Morto datam de 1.917 ± 200 anos atrás; há indícios de civilização no México datando de ~ 1.500 a. C., o que constituiu uma grande surpresa para os historiadores, recuando de 1.000 anos a época das primeiras civilizações conhecidas no México.

O "tempo absoluto" de Newton

Em seu grande tratado "Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural", publicado em 1.687, Newton introduziu o conceito de "tempo absoluto", definindo-o da seguinte maneira: "O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si só e por sua própria natureza, flui uniformemente, sem relação com nenhuma coisa externa, e é também chamado de duração."

Um dos objetivos da discussão detalhada feita acima sobre a medida do tempo foi tornar patente o fato de que o tempo físico é definido em termos de *relógios*, que são objetos concretos, sujeitos às leis físicas, como qualquer outro objeto. A atitude expressa por Newton ignorando este fato foi em parte responsável, dada a autoridade de que se revestia, pelo preconceito de que o tempo não poderia ser afetado por qualquer condição física.

Não podemos saber, a priori, como o andamento de um relógio é afetado por condições físicas extremas, muito remotas de nossa experiência quotidiana, por exemplo, pelo transporte do relógio a velocidades extremamente elevadas (comparáveis à velocidade da luz), ou pela presença de campos gravitacionais extremamente intensos. A experiência mostra que tais condições de fato afetam a marcha do relógio (efeitos da relatividade restrita e da relatividade geral, respectivamente), de forma que hipóteses não físicas sobre o tempo, como a de Newton, têm de ser revistas nessas condições.

PROBLEMAS

Nos problemas abaixo sobre estimativas, trata-se de estimar *ordens de grandeza típicas.* Consulte fontes externas (biblioteca, Internet) para obter dados auxiliares. Explique sempre o raciocínio empregado para justificar cada estimativa.

1.1 Estime o número de fios de cabelo que você tem na sua cabeça.

1.2 Estime o número de folhas de uma árvore.

1.3 Estime o volume ocupado pelo número de notas de R$ 1,00, correspondente à dívida externa do Brasil. Se pudessem ser empilhadas, que altura atingiria a pilha?

1.4 Estime o número médio de gotas de chuva que caem sobre uma área de 1 Km^2 para uma precipitação de 1 cm de chuva.

1.5 (a) Estime o número de grãos de areia da praia de Copacabana (ou de outra que você conheça melhor). (b) Estime o número de átomos contido num grão de areia. Compare as duas estimativas.

1.6 Em cada inspiração, absorvemos cerca de 15% do oxigênio que penetra em nossos pulmões. Num típico elevador lotado de um prédio de apartamentos, preso entre dois andares, quanto tempo levaria para que 10% do oxigênio contido na cabine fosse consumido?

1.7 Quanto tempo leva a luz do Sol para chegar até a Terra? E até Plutão?

1.8 Estima-se que a densidade média de matéria no universo corresponde a da ordem de 0,2 átomos de hidrogênio por m^3. (a) Estime a massa total contida dentro do raio do universo; (b) Estime o número total de núcleons (neutrons e prótons) contido nesse volume; (c) Compare a densidade média de matéria no universo com a densidade típica no interior do núcleo atômico.

1.9 A população atual (2012) da Terra é da ordem de 7 bilhões de pessoas, e duplicou em menos de 50 anos. Se a população continuar duplicando a cada 50 anos, qual será a ordem de grandeza da população da Terra no ano 3.000? Qual seria a área da superfície da Terra disponível por habitante nessa época, com as mesmas hipóteses?

1.10 Segundo o físico inglês James Jeans, em cada inspiração, há uma probabilidade apreciável de que penetre em nossos pulmões uma molécula de ar remanescente do último suspiro exalado por Júlio César. Verifique essa estimativa.

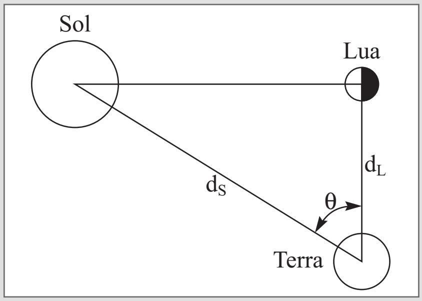
1.11 Quando o Sol se põe, decorrem aproximadamente 2 minutos entre o instante em que o disco solar encosta no horizonte e sua ocultação completa. A partir deste dado, estime o diâmetro angular aparente do Sol visto da Terra, em graus e em radianos.

1.12 Um *parsec* é definido como a distância a partir da qual uma unidade astronômica (distância média Terra-Sol) seria vista subtendendo um ângulo (paralaxe) de 1 segundo. Calcule 1 parsec em m e em anos-luz.

1.13 Admitindo que a idade do universo é da ordem de 10 bilhões de anos, que fração do U^{238} inicialmente formado já se desintegrou?

1.14 Analisando uma amostra de rocha, verifica-se que ela contém 1,58 mg de U^{238} e 0,342 mg de Pb^{206}, que é o produto final estável da desintegração do U^{238}. Admitindo que todo o Pb^{206} encontrado provém da desintegração do U^{238} originalmente contido na amostra, qual é a idade da rocha?

1.15 No século III a. C., o astrônomo grego Aristarco de Samos estimou a razão d_S/d_L entre a distância d_S da Terra ao Sol e a distância d_L da Terra à Lua medindo o ângulo θ entre as direções em que a Lua e o Sol são vistos da Terra quando a Lua está exatamente "meio cheia" (metade do disco lunar iluminado: veja a Figura). O valor que obteve foi θ = 87°. (a) encontre a estimativa de Aristarco para d_S/d_L. (b) Com base nos valores atualmente conhecidos, $d_S/d_L \approx 389$. Ache o valor real de θ e critique o método de Aristarco.



1.16 Em seu tratado "Cálculos com Areia", Arquimedes inventou uma notação para exprimir números muito grandes e usou-a para estimar o número de grãos de areia que caberiam no "universo" da sua época, cujo raio era identificado com a distância da Terra ao Sol. O número que encontrou, em notação moderna, seria inferior a 10^{51}. Verifique a estimativa de Arquimedes.