

# Dimensionamento de Fundações Profundas



Urbano  
Rodríguez  
Alonso

**Blucher**

2ª edição

# **Dimensionamento de fundações profundas**

**Blucher**

**Urbano Rodriguez Alonso**

Engenheiro Civil, Professor da Faculdade de Engenharia  
da Fundação Armando Álvares Penteado (FAAP),  
Ex-professor da Escola de Engenharia da Universidade Mackenzie.

# **Dimensionamento de fundações profundas**

2.<sup>a</sup> edição

*Dimensionamento de fundações profundas*

© 2012 Urbano Rodriguez Alonso

2ª reimpressão – 2013

Editora Edgard Blücher Ltda.

# Blucher

---

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar

04531-012 – São Paulo – SP – Brasil

Tel 55 11 3078-5366

**contato@blucher.com.br**

**www.blucher.com.br**

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed.  
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios, sem autorização escrita da Editora.

---

Todos os direitos reservados pela Editora  
Edgard Blücher Ltda.

## FICHA CATALOGRÁFICA

---

Alonso, Urbano Rodriguez

*Dimensionamento de fundações profundas /*

Urbano Rodriguez Alonso. 2. ed. São Paulo:

Blucher, 2012.

Bibliografia.

ISBN 978-85-212-0661-3

1. Fundações (Engenharia) I. Título.

12-01318

CDD-624.15

---

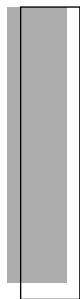
Índices para catálogo sistemático:

1. Engenharia de fundações 624.15

2. Fundações: Engenharia 624.15

À minha esposa e filhos





## APRESENTAÇÃO

Motivado pela boa receptividade do meu primeiro livro *Exercícios de Fundações* e atendendo à solicitação de alguns colegas, escrevi este segundo, cujo conteúdo vem complementar o primeiro e preencher uma lacuna existente em nosso meio técnico.

Presta-se este livro tanto aos engenheiros de fundações quanto aos de estruturas e pretende-se reforçar o conceito de que ambos devem trabalhar em conjunto, pois as hipóteses usadas por um devem ser compatíveis com as usadas pelo outro.

A divisão da obra em estrutura e fundação tem apenas caráter didático, pois, na realidade, a obra é uma só, tendo uma parte acima do solo e outra abaixo. Por isso as reações estimadas pelo engenheiro de estruturas serão as ações usadas pelo engenheiro de fundações, que deverá verificar se os deslocamentos, sob a ação dessas cargas, estão dentro da ordem de grandeza daqueles estimados pelo engenheiro de estruturas quando forneceram as respectivas cargas, resultando desse confronto, e eventual ajuste de valores, o que se denomina *interação solo-estrutura*.

Procurei usar neste livro a mesma sistemática do primeiro, apresentando, em cada capítulo, um resumo dos conceitos teóricos básicos apoiados em exercícios resolvidos. Aqueles que desejarem aprofundar-se mais nos temas encontrarão ao final de cada capítulo a bibliografia por mim consultada.

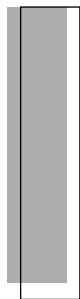
Cabe finalmente lembrar que, ao tratar de fundações profundas, estou-me referindo tanto às estacas quanto aos tubulões, uma vez que do ponto de vista de trabalho não existe uma diferença marcante entre os dois. Entre nós costuma-se diferenciar as estacas dos tubulões apenas pelo fato de que, nestes últimos, pelo menos em sua etapa final de escavação, há a descida de operários em seu interior.

No texto do livro, preferi utilizar a denominação estaca, ficando explícito que tudo que for exposto para estas também é válido para os tubulões.



Espero, finalmente, que este livro venha a ser útil a meus colegas e informo que qualquer sugestão ou crítica serão sempre bem recebidas, bastando para tanto que as mesmas sejam encaminhadas à Editora Edgard Blücher Ltda., que as fará chegar as minhas mãos.

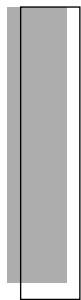
O Autor  
São Paulo, 2012



# CONTEÚDO

<b>Capítulo 1 – DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL.....</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades .....	1
1.2 Dimensionamento na compressão.....	2
1.3 Dimensionamento na tração.....	9
1.4 Dimensionamento na flexão simples e composta .....	9
1.5 Programas para flexão simples e composta .....	11
1.6 Exercícios resolvidos .....	18
1.7 Referências bibliográficas .....	26
<b>Capítulo 2 – CÁLCULO DE ESTAQUEAMENTO .....</b>	<b>27</b>
2.1 Generalidades .....	27
2.2 Critério de cálculo .....	28
2.3 Método de Schiel .....	28
2.4 Método de Nökkentved .....	32
2.5 Exercícios resolvidos .....	37
2.6 Referências bibliográficas .....	47
<b>Capítulo 3 – USO SIMULTÂNEO DE ESTACAS E TIRANTES.....</b>	<b>49</b>
3.1 Generalidades .....	49
3.2 Considerações sobre o conceito de rigidez.....	49
3.3 Distribuição das cargas nas estacas e nos tirantes.....	52
3.4 Exercícios resolvidos .....	55
3.5 Referências bibliográficas .....	58
<b>Capítulo 4 – ESTACAS CARREGADAS TRANSVERSALMENTE NO TOPO....</b>	<b>59</b>
4.1 Generalidades .....	59
4.2 Coeficiente e módulo de reação horizontais.....	60

4.3	Modelo de Winkler.....	62
4.4	Varição do módulo de reação com a profundidade.....	63
4.5	Considerações sobre o projeto.....	65
4.6	Equação diferencial de uma estaca longa.....	67
4.7	Método das diferenças finitas.....	67
4.8	Métodos analíticos.....	69
4.9	Métodos que utilizam o conceito de módulo de reação.....	71
4.10	Considerações do engastamento da estaca no bloco.....	78
4.11	Solução de uma estaca curta.....	80
4.12	Coefficientes de segurança à ruptura.....	82
4.13	Exercícios resolvidos.....	86
4.14	Referências bibliográficas.....	93
<b>Capítulo 5 – ESTACAS CARREGADAS TRANSVERSALMENTE EM PROFUNDIDADE.....</b>		<b>95</b>
5.1	Generalidades.....	95
5.2	Métodos para se estimar a pressão horizontal.....	97
5.3	Método para reduzir o carregamento nas estacas.....	111
5.4	Exercícios resolvidos.....	113
5.5	Referências bibliográficas.....	117
<b>Capítulo 6 – ATRITO NEGATIVO.....</b>		<b>119</b>
6.1	Generalidades.....	119
6.2	Atrito negativo provocado por amolgamento da camada compressível.....	121
6.3	Atrito negativo provocado por sobrecargas.....	122
6.4	Métodos para se estimar o atrito negativo.....	123
6.5	Procedimentos para se tentar reduzir o atrito negativo.....	126
6.6	Carga admissível.....	127
6.7	Exercícios resolvidos.....	128
6.8	Referências bibliográficas.....	133
<b>Capítulo 7 – ESTIMATIVA DE RECALQUES.....</b>		<b>135</b>
7.1	Generalidades.....	135
7.2	Método proposto por Aoki e Lopes.....	135
7.3	Curva carga-recalque.....	143
7.4	Exercícios resolvidos.....	144
7.5	Referências bibliográficas.....	150
<b>APÊNDICE A — CONVERSÃO DE UNIDADES.....</b>		<b>153</b>



# 1

## DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

### 1.1 GENERALIDADES

A capacidade de carga de uma estaca é obtida como o menor dos dois valores:

- a) resistência estrutural do material da estaca.
- b) resistência do solo que lhe dá suporte.

Para a obtenção da resistência referente a  $b$ , podem-se usar os métodos de cálculo de transferência de carga, como os propostos por Aoki-Velloso, Décourt-Quaresma e outros. Esses métodos podem ser encontrados nas referências bibliográficas ao final do capítulo e deixarão de ser abordadas por serem de conhecimento amplo em nosso meio técnico. Assim, será abordado apenas o aspecto da resistência estrutural, conforme se segue.

Se a estaca estiver submetida apenas a cargas de compressão que lhe imponham tensões médias inferiores a 5 MPa, não haverá necessidade de armá-la, a não ser que o processo executivo exija alguma armadura. Se, porém, a tensão média ultrapassar esse valor, a estaca deverá ser armada no trecho que essa tensão for superior a 5 MPa até a profundidade na qual a transferência de carga, por atrito lateral, diminua a compressão no concreto para uma tensão média inferior a 5 MPa. Cabe lembrar que a transferência de carga corresponde à parcela de atrito lateral (PL) resistida pelo solo ao longo do fuste e calculado pelos métodos de Aoki-Velloso, Décourt-Quaresma, ou outros, como já dissemos.

O dimensionamento do trecho comprimido da estaca com tensão superior a 5 MPa ou de qualquer outro segmento da mesma, sujeito a outros esforços (tração, flexão, torção ou cortante), deverá ser feito de acordo com o disposto na norma NBR 6118, adotando-se os valores para resistência característica do concreto e os coeficientes de majoração das cargas e mineração das resistências indicados naquela norma e na NBR 6122 da ABNT. Na Tab. 1.1 apresenta-se um resumo dos valores propostos por essas normas.

No caso das estacas com revestimento metálico perdido e totalmente enterrado em solo natural, no qual o revestimento não sofra corrosão, pode-se levar em conta a contribuição da resistência desse revestimento desde que se desconte 1,5 mm sua de espessura. Como, porém, o comportamento estrutural na ruptura de uma seção desse tipo de estacas é diferente do comportamento sob a ação das cargas em serviço, há necessidade de se verificar a resistência estrutural no estado-limite de ruptura (quando se leva em conta a contribuição do revestimento metálico e os coeficientes indicados na Tab. 1.1) e no de utilização (quando se despreza totalmente a contribuição do revestimento metálico e se adota  $\gamma_f = 1$  e  $\gamma_c = 1,3$ ). No caso de existir base alargada, a armadura de transição entre o fuste e a base será feita apenas no estado-limite de ruptura. Como nos itens 2.1.2 e 2.2.2 do livro *Exercícios de Fundações* (ref. 2) existem exemplos de dimensionamento deste tipo de estacas, deixaremos de apresentar outros exemplos neste capítulo.

<b>Tabela 1.1</b> Valores básico recomendados.				
<b>Tipos de estacas</b>	<b>fck MP<sub>a</sub></b>	$\gamma_f$	$\gamma_s$	$\gamma_c$
<i>1. Estacas moldadas "in loco"</i>				
1.1 Tipo de broca	15	1,4	–	1,8
1.2 Tipo Strauss	15	1,4	1,15	1,8
1.3 Tipo Franki	20	1,4	1,15	1,5
1.4 Escavadas com uso de lama	20	1,4	1,15	1,9
1.5 Escavadas, com injeção	20	1,4	1,15	1,6
<i>2. Estacas pré-moldadas</i>				
2.1 Sem controle sistemático do concreto	25	1,4	1,15	1,4
2.2 Com controle sistemático do concreto	35	1,4	1,15	1,3
<i>3. Tubulões</i>				
3.1 Não revestidos	14	1,4	1,15	1,6
3.2 Revestidos	20	1,4	1,15	1,5

## 1.2 DIMENSIONAMENTO NA COMPRESSÃO

O Cálculo estrutural de uma estaca sujeita a compressão com tensão média superior a 5 MPa é feito a partir das prescrições da NBR 6118, atendendo-se ao coeficiente mínimo de segurança global igual a 2. Segundo a NBR 6122, quando as estacas ou tubulões forem submetidos as cargas de compressão e tiverem sua cota de arrasamento acima do nível do terreno, levada em conta a eventual erosão, ou atravessarem solos moles devem ser verificadas à flambagem.

Para o caso particular das estacas metálicas imersas em solo mole, mesmo que a cota de arrasamento estiver no nível do terreno (ou abaixo dele) a carga crítica de flambagem (carga de ruptura) pode ser estimada pela expressão de Bergflet, citada por Velloso (ref. 15):

$$N_{\text{crit}} = k \sqrt{C.E.I.}$$

onde:  $k$  é um coeficiente variável entre 8 e 10

$C$  é a coesão não drenada da argila

$E$  é o módulo de elasticidade do material da estaca

$I$  é o menor momento de inércia da seção transversal da estaca

Outras considerações sobre a flambagem de estacas poderão ser obtidas na referência bibliográfica 4.

Se for constatado que a ruptura não ocorrerá por flambagem, o cálculo poderá ser feito conforme item 4.1.1.3 da NBR 6118, majorando-se a carga de compressão na proporção  $(1 + 6/h)$  mas não menor que 1,1. em que  $h$ , medido em centímetros, seja o menor lado do retângulo mais estreito circunscrito à seção da estaca.

A expressão a adotar será:

$$N_d(1 + 6/h) = 0,85 A_c \cdot fcd + A_s' \cdot fyd$$

em que:  $N_d = \gamma_f \cdot N$

$$fcd = fck / \gamma_c$$

$$fyd = fyk / \gamma_s \text{ ou } 0,2\% E_s$$

A armadura mínima a adotar será 0,5%  $A$ , em que  $A$  é a área da seção transversal da estaca. (Para aplicação, ver 2º Exercício.)

No caso de estacas parcialmente enterradas, o comprimento de flambagem pode ser obtido adotando-se o modelo de Davisson e Robinson (ref. 7). Segundo esses autores, a estaca poderá ser substituída por outra equivalente com comprimento total  $L_e$ , como se mostra esquematicamente na Fig. 1.1. O valor de  $\eta_h$  poder ser obtido na Tab. 4.3 do Cap. 4.

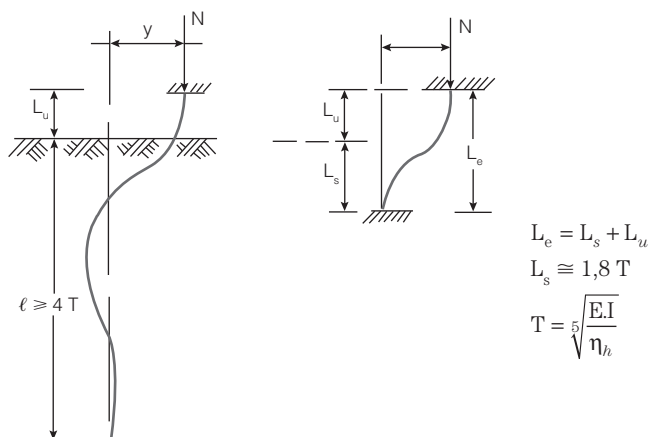


Figura 1.1 – Obtenção do comprimento de flambagem  $L_{fe}$ .

Conhecido o valor do comprimento de flambagem  $L_{fl}$ , o cálculo é feito de acordo com o item 4.1.1.3 da NBR 6118, ou seja, calcula-se o índice de esbeltez dado por:

$$\lambda = \frac{L_{fl}}{i}$$

em que  $i = \sqrt{I/A}$ , sendo  $I$  o momento de inércia da seção da estaca e  $A$ , a área de sua seção transversal.

Se  $\lambda \leq 40$ , o cálculo é feito pelo processo simplificado, como já se expôs acima.

Para  $40 < \lambda \leq 140$ , o cálculo será feito introduzindo-se os momentos de segunda ordem dados por:

$$M_{1d} = \gamma_f \cdot N \cdot \frac{h}{30}$$

em que  $h$  tem a mesma significação já exposta anteriormente. A relação  $h/30$  não será adotada inferior a 2 cm.

$$M_{2d} = \gamma_f \cdot N \cdot \frac{L_{fl}^2}{30} \cdot \frac{1}{r}$$

em que  $\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + f_y d / E_s}{(\partial + 0,50)h}$

$$\partial = \frac{\gamma_f \cdot N}{A \cdot f_c d}, \text{ porém não inferior a } 0,5.$$

A peça será então dimensionada à flexão composta com uma carga normal de compressão  $N_d = \gamma_f N$ , em que  $\gamma_f$  é obtido na Tab. 1.1 e um momento

$$M_d = M_{1d} + M_{2d}$$

No caso de  $140 < \lambda \leq 200$ , o cálculo será feito de maneira análoga, porém adotando-se

$$\gamma_f = 1,4 + 0,01 (\lambda - 140)$$

Em nenhum caso se poderá ter  $\lambda > 200$ .

Para o dimensionamento à flexão composta usam-se os ábacos existentes, por exemplo, nos livros de Pfeil ou de Montoya (refs. 12 e 13). Para o caso de seções circulares maciças, podem ser usados os ábacos das Figs. 1.2 a 1.5, extraídas dos apontamentos de aulas do professor Lobo B. Carneiro. (Para aplicação, ver 3º Exercício.)

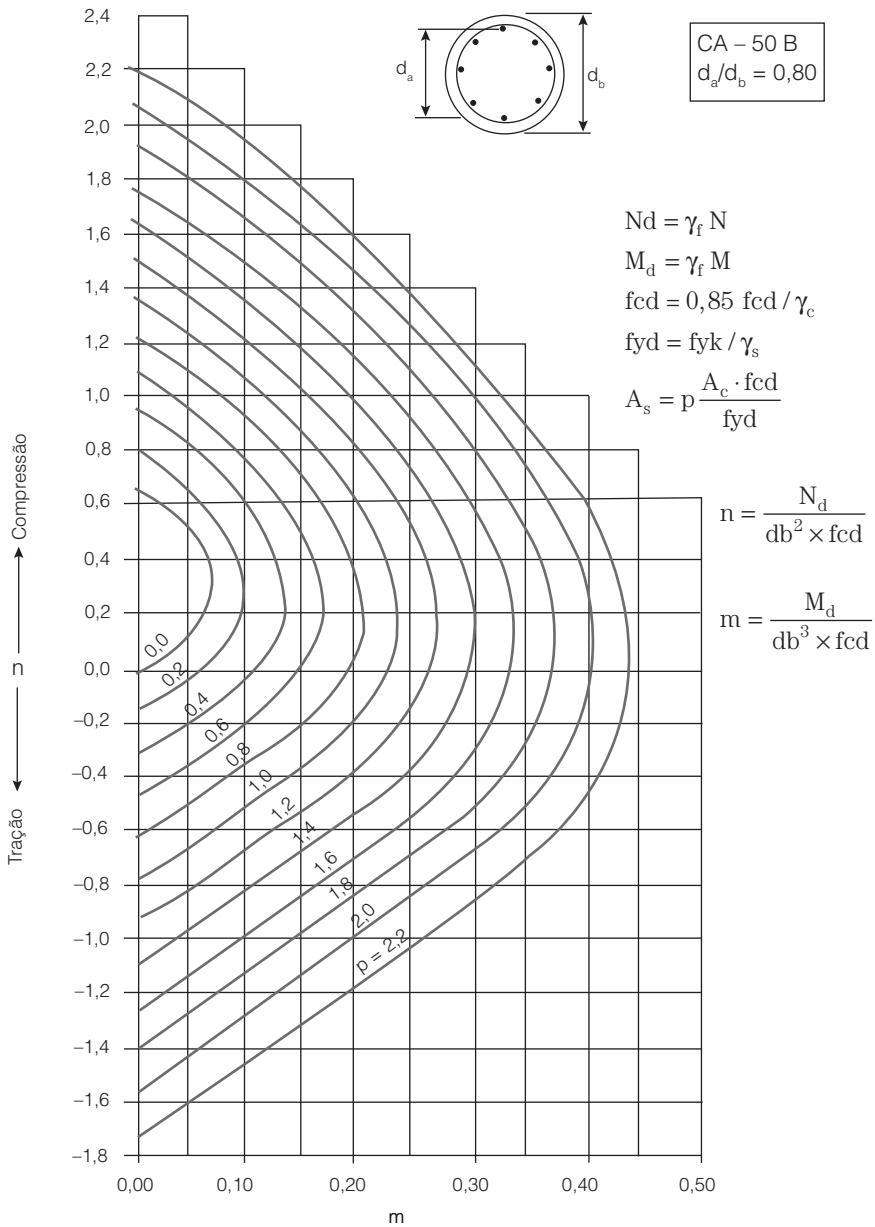


Figura 1.2



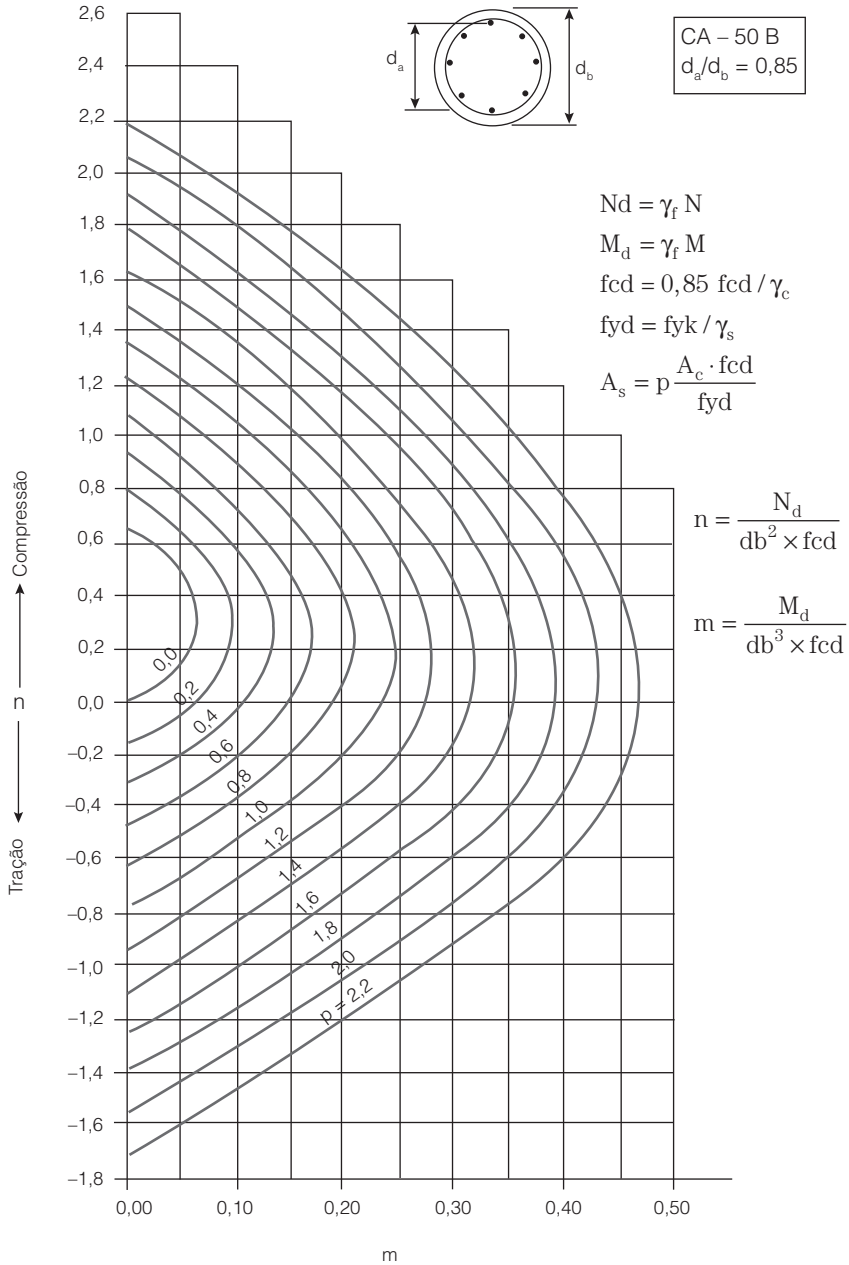


Figura 1.3

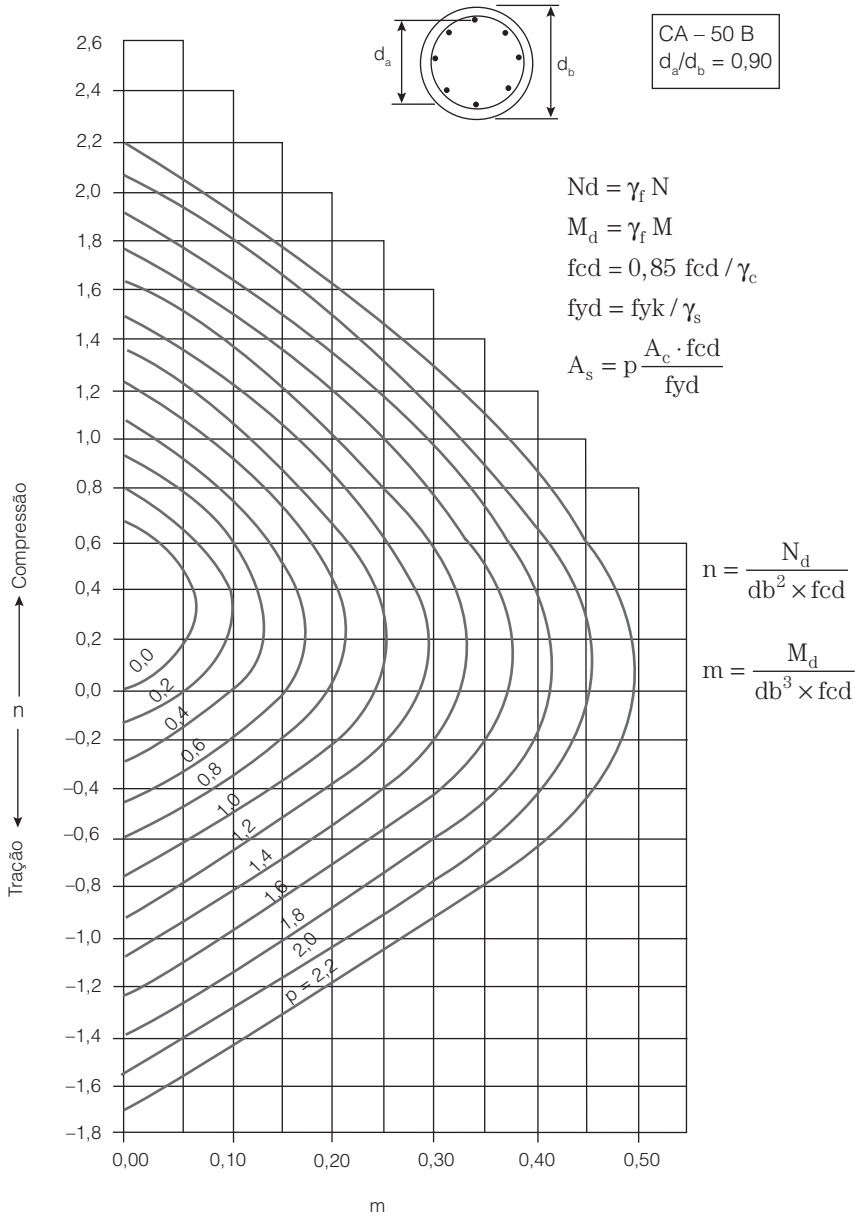


Figura 1.4

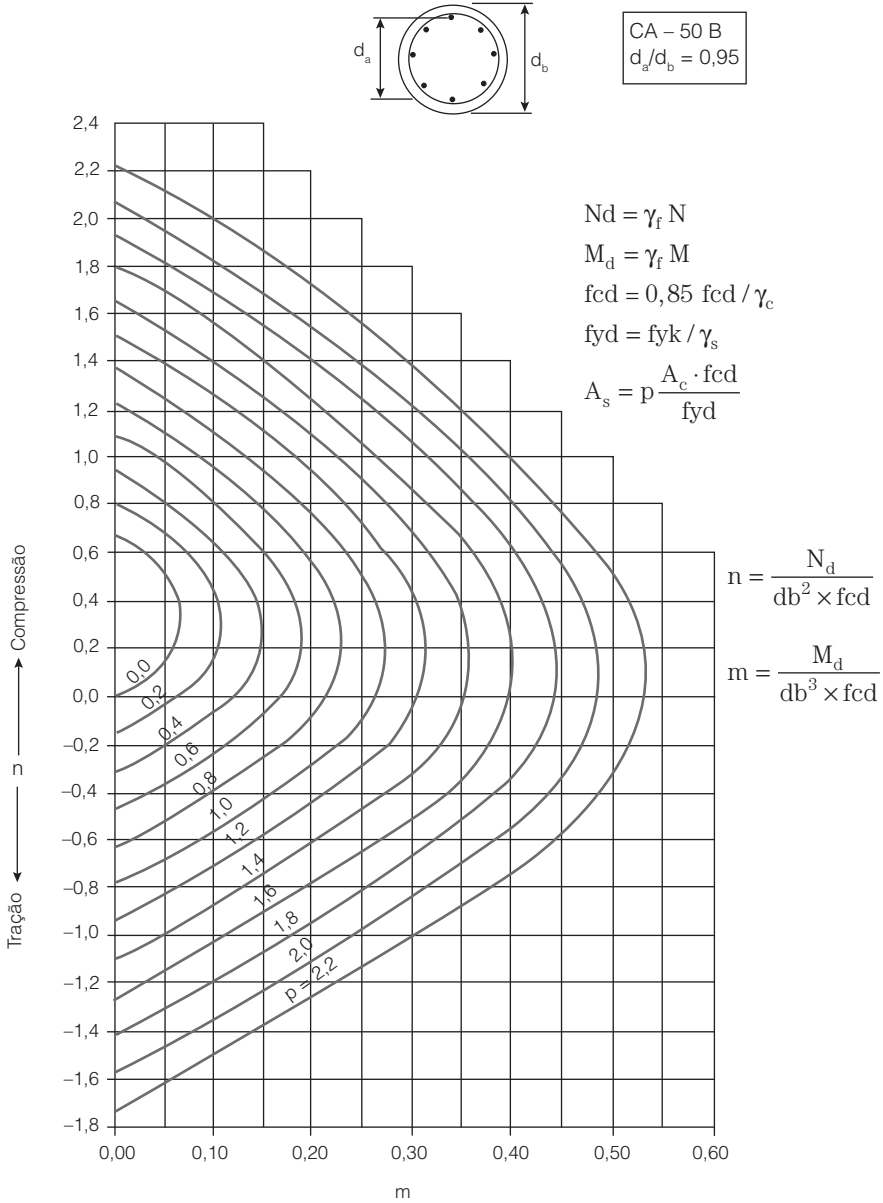


Figura 1.5

### 1.3 DIMENSIONAMENTO NA TRAÇÃO

Para este caso, a estaca será sempre armada, sendo a seção da armadura condicionada pela abertura máxima permitida para as fissuras.

Como geralmente a taxa dessa armadura nas estacas é reduzida, pode-se usar a fórmula simplificada do item 4.2.2 da NBR 6118:

$$\omega = \frac{\varnothing}{2\eta_b - 0,75} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_s^2}{E_s \cdot ftk}$$

em que:

$\varnothing$  é o diâmetro, em mm, das barras tracionadas

$\eta_b$  é o coeficiente de aderência, nunca superior a 1,8

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço, ou seja, 210.000 MPa

$\sigma_s$  é a tensão máxima atuante no aço tracionado para garantir a abertura prefixada das fissuras

$ftk$  é a resistência característica do concreto à tração, ou seja,

$$ftk = \frac{fck}{10} \text{ para } fck \leq 18 \text{ MPa}$$

$$ftk = 0,06 fck + 0,7 \text{ para } fck > 18 \text{ MPa}$$

os valores de  $\omega$  são:

1. para estacas não protegidas em meio agressivo (fissuras até 0,1 mm)
2. para estacas não protegidas em meio não agressivo (fissuras até 0,2 mm)
3. para estacas protegidas (fissuras até 0,3 mm)

Uma aplicação pode ser vista no 4º Exercício.

### 1.4 DIMENSIONAMENTO NA FLEXÃO SIMPLES E COMPOSTA

A flexão numa estaca pode ser decorrente de esforços devido ao manuseio e ao transporte (caso de estacas pré-moldadas) ou da própria estrutura.

Se a estaca for de seção circular, o cálculo é feito usando-se os ábacos de flexão composta já citados. Se a estaca é de seção quadrada ou retangular, usam-se as tabelas de vigas existentes nos livros que tratam do dimensionamento de vigas retangulares, como, por exemplo, a Tab. 1.2. Cabe ressaltar que a armadura de flexão não deverá ser inferior a 0,15% A.

Um aspecto importante no dimensionamento desse tipo de solicitação refere-se ao cortante. Se a estaca é de seção quadrada ou retangular, esse dimensionamento não tem maiores dificuldades e é feito seguindo-se o prescrito na NBR 6118, ou seja:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \leq \begin{cases} 0,25 fcd \\ 4,5 \text{ MPa} \end{cases}$$

em que  $Vd = \gamma_f \cdot V$ , sendo V o cortante na seção considerada.

A seção da armadura, em  $\text{cm}^2/\text{m}$ , quando se usam estribos de dois ramos, é dada por

$$A_s = \frac{100}{f_y d} \cdot b_w \cdot \tau_d$$

em que  $\tau_d = 1,15 \tau_{wd} - \tau_c$

$$\tau_c = \psi_1 \sqrt{f_c k}$$

sendo  $\psi_1 = 0,07$  para taxa de armadura igual ou inferior a 0,1% e 0,14 para taxa de armadura igual ou superior a 1,5%, interpolando-se linearmente entre esses dois valores.

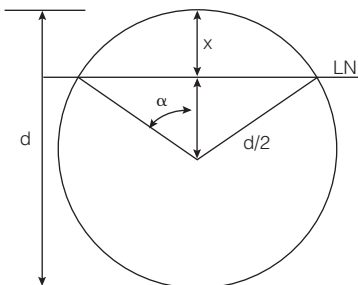
Na Tab. 1.3 apresenta-se o valor de  $A_s$  em  $\text{cm}^2/\text{m}$  para os estribos de dois ramos em função do diâmetro dos mesmos. A armadura mínima de cortante é dada por  $A_{s/s} = 0,14\% bw$ . Como a Tab. 1.3 foi elaborada para  $s = 1$  m, ou seja, 100 cm, a armadura mínima, por metro de estaca, será então  $A_s = 0,14 bw$ , em que  $bw$  é expresso em cm. (Para aplicação, ver 5º Exercício.)

Quando a estaca é de seção circular, não existe um roteiro preestabelecido na norma para esse cálculo. O cálculo proposto a seguir é aproximado e foi exposto ao autor pelo professor Lauro Modesto dos Santos, conforme se segue:

- calcula-se a tensão  $\tau_{wd} = \frac{\gamma_f \cdot V}{a^2}$ , em que  $a$  é o lado do quadrado inscrito à seção circular da estaca.
- procura-se, por tentativas, a posição da linha neutra. Para este cálculo podem-se usar os programas apresentados no item 1.5 ou as tabelas do livro do professor Lauro Modesto (ref. 11). Para o uso destas tabelas, impõe-se um valor para  $\beta_y$  e obtendo-se os valores de  $\beta$ ,  $\beta'$  e  $K$  correspondentes.

Para a obtenção dos valores  $\beta$  e  $\beta'$ , usam-se as Tabs. I 55 a I 61 e para obtenção de  $K$  as Tabs. I 79 e I 81 da referência bibliográfica 11.

- calcula-se  $\Omega = \beta' - K\beta$
- se  $|\Omega| = \mu = \frac{\gamma_f \cdot M}{\sigma_{cd} \cdot A \cdot d}$  então o valor adotado para  $\beta_y$  é o real.
- finalmente, calcula-se a porcentagem de barras tracionadas conforme esquema e cálculos abaixo:



$$x = \beta_x d$$

porcentagem de armadura tracionada

$$\rho = \frac{360^\circ - 2\alpha}{360^\circ} \cdot n$$

em que  $n$  é o número total de barras longitudinais existentes na estaca.

- conhecida a porcentagem  $\rho$ , o cálculo é análogo ao exposto para seção retangular, em que se calculam os valores de  $\tau_c$ ,  $\tau_d$  e  $\tau_{sw/s}$  conforme já exposto acima. (Para aplicação, ver 6º Exercício).

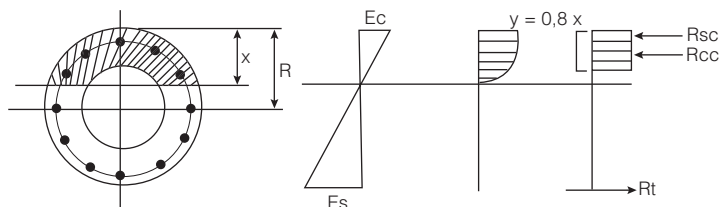
## 1.5 PROGRAMAS PARA FLEXÃO SIMPLES E COMPOSTA (SEÇÃO CIRCULAR CHEIA OU VAZADA)

Os programas apresentados a seguir foram desenvolvidos para o microcomputador MSX, a partir das fórmulas existentes na referência bibliográfica 17.

O programa de flexão composta fornece os pares de valores  $M$  e  $N$  resistidos por uma seção circular (cheia ou vazada), armada com uma dada seção de aço, à medida que se varia a posição da linha neutra. Tanto a posição inicial da linha neutra como seus incrementos estão referidos ao raio da seção.

Os dados para entrada no programa são:

posição inicial da linha neutra ( $X/R$ )	X
incrementos na posição da linha neutra ( $X/R$ )	X1
n. de divisões da seção da armadura	E
resistência característica do concreto	F
resistência característica do aço	F1
coeficiente de minoração do concreto	F2
coeficiente de minoração do aço	F3
coeficiente de majoração das cargas	F4
diâmetro externo da peça	D
espessura de concreto	E1
cobrimento de armadura	C
área de aço	A



O programa de flexão simples tem a mesma configuração e dados de entrada do programa anterior.

Basicamente é o mesmo programa, porém adaptado para procurar a posição da linha neutra que conduza a uma carga  $N \cong 0$ . Neste instante, o programa fornece os valores de  $M$  e  $X$  correspondentes.

## 1.5.1 Listagem em BASIC do programa de flexão composta

```

10 REM === FLEXAO COMPOSTA : SECAO CIRCULAR CHEIA OU VAZADA ===
20 DIM A1(5),A2(5),A3(5)
30 PI=3.1416
40 INPUT "X/R INICIAL           =":X
50 INPUT "INCREMENTO EM X/R     =":X1
60 INPUT "NO. DE DIVISÖES       =":E
70 INPUT "FCK                    (MN m2) =":F
80 INPUT "FYK                    (MN m2) =":F1
90 INPUT "COEF. MINORACAO CONC.  =":F2
100 INPUT "COEF. MINORACAO ACO   =":F3
110 INPUT "COEF. MAJORACAO CARGA =":F4
120 F=F*F*.85/(F2*100):F1=F1/(F3*210)
130 INPUT "DIAMETRO EXTERNO      (cm) =":D
140 INPUT "ESPESSURA PAREDE     (cm) =":E1
150 INPUT "COBRIMENTO            (cm) =":C
160 R=D/2:D1=(R-E1)/R:D2=(R-C)/R
170 INPUT "AREA DE AÇO           (cm2) =":A

180 A1=(D2^2-A/(PI*R^2))^.5
190 B=1:B1=(B+D2)*7/27:B2=2*PI/E
200 REM ----- PROCESSAMENTO -----
210 IF B1 > =X THEN GOTO 240
220 IF 2> =X THEN GOTO 250
230 E1=2*X/(X-6/7):GOTO 260
240 E1=10*X/(1+D2-X):GOTO 260
250 E1=3.5
260 FOR J=1 TO E
270 K1=(B2+SIN(B4)-SIN(B2+B4))/2
280 K2=(SIN((B2+B4)/2)^3-SIN(B4/2)^3)*2/(3*K1)
290 B4=B4+B2
300 A1(2)=A1:A1(3)=D2:A1(4)=D1:A1(5)=B:G=4
310 FOR I=2 TO 5
320 IF X=0 THEN LET X=.00001
330 B5=E1*(1+(A1(I)*K2-1)/X)
340 IF 2> = G THEN GOTO 400
350 IF F1< B5 THEN GOTO 380
360 IF -F1> =B5 THEN GOTO 390
370 K3=2.1*B5:GOTO 450
380 K3=2.1*F1:GOTO 450
390 K3=-2.1*F1:GOTO 450
400 IF 0> = B5 THEN GOTO 430
410 IF 2< B5 THEN GOTO 440
420 K3= B5-B5^2/4:GOTO 450
430 K3=0:GOTO 450
440 K3=1
450 A2(I)=K1*K3+A2(I)
460 A3(I)=K1*K3*K2+A3(I):G=G-1
470 NEXT I
480 NEXT J
490 A2(5)=F*A2(5):A2(4)=F*A2(4): A3(5)=F*A3(5):A3(4)=F*A3(4)
500 FOR I=2 TO 5
510 A2(I)=A2(I)*A1(I)^2
520 A3(I)=A3(I)*A1(I)^3
530 NEXT I

```

```

540 N=(A2(5)-A2(4)+A2(3)-A2(2)) *R^2/(.1*F4)
550 M=(A3(5)-A3(4)+A3(3)-A3(2))*R^3/(F4*10)
560 PRINT "-----"
570 PRINT "X = ";X*R;" (cm)"
580 PRINT "N = ";N;" (KN)"
590 PRINT "M = ";M;" (KN.m)"
600 X=X+X1
610 FOR I=2 TO 5
620 A2(I)=0
630 A3(I)=0
640 NEXT I
650 GOTO 200
660 END

```

### 1.5.2 Listagem em BASIC do programa de flexão simples

```

10 REM === FLEXAO SIMPLES : SECAO CIRCULAR CHEIA OU VAZADA ===
20 DIM A1(5),A2(5),A3(5)
30 PI=3.1416
40 INPUT "X/R INICIAL" =":X
50 INPUT "INCREMENTO EM X/R" =":X1
60 INPUT "NO. DE DIVISOES" =":E
70 INPUT "FCK (MN/m2) ="":F
80 INPUT "FYK (MN/m2) ="":F1
90 INPUT "COEF. MINORACAO CONC. ="":F2
100 INPUT "COEF. MINORACAO ACO ="":F3
110 INPUT "COEF. MAJORACAO CARGA ="":F4
120 F=F*.85/(F2*100):F1=F1/(F3*210)
130 INPUT "DIAMETRO EXTERNO (cm) ="":D
140 INPUT "ESPESSURA PAREDE (cm) ="":E1
150 INPUT "COBRIMENTO (cm) ="":C
160 R=D/2:D1=(R-E1)/R:D2=(R-C)/R
170 INPUT "AREA DE ACO (cm2) ="":A
180 A1=(D2^2-A/(PI*R^2))^.5
190 B=1:B1=(B+D2)*7/27:B2=2*PI/E
200 V=0
210 REM ----- PROCESSAMENTO -----
220 IF B1>=X THEN GOTO 250
230 IF 2>=X THEN GOTO 260
240 E1=2*X/(X-6/7):GOTO 270
250 E1=10*X/(1+D2-X):GOTO 270
260 E1=3.5
270 FOR J=1 TO E
280 K1=(B2+SIN(B4)-SIN(B2+B4))/2
290 K2=(SIN((B2+B4)/2)^3-SIN(B4/2)^3)*2/(3*K1)
300 B4=B4+B2
310 A1(2)=A1:A1(3)=D2:A1(4)=D1:A1(5)=B:G=4
320 FOR I=2 TO 5
330 B5=E1*(1+(A1(I)*K2-1)/X)
340 IF 2>=G THEN GOTO 400
350 IF F1<B5 THEN GOTO 380

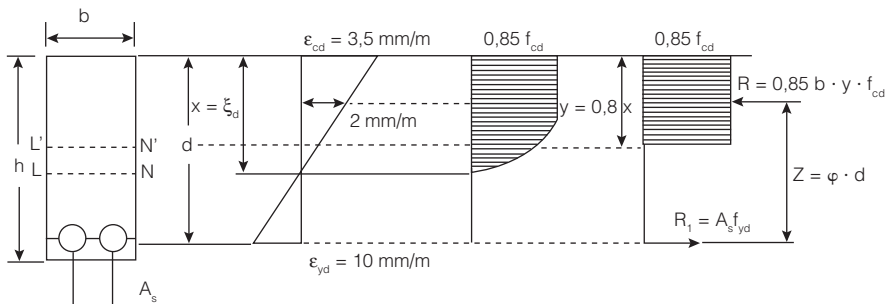
```



```

360 IF -F1 > = B5 THEN GOTO 390
370 K3 = 2.1 * B5 : GOTO 450
380 K3 = 2.1 * F1 : GOTO 450
390 K3 = -2.1 * F1 : GOTO 450
400 IF 0 > = B5 THEN GOTO 430
410 IF 2 < B5 THEN GOTO 440
420 K3 = B5 - B5^2/4 : GOTO 450
430 K3 = 0 : GOTO 450
440 K3 = 1
450 A2(I) = K1 * K3 + A2(I)
460 A3(I) = K1 * K3 * K2 + A3(I) : G = G - 1
470 NEXT I
480 NEXT J
490 A2(5) = F * A2(5) : A2(4) = F * A2(4) : A3(5) = F * A3(5) : A3(4) = F * A3(4)
500 FOR I = 2 TO 5
510 A2(I) = A2(I) * A1(I)^2
520 A3(I) = A3(I) * A1(I)^3
530 NEXT I
540 N = (A2(5) - A2(4) + A2(3) - A2(2)) * R^2 / (.1 * F^4)
550 IF V < > 0 THEN GOTO 570
560 V = N : GOTO 670
570 K = (V / N) / ABS(V / N)
580 IF K > 0 THEN GOTO 600
590 X1 = X1 / 2 : U = ABS(V - N) : IF U < 5 THEN GOTO 620
600 V = N : Q = V / ABS(V) : X = X - (Q * X1)
610 GOTO 680
620 M = (A3(5) - A3(4) + A3(3) - A3(2)) * R^3 / (F^4 * 10)
630 PRINT "....."
640 PRINT "X = "; X * R ; " (cm)"
650 PRINT "N = "; N ; " (KN)"
660 PRINT "m = "; M ; " (KN.M)"
670 X = X + X1
680 FOR I = 2 TO 5
690 A2(I) = 0
700 A3(I) = 0
710 NEXT I
720 GOTO 210
730 END

```



Cálculo de  $A_s$

$$\mu = \frac{Md}{bd^2 fcd} \rightarrow \phi \rightarrow A_s = \frac{Md}{\phi \cdot d \cdot fyd}$$

**Tabela 1.2** Cálculo de armadura simples em peças retangulares sujeitas à flexão simples.

$\beta$	$\phi$	$\mu$	Limites		$\beta$	$\phi$	$\mu$	Limites
0,06	0,976	0,040	A min $\epsilon_s = 0.01$		0,56	0,776	0,296	CA-60A
0,18	0,928	0,114			0,58	0,768	0,303	
0,20	0,920	0,125			0,585	0,766	0,305	
0,20	0,920	0,125			0,60	0,760	0,310	CA-50A
0,22	0,912	0,136			0,62	0,752	0,317	
0,24	0,904	0,148			0,628	0,749	0,320	
0,26	0,896	0,158			0,64	0,744	0,324	CA-40A
0,28	0,888	0,169			0,66	0,736	0,330	
0,30	0,880	0,180			0,679	0,728	0,337	
0,32	0,872	0,190			0,68	0,728	0,337	CA-32
0,34	0,864	0,200			0,70	0,720	0,343	
0,36	0,856	0,210			0,72	0,712	0,349	
0,38	0,848	0,219	0,725	0,710	0,350			
0,40	0,840	0,228	CA-60B		0,74	0,704	0,354	CA-24
0,42	0,832	0,238			0,76	0,696	0,360	
0,438	0,825	0,246			0,779	0,688	0,365	
0,44	0,824	0,247	CA-50B		0,78	0,688	0,365	
0,46	0,816	0,255			0,80	0,680	0,370	
0,462	0,815	0,256			0,82	0,672	0,375	
0,48	0,808	0,264	CA-40B		0,84	0,664	0,379	
0,489	0,804	0,264			0,86	0,656	0,384	
0,50	0,800	0,272			0,88	0,648	0,388	
0,52	0,792	0,280			0,90	0,640	0,392	
0,54	0,784	0,288			0,92	0,632	0,395	

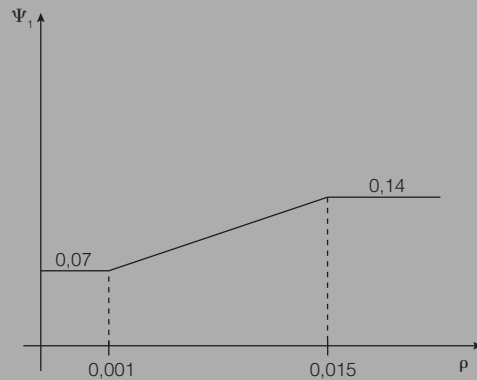
**Tabela 1.3** Valores de  $A_{sw}$  em  $\text{cm}^2/\text{m}$  para estribos de dois ramos  
Roteiro de cálculo (unidades em MPa).

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \leq \begin{cases} 0,25 f_{cd} \\ 4,5 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\tau_d = 1,15 \tau_{wd} - \tau_c$$

$$\tau_c = \psi_1 \sqrt{f_{ck}}, \text{ em que } \psi_1 \text{ é dado ao lado}$$

$$A_{sw} = \frac{100}{f_{yd}} \times b_w \times \tau_d \text{ (com } b_w \text{ em cm)}$$



Espaçamento (cm)	Diâmetro (mm)				
	5	6,3	8	10	12,5
5	7,12	12,68	–	–	–
6	5,94	10,60	16,50	23,80	42,20
7	5,08	9,05	14,10	20,40	36,20
8	4,44	7,92	12,40	17,80	31,70
9	3,96	7,04	11,00	15,80	28,20
10	3,56	6,33	9,90	14,30	25,30
11	3,24	5,76	9,00	13,00	23,00
12	2,96	5,28	8,25	11,90	21,10
13	2,74	4,87	7,61	11,00	19,50
14	2,54	4,52	7,07	10,20	18,10
15	2,38	4,22	6,60	9,50	16,90
16	2,22	3,96	6,19	8,91	15,80
17	2,10	3,73	5,82	8,38	14,90
18	1,98	3,52	5,50	7,92	14,10
19	1,88	3,33	5,21	7,50	13,30
20	1,78	3,17	4,95	7,13	12,70
25	1,42	2,53	3,96	5,70	10,10
30	1,18	2,11	3,30	4,75	8,45
35	1,00	1,81	2,83	4,07	7,24

**Tabela 1.4** Área da seção de armadura  $A_s$  (cm<sup>2</sup>).

Bitola $\emptyset$			Número de fios ou de barras											
Fios (mm)	Barras (mm)	Diâmetro (pol)	Nominal para cálculo											
			Peso linear (kgf/m)	$\mu$ perimetro (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	-	0,06	1,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	-	0,10	1,25	0,125	0,25	0,375	0,50	0,625	0,75	0,875	1,00	1,125	1,25
5	5	$\cong 3/16$	0,16	1,60	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	$\cong 1/4$	0,25	2,00	0,315	0,63	0,945	1,26	1,575	1,89	2,205	2,52	2,835	3,15
8	8	$\cong 5/16$	0,40	2,50	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	$\cong 3/8$	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
-	12,5	$\cong 1/2$	1,00	4,00	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	$\cong 5/8$	1,60	5,00	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	$\cong 3/4$	2,50	6,30	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22	$\cong 7/8$	3,05	6,90	3,80	7,60	11,40	15,20	19,00	22,80	26,60	30,40	34,20	38,00
-	25	$\cong 1$	4,00	8,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	$\cong 1 1/4$	6,30	10,00	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00

## 1.6 EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1º *Exercício*: calcular a carga crítica de flambagem de uma estaca metálica I  $12" \times 5 1/4"$  (60,6 kg/m) cravada através de uma camada de argila mole que apresenta coesão de 10 kPa.

*Solução*:

Segundo o catálogo da Companhia Siderúrgica Nacional a estaca acima apresenta  $I_{\min} = 563 \text{ cm}^4$ . Adotando-se  $k = 9$  e  $E = 210\,000 \text{ MPa}$ , tem-se:

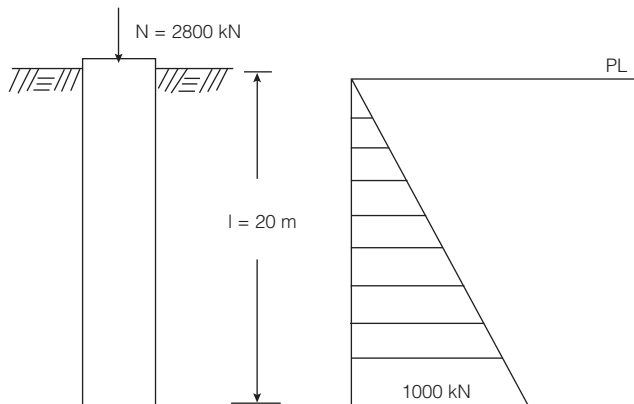
$$N_{\text{crit}} = 9\sqrt{10 \times 210\,000 \times 10^3 \times 563 \times 10^{-8}} \therefore$$

$$N_{\text{crit}} = 9 \text{ kN}$$

Se for adotado um coeficiente de segurança 2, a carga máxima de trabalho, do ponto de vista estrutural, não poderia ser superior a  $N = 979/2 \cong 490 \text{ kN}$ , valor praticamente igual à metade daquele que se obteria sem considerar a flambagem, onde é comum se adotar  $\sigma = 12 \text{ kN/cm}^2$ . Neste caso teríamos:

$$N_{s/fl} = \bar{\sigma} \cdot A = 12 = 77,3 \cong 930 \text{ kN}.$$

2º *Exercício*: Dimensionar a armadura de uma estaca maciça com diâmetro de 30 cm sujeita a uma carga de compressão em seu topo de 2.800 kN e com um diagrama de transferência de carga para o solo, conforme indicado abaixo. Adotar concreto com  $f_{ck} = 16 \text{ MPa}$  e aço CA 50.



*Solução*:

Inicialmente, será verificado se a tensão na estaca é superior a 5 MPa, quando então se calculará o trecho que necessitará ser armado.

$$N = 2.800 \text{ kN}$$

$$A = \frac{\pi \times 0,3^2}{4} \cong 0,07 \text{ m}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 2.800 \text{ kN} \\ A = \frac{\pi \times 0,3^2}{4} \cong 0,07 \text{ m}^2 \end{array} \right\} \sigma = \frac{2.800}{0,07} = 40.000 \text{ kN/m}^2 \text{ ou } 40 \text{ MPa}$$

Como a tensão  $\sigma_c$  ultrapassou 5 MPa, há necessidade de armar a estaca até a profundidade em que esse valor não seja ultrapassado.

Assim

$$\frac{N - PL}{A} = 5 \text{ MPa} \therefore$$

$$\frac{2.800 - PL}{0,5} = 5.000 \therefore PL = 300 \text{ kN.}$$

ou seja, a estaca deverá ser armada até a profundidade

$$z = \frac{20}{1.000} \times 300 = 6 \text{ m}$$

Para simplificar os cálculos, será adotada uma armadura constante correspondente à carga máxima de compressão, com  $\lambda \leq 40$ , pois a estaca está totalmente enterrada.

$$\gamma_f \cdot N \cdot \left(1 + \frac{6}{h}\right) = 0,85 A_c \cdot fcd + A'_s fyd$$

em que

$$\gamma_f = 1,4$$

$$1 + \frac{6}{h} = 1 + \frac{6}{80} = 1,075 \text{ dotado } 1,1$$

$$fcd = 16 + 1,4 = 11,4 \text{ MPa} = 11.400 \text{ kN/m}^2$$

$$fyd = \begin{cases} \frac{500}{1,15} \cong 435 \text{ MPa} \\ 0,2\% E_s = 0,2\% \times 210.000 = 420 \text{ MPa ou } 420.000 \text{ kN/m}^2 \end{cases}$$

$$1,4 \times 2.800 \times 1,1 = 0,85 \times 0,5 \times 11.400 + A'_s \cdot 2.000 \therefore$$

$A'_s < 0$  usar armadura mínima

$$A'_s \text{ min} = \frac{0,5}{100} \times 5.000 = 25 \text{ cm}^2, \text{ sejam } 8 \phi 20 \text{ mm}$$

3º Exercício: Dimensionar a armadura da estaca pré-moldada vazada: cada ao lado sendo conhecidos:

concreto da estaca  $f_{ck} = 30$  MPa

aço Ca 50 A  $f_{yk} = 500$  MPa

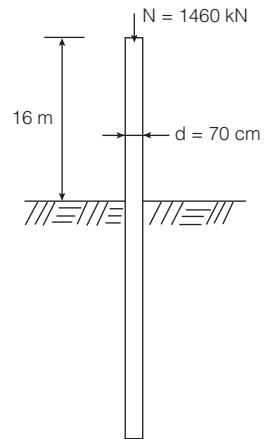
diâmetro externo da estaca = 70 cm

espessura da parede = 11 cm

coeficiente de reação do solo  $nh = 0,55$  MN/m<sup>3</sup>

trecho enterrado da estaca > 4 T

topo engastado, com translação



*Solução:*

$$T = (EI / nh)^{1/5} = (21.000 \times 0,00918 / 0,55)^{1/5}$$

$$\therefore T = 3,23 \text{ m}$$

$$L_s = 1,8 \quad T \cong 5,80 \text{ m}$$

$$L_{fl} = 16 + 5,80 = 21,80 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{L_{fl}}{i} = \frac{2,180}{21,2} = 103 < 140$$

$$M_{ld} = 1,4 \times 1.460 \times \frac{0,7}{30} \cong 48 \text{ kN.m}$$

$$f_{cd} = \frac{30}{1,3} = 23 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \begin{cases} \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} \\ \frac{0,2}{100} \times 210.000 = 420 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\partial = \frac{1,4}{0,2039} \times \frac{1.460}{23.000} = 0,44 \text{ adotado } \partial \text{ min} = 0,5$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + 420 / 210.000}{0,5} = 0,0079 \text{ m}^{-1}$$

$$M_{2d} = 1,4 \times 1.460 \cdot \frac{21,80^2}{10} \cdot 0,0079 = 767 \text{ kN.m}$$

$$M_d = M_{ld} + M_{2d} = 815 \text{ kN.m}$$

A estaca será então dimensionada para o par de valores

$$\left. \begin{aligned} N_d &= 1,4 \times 1.460 = 2.044 \text{ kN} \\ M_d &= 815 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} e = \frac{815}{2.044} = 0,40 \text{ m}$$

Usando-se as tabelas de Pfeil (ref. 13) tem-se

$$\left. \begin{aligned} \partial_1 &= \frac{2.044 \times 10^{-3}}{0,85 \times 23 \times 0,7^2} = 0,21 \\ \partial_1 \frac{e}{d} &= 0,21 \times \frac{0,4}{0,7} = 0,12 \end{aligned} \right\} \text{abaco 6.4} \rightarrow \omega \cong 0,35$$

$$\rho = 0,35 \frac{23}{420} = 0,019 \text{ ou } 1,9\%$$

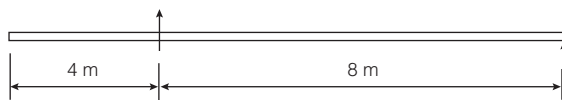
$$A_s = 0,019 \times \frac{\pi \cdot 70^2}{4} = 73 \text{ cm}^2 \rightarrow 23 \phi 20 \text{ mm}$$

4º *Exercício*: Dimensionar a armadura de uma estaca pré-moldada de 12 m de comprimento, diâmetro externo de 50 cm e parede de 9 cm para as etapas de manipulação e transporte, e para a fase final trabalhando à compressão de 1.300 kN ou 180 kN de tração.

Adotar  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  e controle sistemático.

*Solução*:

Na fase de transporte e manipulação, admitir-se-á que a sollicitação mais crítica seja quando a estaca for levantada pelo terço de seu comprimento, conforme esquema abaixo:



$$A_c = \frac{\pi}{4} (0,5^2 - 0,32^2) = 0,116 \text{ m}^2$$

$$q = 0,116 \times 25 = 2,9 \text{ kN/m}$$

$$M = \frac{2,9 \times 4^2}{2} = 23,2 \text{ kN.m}$$

Para se levar em conta efeitos de impacto, aumentaremos esse momento 30% ou seja:

$$M \cong 30 \text{ kN.m}$$

$$f_{cd} = \frac{30}{1,3} = 23 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \begin{cases} \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} \\ \frac{0,2}{100} \times 210.000 = 420 \text{ MPa} \end{cases}$$



Usando-se, por exemplo, o ábaco de Montoya (ref. 12)

$$\left. \begin{aligned} \partial &= 0 \\ \mu &= \frac{1,4 \times 30 \times 10^{-3}}{0,116 \times 0,5 \times 23} = 0,031 \end{aligned} \right\} \omega = 0,07$$

$$A_s = 0,07 \times 1.160 \times \frac{23}{420} = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ mín.} = \frac{0,5}{100} \times 1.160 = 5,8 \text{ cm}^2$$

O dimensionamento para a fase final, trabalhando à compressão de 1.300 kN, será feito como pilar curto ( $\lambda < 40$ ), pois a estaca estará totalmente enterrada e supõe-se que o cálculo mostrou que a mesma não flambará.

$$\gamma_f \cdot (1 + 6/h) \cdot N = 0,85 A_c f_{cd} + A'_s f_{yd}$$

$$1,4 \times 1,12 \times 1.300 \times 10^{-3} = 0,85 \times 0,116 \times 23 + A'_s \times 420$$

$$\therefore A'_s = \text{mín.} = 5,8 \text{ cm}^2$$

Finalmente, o cálculo para a estaca trabalhando à tração será feito admitindo-se meio agressivo não protegido, ou seja,  $\omega = 1$  (fissuras com abertura máxima de 0,1 mm).

$$f_{tk} = 0,06 \times 30 + 0,7 = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\eta_b = 1,5$$

$$1 = \frac{\phi}{2 \times 1,5 - 0,75} \cdot \frac{3\sigma_s^2}{210.000 \times 2,5} \therefore$$

$$\sigma_s = \frac{627}{\sqrt{\phi}}$$

$$\phi \text{ em mm}$$

$$\sigma_s \text{ em MPa}$$

Se adotarmos barras  $\phi = 10$  mm, a tensão de tração máxima será:

$$\sigma_s = \frac{627}{\sqrt{10}} \cong 198 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{N_{tk}}{\sigma_s} = \frac{180 \times 10^{-3}}{198} = 0,91 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ ou } 9,1 \text{ cm}^2$$

*Conclusão:*

A armadura que atende simultaneamente a todas as fases de carregamento da estaca será

$$A_s = 9,1 \text{ cm}^2 \rightarrow 12 \phi 10 \text{ mm}$$

5º *Exercício:* Dimensionar a armadura de uma estaca de seção quadrada de 30 × 30 cm sujeita a um momento  $M = 45$  kNm e a um cortante  $Q = 40$  kN, sabendo-se que a mesma será confeccionada com concreto de  $f_{ck} = 16$  MPa e aço CA 50 A.

*Solução:*

O cálculo da armadura de flexão será feito usando-se a Tab. 1.2 e o da armadura de cortante a Tab. 1.3.

armadura de flexão:

$$f_{cd} = 16 / 1,4 = 11,4 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \begin{cases} \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa} \\ \frac{0,2}{100} \times E_s \cong 420 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} b = 0,3 \text{ m} \\ d = 0,27 \text{ m} \end{array} \right\} bd^2 f_{cd} \cong 0,25 \text{ MN.m}$$

$$\mu = \frac{1,4 \times 45 \times 10^{-3}}{0,25} = 0,252 \rightarrow \varphi = 0,82$$

$$A_s = \frac{1,4 \times 45 \times 10^{-3}}{0,82 \times 0,27 \times 420} = 0,0007 \text{ m}^2 \text{ ou } 7 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \phi 16 \text{ mm}$$

armadura mínima  $0,15\% \times 30^2 = 1,35 \text{ cm}^2$

armadura de cortante:

$$\tau_{wd} = \frac{1,4 \times 40 \times 10^{-3}}{0,3 \times 0,27} = 0,69 \text{ MPa} < \begin{cases} 0,25 f_{cd} \\ 4,5 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\rho = \frac{4 \times 2}{30 \times 27} \cong 0,01 \rightarrow \psi_1 \cong 0,11$$

$$\tau_c = 0,11 \sqrt{16} = 0,44 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = 1,15 \times 0,69 - 0,44 = 0,36 \text{ MPa}$$

$$A_{sw} = \frac{100}{420} \times 30 \times 0,36 = 2,6 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Armadura mínima  $A_s = 0,14 \times 30 = 4,2 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \varnothing 6,3 \text{ c } 15 \text{ cm}$

6º *Exercício:* Dimensionar a armadura de uma estaca circular maciça com 80 cm de diâmetro, sujeita a um momento  $M = 600 \text{ kN.m}$  e a um cortante 180 kN, sabendo-se que a mesma será confeccionada com concreto de  $f_{ck} = 16 \text{ MPa}$  e aço CA 50 A.

*Solução:*

Os valores de  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$  são os mesmos do exercício anterior.

$$A_c = \pi \times 0,8^2 / 4 \cong 0,5 \text{ m}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 0 \\ m = \frac{1,4 \times 10^{-3}}{0,8^3 \times 11,4} = 0,14 \end{array} \right\} p = 0,5$$

$$A_s = 0,5 \cdot \frac{5.000 \times 11,4}{420} = 68 \text{ cm}^2 \rightarrow 14 \phi 25 \text{ mm}$$

Armadura mínima  $0,15\% \times 5.000 = 7,5 \text{ cm}^2$

Armadura de cortante:

Lado do quadrado inscrito  $a = 80\sqrt{2/2} = 56,5 \text{ cm}$

$$\tau_{wd} = \frac{1,4 \times 180 \times 10^{-3}}{0,565^2} = 0,79 \text{ MPa}$$

$$\tau_{cd} = 0,8 f_{ck} / \gamma_c \cong 9,5 \text{ MPa}$$

$$\mu = \frac{1,4 \times 600 \times 10^{-3}}{9,5 \times 0,5 \times 0,8} = 0,22$$

Determinação de  $\rho$  por tentativas até que  $|\Omega| = \mu$ .

O cálculo foi feito usando-se as Tabelas da ref. 11. Após várias tentativas, adotamos  $\beta_v = 0,25$ .

Tab. I 55:  $\beta = 0,196$  e  $\beta' = 0,029$

Tab. I 80 :  $K = 1,309$  e  $\beta_x = 0,3125$

$$\Omega = 0,029 - 1,309 \times 0,196 = -0,228 \cong -0,23$$

$$x = 0,3125 \times 80 = 25 \text{ cm}$$

*Nota:* Este valor também pode ser obtido usando-se o programa exposto o item 1.5.1. O cálculo para esta estaca, usando-se este programa é apresentado no 8º Exercício.

$$\cos \alpha = 15/40 \therefore \alpha \cong 68 \therefore 2\alpha = 136^\circ$$

$$\text{barras tracionadas } \frac{360 - 136}{360} \times 14 \cong 9 \text{ barras}$$

$$\rho = \frac{9 \times 5}{5.000} = 0,009 \rightarrow \psi_1 \cong 0,10$$

$$\tau_c = 0,1\sqrt{16} = 0,4 \text{ MPa}$$

$$\tau_d = 15 \times 0,79 - 0,4 = 0,51 \text{ MPa}$$

$$A_{sw} = \frac{100}{420} \times 56,5 \times 0,51 = 6,86 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Armadura mínima:

$$A_s = 0,14 \times 56,5 = 7,9 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \varnothing 10 \text{ c } 18 \text{ cm}$$

7º Exercício: Utilizando o programa exposto no item 1.5.1 calcular os pares de valores N e M resistidos por uma seção circular com 60 cm de diâmetro armada com 16  $\varnothing 10$  mm (aço CA 50) e confeccionada com concreto  $f_{ck} = 25$  MPa. O cobrimento da armadura é 2,5 cm.

Elaborar duas tabelas, uma admitindo-se que a seção é cheia (ou seja  $A_s/A_c = 12,8/2.827 = 0,45\%$ ) e a outra que a seção é vazada possuindo parede de 10 cm de espessura (ou seja,  $A_s/A_c = 12,8/1.571 = 0,8\%$ ).

*Solução:*

Para posição inicial da linha neutra foi adotado  $X/R = 0,001$ , e para os incrementos  $X/R = 0,10$ . Para o caso da seção vazada tem-se  $E1 = 10$  cm e para o caso da seção cheia  $E1 = D/2 = 30$  cm.

$\frac{X}{R}$	X (cm)	Seção vazada		Seção cheia	
		N (KN)	M (KN.m)	N (KN)	M (KN.m)
0,001	0,03	- 327	18	- 333	16
0,101	3,03	- 304	25	- 309	22
0,201	6,03	- 225	47	- 229	44
0,301	9,03	- 94	76	- 102	72
0,401	12,03	141	128	141	126
0,501	15,03	253	153	284	156
0,601	18,03	396	172	492	185
0,701	21,03	562	194	715	215
0,801	24,03	578	197	850	230
0,901	27,03	679	202	1031	243
1,001	30,03	801	204	1285	252
1,101	33,03	873	207	1446	259
1,201	36,03	949	204	1653	257
1,301	39,03	1092	295	1894	247
1,401	42,03	1151	192	2073	240
1,501	45,03	1234	180	2259	222
1,601	48,03	1338	169	2458	203
1,701	51,03	1415	160	2617	187
1,801	54,03	1532	141	2778	162
1,901	57,03	1633	124	2948	140
2,001	60,03	1733	105	3085	118

8º *Exercício:* Determinar a posição da linha neutra da seção da estaca do 6º Exercício, usando-se o programa exposto no item 1.5.2.

*Solução:*

Para o processamento adotamos, além dos dados constantes do 6º Exercício, os demais:

Cobrimento de armadura = 4 cm

$X/R$  inicial = 0,01

incrementos = 0,1

O resultado foi:  $X = 24,4$  cm

$N = - 0,7$  kN ( $\cong 0$ )

$M = 592$  kN ( $\cong 600$  kN)

Vê-se que o valor de  $X$  obtido é aproximadamente igual ao obtido com as tabelas do Prof. LAURO MODESTO (ref. 11) visto que na utilização dessas tabelas também arredondamos o valor de  $|\Omega| = 0,228$  para  $0,23$ .

## 1.7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) – NBR 6118 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado – (antiga NB1); NBR 6122 – Projeto e Execução de Fundações (antiga NB51).
- [2] Alonso, U. R. *Exercícios de Fundações*. Blucher Ltda.
- [3] Alonso, U. R. Estimativa da transferência de carga de estacas escavadas a partir do SPT. *Revista Soios e Rochas*, abril e agosto – 1983.
- [4] Alonso, U. R. “Reavaliação do Problema de Flambagem de Estacas”. *Revista de Engenharia da FAAP* – nov. 1988.
- [5] Aoki, N & Velloso D. *An Approximate Method to Estimate the Bearing Capacity of Piles*. V.P.C.S.M.F.E., Buenos Aires, 1975.
- [6] Bortulucci, A. A e outros “Programa para Cálculo de Capacidade de Carga em Estacas. Fórmulas Empíricas – MICROGEO 88 – S.P. 23 a 26 out. 88.
- [7] Davisson, M.T. e Robinson K. E. *Bending and Buckling of Partially Embedded Piles*. II. P.C.S.M.F.E., São Paulo, 1963.
- [8] Décourt. L. & Quaresma A. R. Capacidade de Carga de Estacas a partir de Valores de SPT. VI C.B.M.S.E.F., Rio de Janeiro, 1978.
- [9] Décourt, L. “Prediction of Bearing Capacity of Piles Based Exclusively on N Values of SPT” 2nd European Symposium on Penetration Testing – Amsterdam – 1982.
- [10] MSX “Linguagem Basic” Editora Aleph.
- [11] Modesto dos Santos, L. “Cálculo de Concreto Armado” – Volume 2, Editora LMS Ltda.
- [12] Montoya, P. J. *Hormigon Armado*. Editora Gustavo Gili S. A.
- [13] Pfeil, W. *Dimensionamento de Concreto Armado à Flexão Composta*. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- [14] Philipponnat, G. “Método Prático de Cálculo de Estacas Isoladas com Emprego do Penetrômetro Estático” – Tradução dos engenheiros Nelson S. Godoy e Nelcio Azevedo Jr para a ABMS, julho 1986.
- [15] Velloso, D. A. “Fundações em Estacas” – Publicações de Firma – Estacas Franki.
- [16] Velloso, P. P. “Dados para a Estimativa do Comprimento de Estacas em Solo” – Ciclo de Palestras Sobre Estacas Escavadas – Clube de Engenharia – Rio de Janeiro – 1981.
- [17] Apostila do Mackenzie da Cadeira de Concreto Armado.