MANUAL DE TECNOLOGIA DA MADEIRA

2ª edição brasileira

INGO NENNEWITZ
WOLFGANG NUTSCH
PETER PESCHEL
GERHARD SEIFERT

Blucher

Manual de Tecnologia da Madeira

Blucher

Ingo Nennewitz Wolfgang Nutsch Peter Peschel Gerhard Seifert

Manual de Tecnologia da Madeira

Elaborado por professores de escolas profissionalizantes e engenheiros da Europa

Tradução da 4ª edição alemã

Tradução: Helga Madjderey

Revisão técnica: Ingeborg Sell

2ª edição brasileira

TABELLENBUCH HOLZTECHNIK

A edição em língua alemã foi publicada
pela Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney,
Vollmer GmbH

Manual de tecnologia da madeira
Tradução da 4ª edição alemã – 2008
2ª edição brasileira – 2012
Editora Edgard Blücher Ltda.

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
04531-012 – São Paulo – SP – Brasil
Tel 55 11 3078-5366
editora@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme
5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras,
março de 2009.

FICHA CATALOGRÁFICA

Manual de tecnologia da madeira / Ingo
Nennewitz...[et al.]; tradução Helga
Madjderey. – 2. ed. brasileira –
São Paulo: Blucher, 2012.

Outros autores: Wolfgang Nutsch, Peter
Peschel, Gerhard Seifert

Título original: Tabellenbuch Holztechnik

“Tradução da 4ª edição alemã”

ISBN 978-85-212-0595-1

1. Madeira 2. Tecnologia I. Nennewitz,
Ingo. II. Nutsch, Wolfgang. III. Peschel, Peter.
IV. Seifert, Gerhard.

11-03235 CDD-674.8

Índices para catálogo sistemático:

1. Madeira: Tabelas: Tecnologia 674.8
2. Tabelas para madeira: Tecnologia 674.8

Prefácio

O Manual de Tecnologia da Madeira amplia a série de publicações Europa específicas para o ensino profissionalizante no setor madeireiro. No entanto, graças ao seu caráter independente, pode ser empregado tanto sozinho como junto com outros livros didáticos na instrução e no aperfeiçoamento, assim como no exercício da profissão. Ele contém tabelas, fórmulas, Normas DIN, regras e determinações de órgãos públicos e instituições reconhecidas, além de valores de muitas características fisico-químicas de madeiras e grandezas para uso da madeira em construções.

A escolha do conteúdo tecnológico, matemático, gráfico e de planejamento operacional desta coleção obedece aos planos didáticos básicos dos Estados alemães para as profissões no segmento da Tecnologia da Madeira, baseando-se também em conteúdos de renomados livros didáticos. Pensou-se também nas necessidades e requisitos do aperfeiçoamento profissional e do trabalho prático diário.

O Manual de Tecnologia da Madeira é uma valiosa obra de consulta para aprendizes, alunas e alunos de escolas profissionalizantes, de escolas técnicas e escolas superiores. Além disso, também é uma fonte de informação no treinamento prático, no aprimoramento e reciclagem para mestres e técnicos na prática profissional.

O Manual de Tabelas contém os seguintes capítulos

O recorte numerado facilita o rápido acesso ao capítulo desejado. Valorizamos especialmente a visualização das representações. Os itens dos capítulos são destacados na barra de cabeçalho de cada página, tabelas são destacadas por grades verdes, fórmulas importantes são destacadas em quadros e exemplos destacados em fundo verde.

Além do índice, um glossário abrangente auxilia na busca rápida de termos e fatos.

Agradecemos aqui a todos que contribuíram com sugestões na elaboração do Manual de Tabelas – em especial as Empresas, Instituições e Editoras relacionadas nas fontes de referência. Agradecemos também por sugestões que melhorem e aperfeiçoem esta publicação, assim como por indicação de eventuais falhas.

Verão de 2005 — Autores e Editora

Índice

Índice

Índice

1 Fundamentos da matemática e das ciências naturais

1.1 Grandezas e unidades

O sistema internacional de unidades (SI) define as unidades da metrologia. Das sete unidades fundamentais (unidades básicas) são derivadas unidades para as demais grandezas.

Grandezas e unidades básicas

Grandeza	Comprimento	Massa	Tempo	Intensidade de corrente	Temperatura	Qde.de substância	Intensidade luminosa
Unidade	Metro	Quilograma	Segundo	Ampère	Kelvin	Mol	Candela
Símbolo	m	kg	s	A	K	mol	cd
Unidades derivadas		Unidades derivadas das básicas com o fator 1 ou com potência, p.ex., 1 N = 1 kg m/s²					
Unidades não derivadas		Unidades convertidas por intermédio de um outro fator, p.ex., 1 min = 60 s					

Prefixos

Fator	10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Prefixo	Tera	Giga	Mega	Quilo	Hecto	Deca	Deci	Centi	Mili	Micro	Nano	Pico
Símbolo	T	G	M	k	h	da	d	c	m	µ	n	p
crescente					←			→				decrescente

Potências de dez

Valores acima de 1 com expoentes **positivos,** valores abaixo de 1 com expoentes **negativos**

Valor	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Potência	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{4}	10^{5}	10^{6}

Arredondamento para cima e para baixo

	Procedimento	Exemplo
para cima	se o seguinte dígito for 5 ou maior	3,1415 → 3,142
para baixo	se o seguinte dígito for 4 ou menor	3,1415 → 3,14 (para centésimos)

Comprimento, superfície, volume e ângulo

Grandeza	Símbolos DIN 1304	Unidade Símbolo	Unidade Significado	Relações entre as unidades
Comprimento	l	m	Metro	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 km = 1000 m 1 inch = 1 pol = 25,4 mm
Superfície	A, S	m² a ha	Metro quadrado Are Hectare	1m² = 100 dm² = 10000 cm² = 1000000 mm² 1 a = 100 m² (para áreas de terrenos) 1 ha = 100 a = 10000 m² 1 km² = 100 ha
Volume	V	m³ l	Metro cúbico Litro	1 m³ = 1000 dm³ = 1000000 cm³ 1 l = 1 dm³ 1 ml = 1 cm³
Ângulo plano	$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$	° ' '' rad	Grau Minuto Segundo Radiano	1 ° = 60 ' 1 ' = 60 '' 1 rad = 1 m/m = 57,2957° 1° = π / 180 rad = 60'

1.1 Grandezas e unidades

Grandeza	Símbolo matemático DIN 1304	Unidade Símbolo	 Significado	Relações entres as unidades
Grandezas temporais				
Tempo	t	s min h d	Segundo Minuto Hora Dia	 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h
Velocidade Velocidade angular	v ω	m/s 1/s	Metro/segundo 1/segundo	1m/s = 60 m/min = 3,6 km/h
Aceleração	a g	m/s^2	Metro/segun-do^2	Aceleração da gravidade g = 9,81 m/s^2
Frequência	f	Hz	Hertz	1 Hz = 1/s 1 Hz = 1 oscilação/s
Rotação	n	1/min 1/s	1/minuto 1/segundo	1/min = 1 min^{-1} 1/s = 60/min = 60 min^{-1}
Grandezas mecânicas				
Massa	m	kg g t	Quilograma Grama Tonelada	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg
Densidade	O	kg/m^3	Quilograma/metro^3	1000 kg/m^3 = 1 kg/dm^3 = 1 t/m^3
Força Força peso	F G, F_g	N	Newton	1 N = 1 kg m/s^2 = 1 J/m
Torque	M	Nm	Newton-metro	1 kNm = 100 daNm = 1000 Nm
Pressão	p	Pa	Pascal	1 Pa = 1 N/m^2 1 bar = 100000 Pa = 10^5 bar = 10 N/cm^2 1 mbar = 1 hPa
Tensão mecânica	σ_τ	N/m^2	Newton/metro^2	1 MN/m^2 = 1 N/mm^2 = 1 MPa
Momento de inércia	I	cm^4	Centímetro^4	Momento de inércia geométrico, 2º grau
Temperatura e calor				
Temperatura termodinâmica	T t, ϑ	K °C	Kelvin Graus Celsius	0 K = – 273 °C 0 °C = 273 K Diferença de temperatura 1 K = 1 °C
Quantidade de calor	Q	J	Joule	1 J = 1 Nm = 1 Ws 3600 kJ = 1 kWh
Poder calorífico específico	H	J/kg	Joule/quilograma	
Grandezas elétricas				
Intensidade de corrente Tensão Resistência	I U R	A V Ω	Ampère Volt Ohm	 1 Ω = 1 V/A
Resistência específica Condutância	O κ	Ωm S/m	Ohm-metro Siemens/metro	O = 1/k
Trabalho	W	Ws	Watt-segundo	1 Ws = 1 J, 1 kWh = 3,6 · 10^6 Ws
Potência	P	W	Watt	1 W = 1 Nm/s = 1 J/s = 1 VA

1.1 Grandezas e unidades

Símbolos Matemáticos

Símbolo	Significado
=	igual
≠	diferente
≙	corresponde
≈	aproximadamente
<	menor que
>	maior que
≤	menor ou igual
≥	maior ou igual
…	e daí por diante até, etc
+	mais
–	menos
±	mais ou menos
×, ·	multiplicação, vezes
/, :, —	dividido, traço de fração
Σ	Somatório
π	pi = 3,141…
~	proporcional
a^n	elevado a potência
$\sqrt{\ }$	raiz quadrada
$\sqrt[n]{\ }$	raiz enésima
$\overline{AB}$	Segmento AB

Símbolo	Significado
( ), [ ] {}	parêntesis, colchetes, chaves
∥	paralelo
↑↑	paralelo sentido igual
↓↓	paralelo sentido inverso
⊥	Perpendicular a
⦜	ângulo reto
∢	ângulo
△	triângulo
◎	círculo
≅	congruente com
Δx	delta x (diferença)
ln	logaritmo natural
log, lg	logaritmo decimal
%	por cento
‰	por mil
sin	seno
cos	cosseno
tan	tangente
cot	cotangente

Letras gregas

maiúscula/minúscula	Nome
A, α	alfa
B, β	beta
Γ, γ	gama
Δ, δ	delta
E, ε	épsilon
Z, ζ	zeta
H, η	eta
Θ, θ	teta
I, ι	iota
$K, \varkappa$	capa
Λ, λ	lambda
M, μ	mi
N, ν	ni
Ξ, ξ	xi
O, o	ômicron
Π, π	pi
P, O	rô
Σ, σ	sigma
T, τ	tau
Y, υ	ípsilon
Φ, φ	Fi
X, χ	Ji
Ψ, ψ	psi
Ω, ω	ômega

Sistemas numéricos

Tipo	Base	Caracteres utilizados
Números binários	2	0 1
Números decimais	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Números hexadecimais	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Representação e conversão dos sistemas numéricos

Sistema decimal

Número decimal z_{10} 350

Posição	$10^2 = 100$		$10^1 = 10$		$10^0 = 1$		
Valor	$3 \cdot 100$		$5 \cdot 10$		$0 \cdot 1$		
Valor total, decimal	300	+	50	+	0	=	350

Sistema binário

Número binário z_2 1101

Posição	$2^3 = 8$		$2^2 = 4$		$2^1 = 2$		$2^0 = 1$		
Valor	$1 \cdot 8 = 8$		$1 \cdot 4 = 4$		$0 \cdot 2 = 0$		$1 \cdot 1 = 1$		
Valor total, decimal	8	+	4	+	0	+	1	=	13

Sistema hexadecimal

Conversão para

número decimal:

B3E

Posição	$16^2 = 256$		$16^1 = 16$		$16^0 = 1$		
Valor	$11 \cdot 256$		$3 \cdot 16$		$14 \cdot 1$		
Valor total:	2816	+	48	+	14	=	2878

número binário:

B3E

Valor do caractere	11	3	14
Grupo de 4 bit	1011	0011	1110
Número binário:	1011 0011 1110		

1.2 Fundamentos da matemática

Tipos de cálculos

Tipo	Denominação	Tipo	Denominação
Adição $a + b = c$	a, b Parcelas c Soma, resultado	Potenciação $a^b = c$	a Base b Expoente c Potência
Subtração $a - b = c$	a Minuendo, b Subtraendo c Diferença, resto		
Multiplicação $a \cdot b = c$	a, b Fatores c Produto	Extração da raiz $\sqrt[b]{a} = c$	a Radicando b Índice, expoente da raiz c Raiz
Divisão $a : b = c$	a Dividendo, b Divisor c Quociente	Função logarítmica $\log_b a = c$	a Logaritmando, b Base c Logaritmo

Frações e operações com frações

Definição	Tipo de fração	Símbolos, características	Exemplo
Frações são partes de um inteiro	Frações positivas	> 0	3/4
	Frações negativas	< 0	–2/5
	Frações próprias	< 1, numerador < denominador	4/15
	Frações impróprias	> 1, numerador > denominador	7/3
	Frações com o mesmo nome	mesmo denominador	3/8, 5/8, 7/8
	Frações com nomes diferentes	denominadores diferentes	3/12, 4/5, 2/9
	Fração aparente	denominador = 1	6/1

Operação	Regra	Exemplo	
Expandir	Numerador e denominador são multiplicados por um mesmo número	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$	$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{xz}{yz}$
Simplificar	Numerador e denominador são divididos por um mesmo número	$\frac{24}{42} = \frac{12}{21}$	
Somar, subtrair	As frações precisam ter denominador comum	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$	
Multiplicar	Multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$	
Dividir	Multiplicar a primeira fração pelo valor inverso da segunda fração	$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$	

Regra do sinal

Regra	Exemplo	Regra	Exemplo
Dois fatores com o mesmo sinal produzem um resultado positivo	$3 \cdot 6 = 18$ $(-x)\,(-y) = xy$	Dividendo e divisor com o mesmo sinal produzem um quociente positivo	$10/2 = 5$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Dois fatores com sinais diferentes produzem um resultado negativo	$(-4) \cdot 7 = -28$ $x \cdot (-y) = -xy$	Dividendo e divisor com sinais diferentes produzem um quociente negativo.	$16/-4 = -4$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$
Multiplicações e divisões são realizadas na ordem em que aparecem, sempre antes de adições e subtrações			

Resolução de parêntesis

Regra	Exemplo
Resolver um parêntesis com um **mais** antes do parêntesis: – O parêntesis pode ser dispensado.	$x + (y - z) = x + y - z$
Resolver um parêntesis com um **menos** antes do parêntesis: – O parêntesis pode ser dispensado, e os sinais dentro do parêntesis são trocados.	$5 - (10 - 4) = 5 - 10 + 4 = -1$
Fator antes de uma expressão entre parêntesis: – Cada membro do parêntesis é multiplicado pelo fator.	$4\,(x - y + z) = 4x - 4y + 4z$

1.2 Fundamentos da matemática

Resolução de parêntesis (continuação)

Regra	Exemplo
Multiplicação de expressões entre parêntesis: – Cada membro de um parêntesis é multiplicado por cada membro do outro parêntesis.	$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$
Expressões entre parênteses por **divisor**: – Cada membro do parêntesis é dividido pelo divisor; um traço de fração substitui o parêntesis.	$\frac{18\,a - 12\,b}{3} = \frac{18\,a}{3} - \frac{12\,b}{3} = 6\,a - 4\,b$
Resolução de parêntesis, colchetes e chaves: – Resolver a expressão de dentro para fora; resolver parêntesis, depois colchetes e por fim chaves.	$6\,x - [\,x + y\,(y - a) + y^2]$ $= 6\,x - [x + y^2 - ay + y^2]$ $= 6\,x - x - 2\,y^2 + ay = 5\,x - 2\,y^2 + ay$
Fator comum: – Um fator comum a mais parcelas é colocado antes dos parêntesis – em evidência.	$bx - 2\,ax + 3\,x + cx$ $= x\,(b - 2\,a + 3 + c)$

Potências

Regra	Exemplo
Potências com expoente zero possuem valor 1	$10^0 = 1, \quad (x + y)^0 = 1$
Multiplicação de potências de mesma base: – Os expoentes são somados.	$a^2 \cdot a^3 = a^5; \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Divisão de potências de mesma base: – Os expoentes são subtraídos.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potência com expoente negativo é igual ao valor recíproco da mesma potência.	$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

Raízes

Regra	Exemplo
Raízes podem ser escritas na forma de potências.	$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \ \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}},$
Radicando como produto: A raiz pode ser extraída ou do produto ou de cada um dos fatores.	$\sqrt{5 \cdot 5} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a}\,\sqrt{b}$
Radicando como soma ou subtração: (A raiz só pode ser extraída do resultado da operação).	$\sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6, \ \sqrt{x - y} = \sqrt{(x - y)}$

Equações binomiais

$(a + b)^2 = (a + b)\,(a + b) = a^2 + 2\,ab + b^2$

$(a - b)^2 = (a - b)\,(a - b) = a^2 - 2\,ab + b^2$

$(a + b)\,(a - b) = a^2 + b^2$

Potências mais elevadas

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3\,a^2b + 3\,ab^2 \pm b^3$

$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 \pm 4\,ab^3 + b^4$

Casos especiais

$a^3 + b^3 = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a - b)\,(a^2 + ab + b^2)$

$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)\,(a^2 - b^2)$

Logaritmos

$\log_a b = c$, se $a^c = b$ para $a > 0$ e $b > 0$

Logaritmo decimal	$\lg a = \log_{10} a$
Logaritmo natural	$\ln a = \log_e a$ $e = 2{,}711828\ldots$
Casos especiais	$\lg 1 = 0, \quad \ln 1 = 0$ $\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1$ $\lg 10 = 1, \quad \ln e = 1$
Regras	$\log(ab) = \log a + \log b$ $\log a/b = \log a - \log b$ $\log(b^n) = n \log b$ $\log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log b$
Conversões	$\ln a = \ln 10 \cdot \lg a$ $\lg a = \lg e \cdot \ln a$ $\lg e = M = 0{,}4343\ldots$ $\ln 10 = \frac{1}{M} = 2{,}3026\ldots$

1.3 Equações

Tipos de equações

Definição	Explicação	Exemplo
Equação	União de dois termos equivalentes por intermédio de um sinal de igualdade	$3\ m + 4\ m = 7\ m$
Equação numérica	Tem apenas números	$20 - 5 = 3 \cdot 5$
Equação de unidades	Tem apenas unidades	$N = kg \cdot m/s^2$
Equação relacional (proporção)	Os quocientes são iguais entre si.	$l_1 : l_2 = 3\ m : 5\ m$
Equação de grandezas	Inclui grandezas	$(200\ g + 100\ g)/3 = 100\ g$
Equação de resolução	Inclui incógnitas (variáveis)	$5\ a \cdot b = c$
Desigualdade	Termos desiguais são unidos por < ou >	$2 \cdot 5 + 4 > 10$, $b < 1$
Equação: 1º grau 2º grau	 linear quadrada	 $a + 10 = c$ $x^2 - ax = y;\ y = ax^2 + bx + c$
Fórmulas	Expressam leis ou princípios da tecnologia e das ciências naturais	$s = v \cdot t$

Transformar equações

Regra	Exemplo
Valor procurado isolado no lado esquerdo: Por intermédio de adição ou subtração do mesmo valor nos dois lados	$a - 4 = 8$ $a - 4 + 4 = 8 + 4$ $a = 12$ $x + y = z$ $x + y - y = z - y$ $x = z - y$
Valor procurado isolado no lado esquerdo: Por intermédio da multiplicação ou divisão do mesmo valor nos dois lados	$4 \cdot a = 12$ $\frac{4 \cdot a}{4} = \frac{12}{4} = 3$ $\frac{a}{3} = 5\ b$ $\frac{a \cdot 3}{3} = 5\ b \cdot 3 = 15\ b$
Valor procurado isolado no lado esquerdo: Por intermédio da potenciação ou extração da raiz nos dois lados	$\sqrt{a} = 5$ $\left(\sqrt{a}\right)^2 = 5^2$ $a = 25$ $c^2 = a + b$ $\sqrt{c^2} = \sqrt{a + b}$ $c^2 = \pm\sqrt{a + b}$

Equações relacionais, proporções

Duas proporções com valores iguais podem ser igualadas e escritas como equação.

Membros externos, extremos

$a : b = 3 : 4$ ou $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

Membros internos, meios — equação fracionária

Uma equação relacional pode ser escrita como uma equação de produtos.
$a : b = 3 : 4$
$3\ b = 4\ a$
Produto dos meios= produto dos extremos

Equações do 1º grau com duas incógnitas

Para a determinação de duas incógnitas são necessárias duas equações diferentes. Com elas se constrói uma terceira equação com apenas uma incógnita e resolve-se esta. Pelo método de substituição, igualação ou adição é determinada a segunda incógnita.

Equações do 2º grau (equações quadráticas)

genuinamente quadrada: $x^2 = 16;\ x = \sqrt{16} = 4$

quadrada mista: $ax^2 + bx + c = 0$

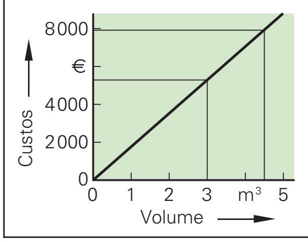
fórmula da solução: $x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$

1.4 Regra de três e cálculo de misturas

Proporções na regra de três

Proposição	direta	indireta
1º proposição afirmativa	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow y$
2º proposição unitária	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	$1 \Rightarrow y \cdot x$
3º proposição conclusiva	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$

Regra de três com proporção linear (direta)

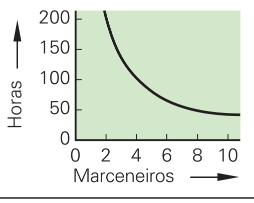


Exemplo: 4,50 m³ de madeira de carvalho custam 7875,00 €
Quanto custam 3,00 m³?

1. 4,50 m³ de madeira de carvalho custam 7 875 €
2. 1,00 m³ de madeira de carvalho custa $\frac{7875{,}00\ €}{4{,}50}$
3. 3,00 m³ de madeira de carvalho custam $\frac{7\,875{,}00\ € \cdot 3{,}00}{4{,}50}$

= 5 250,00 €

Regra de três com proporção inversa (indireta)



Exemplo: 5 marceneiros precisam de 80 horas para um trabalho de montagem. Quanto tempo levará a montagem, se houver 8 marceneiros disponíveis?

1. 5 marceneiros precisam de 80 h
2. 1 marceneiro precisa de $5 \cdot 80$ h
3. 8 marceneiros precisam de $\frac{5 \cdot 80\ \text{h}}{8}$ **= 50 h**

Regra de três composta (dupla)

São comparadas 3 grandezas. A grandeza procurada é calculada em etapas. Em cada etapa apenas uma grandeza é alterada.

Exemplo: 6 instaladores de parquete com um turno diário de 8 h assentam 210 m² de parquete. Quantos m² de parquete assentariam 5 instaladores num turno de 9 horas/dia?

1. Regra: de três
   - 6 instaladores em 8 h assentam 210 m²
   - 1 instalador em 8 h assenta $\frac{210\ \text{m}^2}{6}$
   - 5 instaladores em 8 assentam $\frac{210\ \text{m}^2 \cdot 5}{6}$
2. Regra: de três
   - 5 instaladores em 1 h assentam $\frac{210\ \text{m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$
   - 5 instaladores em 9 h assentam $\frac{210\ \text{m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8}$ **= 196,875 m²**

Cálculo de misturas

Regra	em porção de massa	em porção de espaço	em percentual
Proporção de mistura = A : B : C : … Quantidade total = A + B + C + … Quantidade básica GM (porção 1) $= \frac{\text{Quantidade total}}{\text{Porções}}$	**Exemplo:** 5 kg de cola em pó diluídos na proporção de 15 : 3 Diluente $= \frac{5\text{kg} \cdot 3}{15} = 1\text{kg}$ $\text{GM} = \frac{(5+1)\text{kg}}{15+3}$ $= 0{,}33$ kg	**Exemplo:** 2 *l* de mistura dos materiais A e B na proporção de 2 : 3 $\text{GM} = \frac{2\ l}{2+3} = 0{,}4\ l$ $A = 2 \cdot 0{,}4\ l = 0{,}8\ l$ $B = 3 \cdot 0{,}4\ l = 1{,}2\ l$	**Exemplo:** solução de ácido em 2*l* de água a 10% Acido: água = 10:100 $\text{Ácido} = \frac{2\ l \cdot 10}{90} = 0{,}222\ l$ = 222 g

1.5 Cálculo de percentagem e cálculo de juros

Cálculo de percentagem

Cálculo com valor de base integral

- Por cento % ≙ 1/100
- Valor de base *G*
- Valor da porcentagem *PW*
- Taxa percentual *p* (%)

$$G = \frac{PW \cdot 100\%}{p}$$

$$PW = \frac{G \cdot p}{100\%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100\%}{G}$$

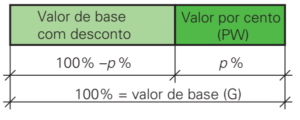
Exemplo: o carvalho tem uma perda tangencial por contração de 8,9%. Em quantos mm contrai uma prancha lateral com largura b = 320 mm?

Solução:

$$PW = \frac{320\text{ mm} \cdot 8{,}9\ \%}{100\%} = 28{,}48\text{ mm}$$

Cálculo com valor de base decrescido

- Valor de base decrescido G_{min}



$$G_{min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{min} \cdot 100\%}{100\% - p}$$

Exemplo: Devido ao trabalho incompleto, um cliente está pagando apenas 10% do preço bruto e envia uma ordem de pagamento de 16500,00€. Qual era o preço bruto?

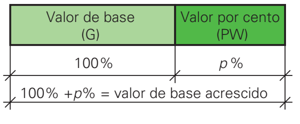
Solução:

$$G = \frac{16\,500{,}00\ € \cdot 100\%}{100\% \quad 10\%}$$

$$= 18\,333{,}33\ €$$

Cálculo com valor de base acrescido

- Valor de base acrescido G_{mehr}



$$G_{mehr} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{mehr} \cdot 100\%}{100\% + p}$$

Exemplo: Um trabalhador recebe 13,40 € após um aumento de 3,5% no valor do salário-hora. Calcule o salário-hora anterior?

Solução:

$$G = \frac{13{,}40\ € \cdot 100\%}{100\% + 3{,}5\%} = 12{,}95\ €$$

Cálculo de juros

• Capital *K*	(€)
• Juros *Z*	(€)
• Taxa de juros	*p* (%/anos)
• Prazo	*t* (anos)
• 1 ano de juros	360 dias
• 1 mês de juros	30 dias

Com a taxa de juros são calculados os juro para um ano.

$$K = \frac{Z \cdot 100\%}{p \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100\%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100\%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100\%}{K \cdot p}$$

Exemplo: Uma empresa recebe um crédito de 40000,00 € a uma taxa de juros de 8,5%.

a) Calcule os juros para 2 anos.

b) Qual teria sido a taxa de juros se no mesmo prazo os juros tivessem sido de 7400,00 €?

Solução:

$$Z = \frac{40\,000{,}00\ € \cdot 8{,}5\% \cdot 2}{100\%}$$

$$= 6\,800{,}00\ €$$

$$p = \frac{7\,400{,}00\ € \cdot 100\%}{40\,000{,}00\ € \cdot 2} = 9{,}25\%$$

Cálculo de juros compostos

Os juros devidos são adicionados ao capital para efeito do cálculo dos juros em períodos subsequentes.

- Número de anos *n*

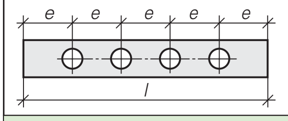
Capital após *n* anos:

$$K_n = K\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

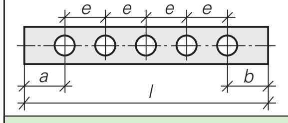
1.6 Comprimentos

Divisão de comprimentos

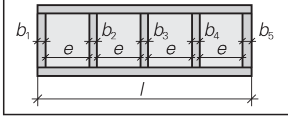
Dividir o comprimento total em partes iguais com afastamentos iguais das bordas

	$e = \frac{l}{n+1}$ $z = n + 1$	l Comprimento total, distância dividida e Comprimento das partes n Número de elementos a marcar, por exemplo, furos z Número de partes

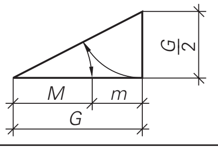
Dividir o comprimento total em partes iguais com afastamento diferente das bordas

	$e = \frac{l-(a+b)}{n-1}$	a, b Distâncias das bordas

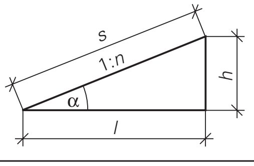
Dividir o comprimento total em partes iguais com intervalos

	$e = \frac{l - (b_1 s + b_2 + \dots + b_m)}{n-1}$	b_1, b_2 Intervalos

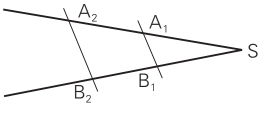
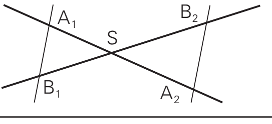
Divisão áurea

	$M = \frac{G}{2}(\sqrt{5}-1)$ $= G \cdot 0{,}618$ $m = M \cdot 0{,}618$ $m = G \cdot 0{,}382$	G Distância total M Segmento maior m Segmento menor ► p. 158

Aclive

	$m = \frac{h}{l} = \tan\alpha$ $m\% = \frac{h \cdot 100\%}{l}$ $n = \frac{1}{m} = \frac{l}{h}$	m Relação de inclinação h Altura l Comprimento α Ângulo de inclinação $m\%$ Inclinação em percentagem n Coeficiente de inclinação

Teorema das retas concorrentes

	$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$ $\frac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1A_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{B_1B_2}}$	Se duas retas concorrentes forem cortadas por duas retas paralelas, que não passem pelo vértice, os segmentos de uma reta concorrente serão proporcionais aos respectivos segmentos da outra reta concorrente.
	$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$ $\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$	Se duas retas concorrentes forem cortadas por duas retas paralelas, que não passem pelo vértice, os segmentos das retas paralelas serão proporcionais aos respectivos segmentos das retas concorrentes medidos a partir do vértice.

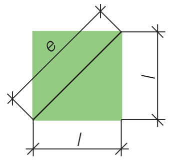
Escalas (DIN ISO 5455)

Tamanho natural Aumento Redução	M 1:1 M 2:1, 5:1, 10:1, 20:1, 50:1, M 1:2, 1:5, 1:10, 1:20, 1:50, 1:100, 1:200, 1:500 etc.	$n = \frac{l_w}{l_z}$	n Coeficiente de proporção l_w Comprimento real l_z Comprimento no desenho

1.7 Áreas

<table>
<tr><td>

Quadrado



</td><td>

$A = l^2$

$U = 4 \cdot l$

$e = \sqrt{2} \cdot l$

</td><td>

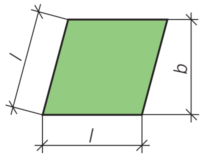
A Área
U Perímetro
l Comprimento do lado
e Diagonal

Exemplo:

$l = 75$ cm
$A = l^2 = (75\ \text{cm})^2 = 5625$ cm
$e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2}\ .\ 75$ cm $= 106{,}07$ cm

</td></tr>
<tr><td>

Losango (rombo)



</td><td>

$A = l \cdot b$

$U = 4 \cdot l$

</td><td>

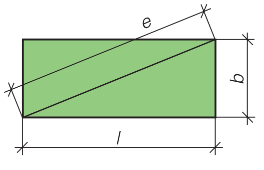
A Área
U Perímetro
l Comprimento do lado
b Largura

Exemplo:

$l = 4{,}5$ m; $b = 3{,}0$ m
$A = l \cdot b = 4{,}5\ \text{m} \cdot 3{,}0\ \text{m} = 13{,}5\ \text{m}^2$

</td></tr>
<tr><td>

Retângulo



</td><td>

$A = l \cdot b$

$U = 2 \cdot (l + b)$

$e = \sqrt{l^2 + b^2}$

</td><td>

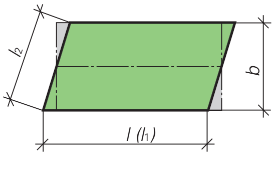
A Área l Comprimento
U Perímetro b Largura
e Diagonal

Exemplo:

$l = 120$ mm; $b = 80$ mm
$A = l \cdot b = 120\ \text{mm} \cdot 80\ \text{mm} = 9600\ \text{m}^2$
$e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(120\text{mm})^2 + 80\text{mm}^2}$
$= 144{,}2$ mm

</td></tr>
<tr><td>

Paralelogramo (romboide)



</td><td>

$A = l \cdot b$

$U = 2 \cdot (l_1 + l_2)$

</td><td>

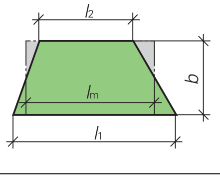
A Área
U Perímetro
$l\ (l_1)$ Comprimento
l_2 Comprimento do lado
b Largura

Exemplo:

$l = 80$ cm; $b = 65$ cm
$A = l \cdot b = 80\ \text{cm} \cdot 65\ \text{cm} = 5200\ \text{cm}^2$

</td></tr>
<tr><td>

Trapézio



</td><td>

$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$

$U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$

$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$

</td><td>

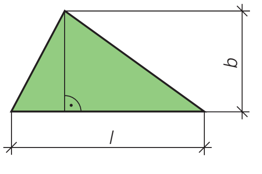
A Área l_1 Comprimento maior
U Perímetro l_2 Comprimento médio
b Largura l_3 Comprimento menor
l_3, l_4 Comprimento dos lados

Exemplo:

$l_1 = 2{,}6$ m; $l_2 = 2{,}0$ m; $b = 1{,}8$ m
$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{2{,}6\ \text{m} + 2{,}0\ \text{m}}{2} \cdot 1{,}8\ \text{m}$
$= 4{,}14\ \text{m}^2$

</td></tr>
<tr><td>

Triângulo



</td><td>

$A = \frac{l \cdot b}{2}$

$U = l_1 + l_2 + l_3$

</td><td>

A Área l Comprimento
U Perímetro b Largura (altura)
l_1, l_2, l_3 Comprimentos dos lados

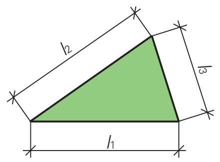
Exemplo:

$l = 72$ mm; $b = 31$ mm
$A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{72\ \text{mm} \cdot 31\ \text{mm}}{2} = 1116\ \text{mm}^2$

</td></tr>
</table>

1.7 Áreas

Triângulo



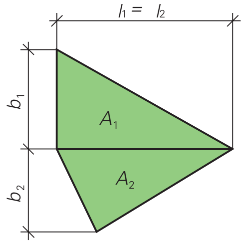
Fórmula do triângulo de Heron

$$s = \frac{1}{2}(l_1 + l_2 + l_2)$$

$$A = \sqrt{s \cdot (s - l_1) \cdot (s - l_2) \cdot (s - l_3)}$$

A Área
s Meio perímetro
l_1, l_2, l_3 Comprimentos dos lados

Polígono irregular



$A = \sum$ de todas as áreas parciais

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_m$$

A Área total
$A_1, A_2 \ldots$ Áreas parciais
$l_1, l_2 \ldots$ Comprimentos
$b_1, b_2 \ldots$ Larguras

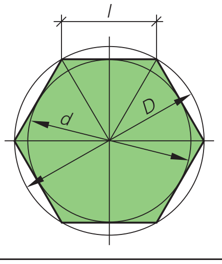
Exemplo: $l_1 = l_2 = 110$ cm
$b_1 = 50$ cm, $b_2 = 45$ cm

$$A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = 2750 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = 2475 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = 5225 \text{ cm}^2$$

Polígono regular



$$A = n \cdot \frac{l \cdot d}{4}$$

$$l = D \cdot \text{sen}\left(\frac{180°}{n}\right)$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

A Área n número de vértices
l Comprimentos dos lados
d Diâmetro do círculo inscrito
D Diâmetro do círculo circunscrito

Exemplo: Octógono com $D = 60$ cm

$$l = 60 \text{ cm} \cdot \text{sen}\left(\frac{180°}{8}\right) = 22{,}96 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{(60 \text{ cm})^2 - (22{,}96 \text{ cm})^2} = 55{,}43 \text{ cm}$$

$$A = 8 \cdot \frac{22{,}96 \text{ cm} \cdot 55{,}43 \text{ cm}}{4} = 2545{,}3 \text{ cm}^2$$

Cálculo de polígonos regulares

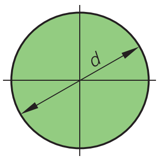
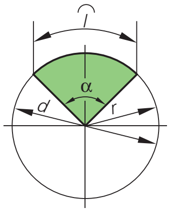
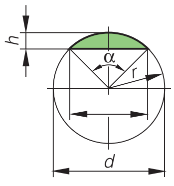
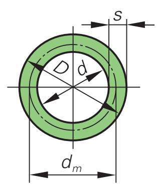
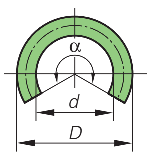
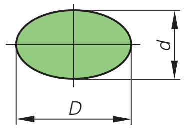
Número de lados	Área A de l	Área A de d	Área A de D	Comprimento dos lados l de d	Comprimento dos lados l de D	Diâmetro do círculo inscrito d de l	Diâmetro do círculo inscrito d de D	Diâmetro do círculo circunscrito D de l	Diâmetro do círculo circunscrito D de d
	l^2 vezes	d^2 vezes	D^2 vezes	d vezes	D vezes	l vezes	D vezes	l vezes	d vezes
3	0,433	1,299	0,325	1,732	0,867	0,578	0,500	1,154	2,000
4	1,000	1,000	0,500	1,000	0,707	1,000	0,707	1,414	1,414
5	1,721	0,908	0,595	0,727	0,588	1,376	0,809	1,702	1,236
6	2,598	0,866	0,649	0,577	0,500	1,732	0,866	2,000	1,155
8	4,828	0,829	0,707	0,414	0,383	2,414	0,924	2,614	1,082
10	7,694	0,812	0,735	0,325	0,309	3,078	0,951	3,236	1,052
12	11,196	0,804	0,750	0,268	0,259	3,732	0,966	3,864	1,035

Exemplo: octógono com $D = 60$ cm

$A = D^2 \cdot 0{,}707 = (60 \text{ cm})^2 \cdot 0{,}707 = 2545{,}2 \text{ cm}^2$, $d = D \cdot 0{,}924 = 60 \text{ cm} \cdot 0{,}924 = 55{,}44$ cm

$l = D \cdot 0{,}383 = 60 \text{ cm} \cdot 0{,}383 = 22{,}98$ cm

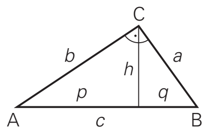
1.7 Áreas

Círculo  	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 2 \cdot r$ $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$	A Área U Perímetro d Diâmetro r Raio **Exemplo:** $d = 80$ mm $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (80\ \text{mm})^2}{4} = 5026{,}5\ \text{mm}^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 80\ \text{mm} = 251{,}3\ \text{mm}$
Setor circular  	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2}$ $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360°}$	A Área r Raio d Diâmetro $\hat{l}$ Comprimento do arco α Ângulo central **Exemplo:** $d = 52$ mm, $\alpha = 80°$ $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360°} = \frac{\pi \cdot 52\ \text{mm} \cdot 80°}{360°}$ $= 36{,}3$ mm $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2} = \frac{36{,}3\ \text{mm} \cdot 26\ \text{mm}}{2}$ $= 471{,}9\ \text{mm}^2$
Segmento circular  	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{l \cdot (r-h)}{2}$ **Fórmula de aproximação:** $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h$ $l = 2 \cdot r \cdot \text{sen}\ \frac{\alpha}{2}$ $= 2 \cdot \sqrt{h\,(2 \cdot r - h)}$	A Área r Raio d Diâmetro l Comprimento da corda α Ângulo central h Altura **Exemplo:** $l = 52$ mm, $h = 15{,}1$ mm $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 52\ \text{mm} \cdot 15{,}1\ \text{mm}$ $= 523{,}5\ \text{mm}^2$
Anel circular  	$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $A = \pi \cdot d_m \cdot s$	A Área s Largura D Diâmetro maior d Diâmetro menor d_m Diâmetro médio **Exemplo:** $D = 75$ cm, $d = 20$ cm $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot ((75\ \text{cm})^2 - (20\ \text{cm})^2)$ $= 4\,103{,}7\ \text{cm}^2$
Segmento de anel circular  	$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°} \cdot (D^2 - d^2)$	A Área D Diâmetro maior d Diâmetro menor α Ângulo central
Elipse  	$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$ $U \approx \frac{\pi}{2}\ (D + d)$	A Área U Perímetro D Diâmetro maior d Diâmetro menor **Exemplo:** $D = 65$ cm, $d = 40$ cm $A = \frac{\alpha \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\alpha \cdot 65\ \text{cm} \cdot 40\ \text{cm}}{4}$ $= 2042\ \text{cm}^2$

1.8 Cálculo de triângulos e funções trigonométricas

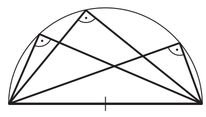
Triângulo retângulo

Designações



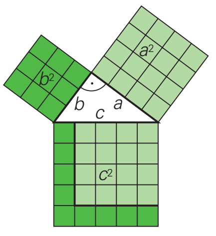
c	Hipotenusa
a, b	Catetos
h	Altura
p, q	Projeções dos catetos sobre a hipotenusa
A, B, C	Vértices

Teorema de Tales



Tendo como linha de base o diâmetro de um círculo, todos os triângulos cujo vértice esteja sobre o arco do círculo é um triângulo retângulo.

Teorema de Pitágoras



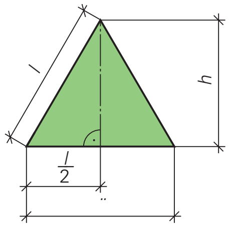
No triângulo retângulo, a soma das áreas dos dois quadrados sobre os catetos é igual à área do quadrado sobre a hipotenusa.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Tríade pitagórica

(relação entre os lados em números inteiros para triângulos retângulos)

a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	24	25
8	15	17



Em triângulos equiláteros resulta, segundo o teorema de Pitágoras:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

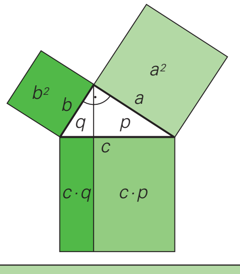
$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

Exemplo: Triângulo equilátero, l = 35 cm

$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 35 \text{ cm}$
$= 30{,}3 \text{ cm}$

$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (35 \text{ cm})^2$
$= 530{,}4 \text{ cm}^2$

Teorema de Euclides (teorema dos catetos)



A área do quadrado sobre um cateto é igual á área de um retângulo formado pela hipotenusa e a projeção do cateto sobre a hipotenusa.

$$a^2 = c \cdot p$$

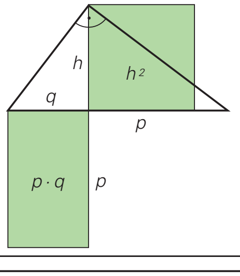
$$b^2 = c \cdot q$$

Exemplo:

Um quadrado com lado a = 5 cm deve ser transformado num retângulo com l = 7 cm.

$b \triangleq p = \frac{a^2}{c} = \frac{(5 \text{ cm})^2}{7 \text{ cm}}$
$= 3{,}57 \text{ cm}$

Teorema da altura (Euclides)



A área do quadrado sobre a altura h é igual à área do retângulo formado pelas projeções dos catetos sobre a hipotenusa p e q.

$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q}$$

Exemplo:

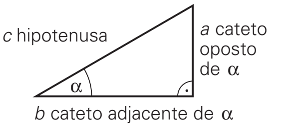
Triângulo retângulo com p = 80 mm e q = 30 mm

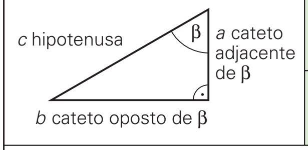
$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{80 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}}$
$h = 49 \text{ mm}$

1.8 Cálculo de triângulos e funções trigonométricas

Funções trigonométricas no triângulo retângulo

Designações

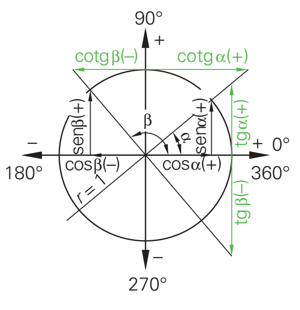


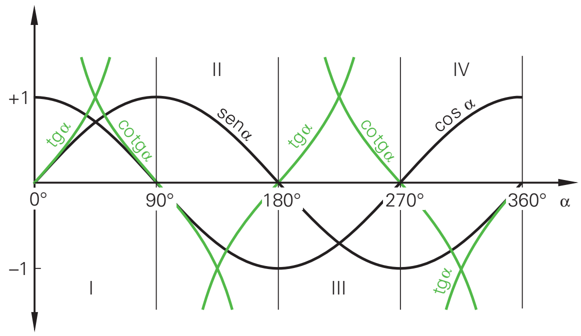


Funções trigonométricas		
Seno $= \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$	**sen** $\alpha = \dfrac{a}{c}$	**sen** $\beta = \dfrac{b}{c}$
Cosseno $= \dfrac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$	**cos** $\alpha = \dfrac{b}{c}$	**cos** $\beta = \dfrac{a}{c}$
Tangente $= \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$	**tg** $\alpha = \dfrac{a}{b}$	**tg** $\beta = \dfrac{b}{a}$
Cotangente $= \dfrac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}}$	**cotg** $\alpha = \dfrac{b}{a}$	**cotg** $\beta = \dfrac{a}{b}$

Os valores para as funções trigonométricas podem ser consultados na tabela da página 21. Por interpolação podem ser calculados valores intermediários.

Funções trigonométricas no círculo padrão





Determinação do valor da função para ângulos acima de 90° conforme o seguinte exemplo:
sen 140° = sen (180° – 140°) = sen 40°

Valores da função para ângulos importantes

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sen	0	1/2	$1/2\sqrt{2}$	$1/2\sqrt{3}$	1	0	–1	0
cos	1	$1/2\sqrt{3}$	$1/2\sqrt{2}$	1/2	0	–1	0	1
tg	0	$1/3\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
cotg	∞	$\sqrt{3}$	1	$1/3\sqrt{3}$	0	∞	0	∞

Relação entre as funções para o mesmo ângulo

$\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$\text{tg}\,\alpha \cdot \text{cotg}\,\alpha = 1$	$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$	$\text{cotg}\,\alpha = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$

1.8 Cálculo de triângulos e funções trigonométricas

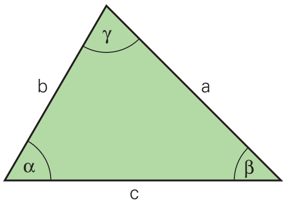
Funções trigonométricas

Grau	0° ... 45°		⇑
	sen	tg	
0	0,0000	0,0000	90
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	0,1219	0,1228	83
8	01392	0,1405	82
9	0,1564	0,1584	81
10	0,1736	0,1763	80
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78
13	0,2250	0,2309	77
14	0,2419	0,2493	76
15	0,2588	0,2679	75
16	0,2756	0,2867	74
17	0,2924	0,3057	73
18	0,3090	0,3249	72
19	0,3256	0,3443	71
20	0,3420	0,3640	70
21	0,3584	0,3839	69
22	0,3746	0,4040	68
23	0,3907	0,4245	67
24	0,4067	0,4452	66
25	0,4226	0,4663	65
26	0,4384	0,4877	64
27	0,4540	0,5095	63
28	0,4695	0,5317	62
29	0,4848	0,5543	61
30	0,5000	0,5774	60
31	0,5150	0,6009	59
32	0,5299	0,6249	58
33	0,5446	0,6494	57
34	0,5592	0,6745	56
35	0,5736	0,7002	55
36	0,5878	0,7265	54
37	0,6018	0,7536	53
38	0,6157	0,7813	52
39	0,6293	0,8098	51
40	0,6428	0,8391	50
41	0,6561	0,8693	49
42	0,6691	0,9004	48
43	0,6820	0,9325	47
44	0,6947	0,9657	46
45	0,7071	1,0000	45
⇓	cos	cotg	
	45° ... 90°		Grau

Grau	45° ... 90°		⇑
	sen	tg	
45	0,7071	1,0000	45
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	0,7660	1,1918	40
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35
56	0,8290	1,4826	34
57	0,8387	1,5399	33
58	0,8480	1,6003	32
59	0,8572	1,6643	31
60	0,8660	1,7321	30
61	0,8746	1,8041	29
62	0,8829	1,8807	28
63	0,8910	1,9626	27
64	0,8988	2,0503	26
65	0,9063	2,1445	25
66	0,9135	2,2460	24
67	0,9205	2,3559	23
68	0,9272	2,4751	22
69	0,9336	2,6051	21
70	0,9397	2,7475	20
71	0,9455	2,9042	19
72	0,9511	3,0777	18
73	0,9563	3,2709	17
74	0,9613	3,4874	16
75	0,9659	3,7321	15
76	0,9703	4,0108	14
77	0,9744	4,3315	13
78	0,9781	4,7046	12
79	0,9816	5,1446	11
80	0,9848	5,6713	10
81	0,9877	6,3138	9
82	0,9903	7,1154	8
83	0,9925	8,1444	7
84	0,9945	9,5144	6
85	0,9962	11,4301	5
86	0,9976	14,3007	4
87	0,9986	19,0811	3
88	0,9994	28,6363	2
89	0,99985	57,2900	1
90	1,0000	?	0
⇓	cos	cotg	
	0° ... 45°		Grau

1.8 Cálculo de triângulos e funções trigonométricas

Triângulo escaleno



Fórmula da área:

$$A = \frac{1}{2}\, a \cdot b \cdot \text{sen}\ \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 \cdot \text{sen}\,\gamma \cdot \text{sen}\,\beta}{\text{sen}\ \alpha}$$

Soma dos ângulos:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180° = \pi$$

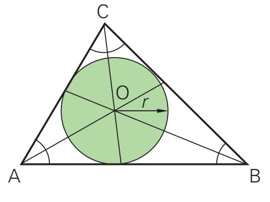
a, b, c	Lados
α, β, γ	ângulos (opostos aos lados a, b, c)
A	Área
R	Raio do círculo circunscrito
r	Raio do círculo inscrito
h_a, h_b, h_c	Altura dos lados corespondentes

Funções trigonométricas : sen

Lei dos senos	Lei dos cossenos
$a : b : c = \text{sen}\,\alpha : \text{sen}\,\beta : \text{sen}\,\gamma$ $\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\gamma}$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cdot \cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac \cdot \cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab \cdot \cos\gamma$
$\frac{a}{b} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\beta}$; $\frac{b}{c} = \frac{\text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\gamma}$; $\frac{a}{c} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\gamma}$	Usando a lei dos senos e dos cossenos é possível calcular ângulos, lados e área de triângulos escalenos.

Bissetrizes e círculo inscrito

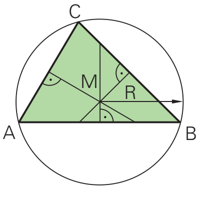
As bissetrizes de um triângulo se cruzam no centro O do círculo inscrito.



$$r = \frac{2 \cdot A}{a + b + c} = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot R\,(a + b + c)}$$

Mediatrizes e círculo circunscrito

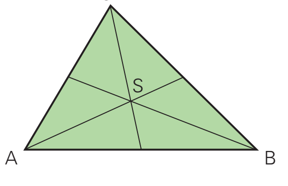
As mediatrizes de um triângulo se cruzam no centro M do círculo circunscrito.



$$R = \frac{a}{2 \cdot \text{sen}\ \alpha} = \frac{b}{2 \cdot \text{sen}\ \beta} = \frac{c}{2 \cdot \text{sen}\ \beta}$$

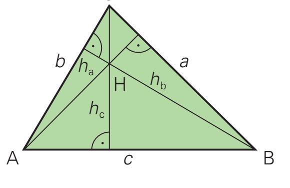
Medianas

As medianas se cruzam no centro de gravidade geométrico S. O centro de gravidade divide as medianas na proporção 2 : 1.

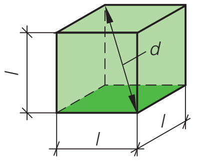
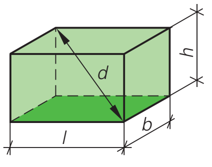
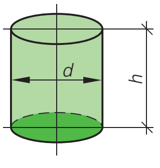
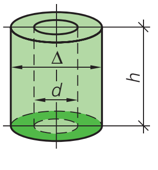
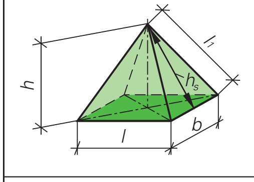
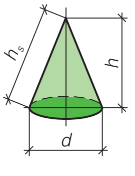


Alturas

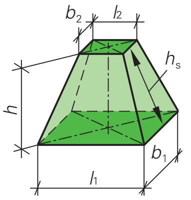
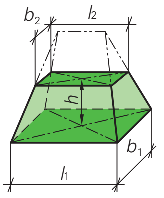
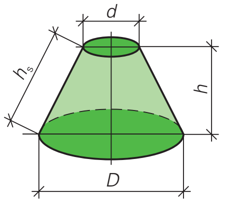
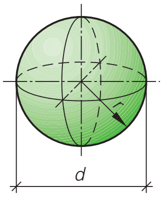
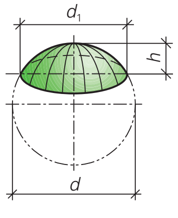
As alturas se cruzam no ortocentro H do triângulo. A altura de um triângulo é o segmento da perpendicular baixada de um vértice sobre o lado oposto ou sobre o prolongamento deste.



1.9 Sólidos

Cubo 	$V = l^3$ $A_0 = 6 \cdot l^2$ $d = l \cdot \sqrt{3}$	V Volume A_0 Área da superfície l Comprimento dos lados d Diagonal espacial
Paralelepípedo 	$V = l \cdot b \cdot h$ $A_0 = 2\,(l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$ $d = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$	V Volume A_0 Área da superfície l Comprimento b Largura h Altura d Diagonal espacial
Cilindro 	$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$ $A_0 = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $A_M = \pi \cdot d \cdot h$	V Volume A_0 Área da superfície A_M Área lateral d Diâmetro h Altura
Cilindro oco 	$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $A_0 = \pi\,(D + d)\left[\frac{1}{2}(D - d) + h\right]$	V Volume A_0 Área da superfície D, d Diâmetros h Altura
Pirâmide 	$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$ $h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$ $l_s = \sqrt{h_s + \frac{b^2}{4}}$	V Volume l, b Comprimentos dos lados h Altura h_s Altura dos lados l_1 Comprimento das arestas
Cone 	$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$ $A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot h_s}{2}$ $h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$	V Volume A_M Área lateral d Diâmetro h Altura h_s Altura lateral

1.9 Sólidos

Tronco de pirâmide 	$V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$ $V = \frac{h}{2} \cdot (A_1 + A_2)$ $h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$	V Volume A_1 Área da base A_2 Área do topo h Altura h_s Altura lateral l_1, l_1 Comprimentos dos lados
Prismatoide, cunha 	$V = \frac{h}{6}[l_1 b_1 + l_2 b_2 + (l_1 + l_2) \cdot (b_1 + b_2)]$ **cunha:** $V = \frac{h \cdot b_1}{6}(2 \cdot l_1 + l_2)$	V Volume l_1, b_1 Comprimentos da superfície da base l_2, b_2 Comprimentos da superfície do topo h Altura
Tronco de cone 	$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$ $A_m = \frac{\pi \cdot h_s}{2} \cdot (D + d)$ $h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D - d}{2}\right)^2}$	V Volume A_M Área lateral D, d Diâmetros h Altura h_s Altura lateral
Esfera 	$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$ $A_0 = \pi \cdot d^2$	V Volume A_0 Área da superfície d Diâmetro
Segmento de esfera 	$V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$ $A_0 = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$ $A_M = \pi \cdot d \cdot h$	V Volume A_M Área da calota A_0 Área da superfície d Diâmetro d_1 Diâmetro menor h Altura

1.10 Funções e representações gráficas

Descrição matemática	Gráfico (diagrama)

Definição

Funções são relações inequívocas que, a cada elemento do conjunto D (domínio, conjunto de partida), associam um elemento do conjunto W (contradomínio, conjunto imagem, conjunto de valores).

Grafia e designação

$\boldsymbol{f: x \longrightarrow f(x), \quad x \in D, \quad f(x) \in W}$

Variável x : Argumento

$\longrightarrow$: Símbolo para associação

$f(x)$: Valor da função na posição x, imagem de x

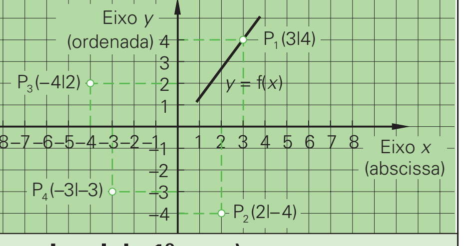
$W = \{f(x) \mid x \in D\}$

A equação $y = f(x)$ do diagrama é chamada de equação da função.

A representação dos conjuntos de pares ordenados

$$\{(x, y) \mid x \in G \wedge y = f(x)\}$$

num sistema de coordenadas é o gráfico de uma função.



Função linear (função racional do 1º grau)

$\boldsymbol{f: x \longrightarrow m\,x}$

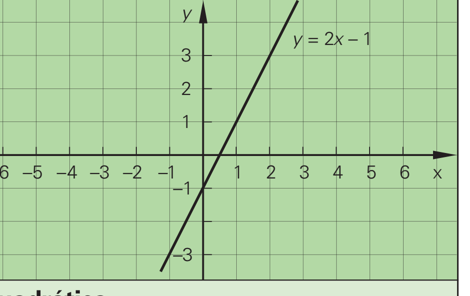
Reta original com coeficiente angular m

$\boldsymbol{f: x \longrightarrow m\,x + b}$

Reta com coeficiente angular m e coeficiente linear b

Formato padrão da equação da reta:

$\boldsymbol{y = mx + b}$



Função quadrática

$\boldsymbol{f: x \longrightarrow f(x) \mid f(x) = ax^2}$ com $\boldsymbol{D = I\!R}$

em comparação com a parábola normal será

esticada, se $|a| > 1$

achatada, se $|a| < 1$

aberta para baixo, se $a < 0$

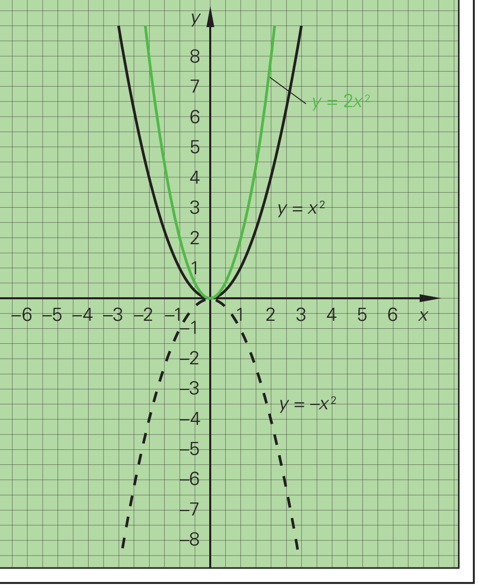
Vértice da parábola:

$\boldsymbol{f(x) = a\,(x + c)^2 + b}$

$f: x \longrightarrow x^2 + c$ Vértice no ponto S (0, c)

$f: x \longrightarrow (x - b)^2$ Vértice no ponto S (b, 0)

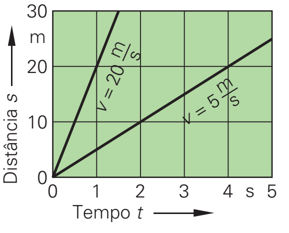
$f: x \longrightarrow (x - b)^2 + c$ Vértice no ponto S (b, c)



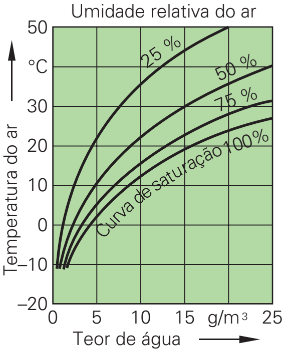
Fórmulas para resolução na página 12

1.10 Funções e representações gráficas

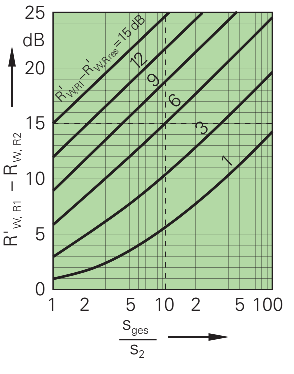
Diagramas com representação quantitativa



- **Diagramas com linhas de grade**
  Os eixos recebem uma graduação numerada (escala).
- **Escalas**
  Os eixos são numerados com valores numéricos legíveis de baixo para cima e da esquerda para a direita.
  Os valores negativos são dotados de um sinal de menos.
  Os números nas linhas de grade são inscritos na margem esquerda e inferior, fora do sistema de coordenadas.
- **Indicação das grandezas**
  Símbolos matemáticos ou nomes das grandezas são colocados no início da seta, fora do diagrama.
  Esses devem ser lidos sem que seja preciso girar o diagrama.
  Os nomes no eixo vertical podem ser lidos a partir da direita.



- **Unidades**
  Os símbolos para as unidades são colocados entre os dois últimos números na extremidade direita das abscissas e na extremidade superior das ordenadas.
  Havendo falta de espaço, o último número pode ser suprimido.
- **Indicação combinada**
  Para a indicação de grandezas e unidades também pode ser usada notação fracionária (grandeza/unidade) no início da seta (exemplo: p/bar ou P/W).
  As unidades também podem ser unidas ao símbolo matemático ou ao nome da grandeza pelo conectivo "em" (exemplo: v em m/s ou umidade da madeira em %).

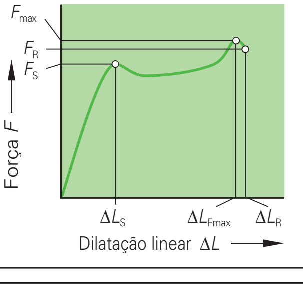


- **Grupo de curvas**
  Se houver várias curvas num mesmo diagrama, cada curva será dotada com o seu parâmetro (símbolo matemático, legenda etc.).
- **Graduação dos eixos**
  Os eixos podem ser graduados de formas diferentes, p.ex., ponto zero com uma faixa parcial suprimida ou a grade pode ser interrompida.
  Na graduação logarítmica devem ser indicadas as potências de dez. Para os valores intermediários é suficiente uma indicação numérica abreviada.

Diagramas com representação qualitativa

Diagramas de visão geral

Eles mostram apenas a evolução característica de grandezas interdependentes.
O sistema de coordenadas não tem graduação; todavia, os dois eixos precisam apresentar divisão linear.
Em um eixo pode ser inscrita uma variável como função de uma outra variável.
No caso de várias curvas podem ser usadas, para diferenciação, legendas, formas variadas de linhas e cores.
Podem ser indicadas coordenadas de pontos importantes e assinaladas por meio de círculos na curvas.

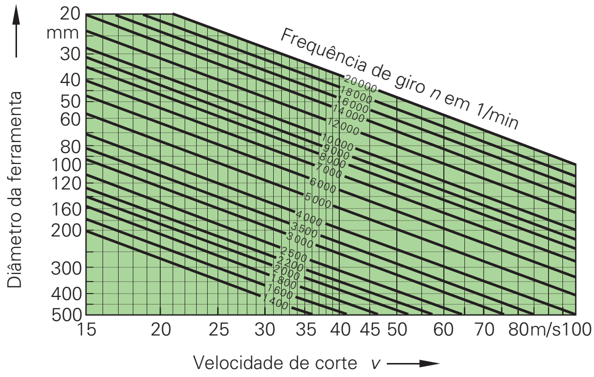


1.10 Funções e representações gráficas

Nomogramas

Gráfico reticulado

A inter-relação de 3 ou mais grandezas é representada num gráfico reticulado.
Na graduação logarítmica de ambos os eixos, uma relação proporcional e uma relação inversamente proporcional conduzem a uma linha reta.

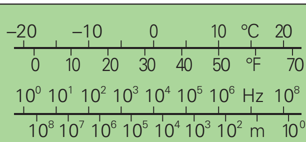


Escalas de alinhamento

As **escalas de função** permitem ler a relação entre duas grandezas. Elas podem ter graduação linear ou logarítmica.

As **escalas de alinhamento** permitem consultar a relação entre três grandezas.

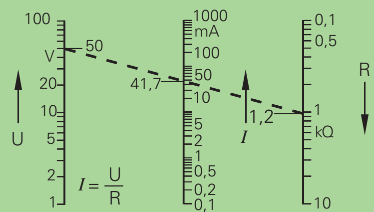
Escalas de função



Escalas de alinhamento;
Escalas paralelas com graduação logarítmica em distâncias iguais

Inter-relação: a = b/c

Graduação logarítmica



Gráficos (exemplos)

Gráfico de colunas

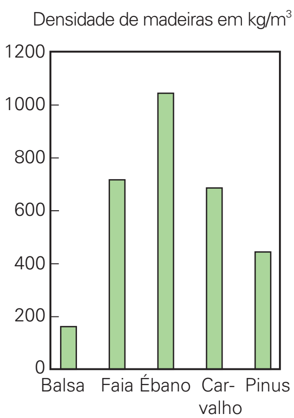


Gráfico pizza (círculo)

Área de florestas no mundo

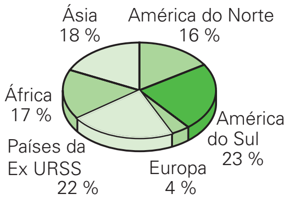
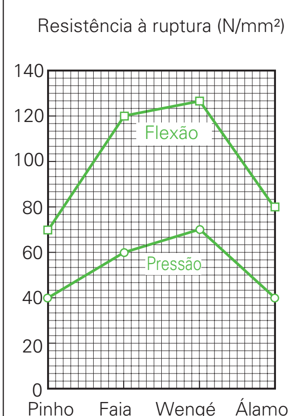


Gráfico de linhas



1.10 Funções e representações gráficas

Calculadora de bolso

Na tecnologia da madeira são usadas calculadoras científicas. Elas podem ser muito simples, como também oferecer um amplo espectro de possibilidades para a execução de cálculos estatísticos e matemáticos. Aqui serão apresentadas apenas as funções básicas e o teclado.

Atribuições da teclas (seleção)

Tecla	Função	Tecla	Função	Tecla	Função
AC	Apagar	x	Multiplicar	SIN	Seno
CE/C	Apagar entrada	÷	Dividir	COS	Cosseno
2ND	Segunda função	=	Resultado	TAN	Tangente
0 ... 9	Dígitos	1/x	Valor inverso	STO	Guardar na memória
π	Constante pi	x^2	Elevar ao quadrado	RCL	Chamar da memória
.	Vírgula decimal	$\sqrt{x}$	Raiz quadrada	SUM	Adicionar à memória
+/–	Troca de sinal	y^x	Potenciar	EXC	Trocar memória
( )	Parêntesis	%	Percentagem	MODE	Seleção de modo

Elementos de operação especiais

AC/ON	Ligar (calculadora solar); todos as áreas de cálculo são apagadas
→	Apagar o último dígito da entrada
CE/C	Apagar a última entrada numérica
CE/E STO	Apagar a memória
MODE	Ativar as funções alternativas das teclas
2ND	Ativar a segunda função das teclas
EXP	Potência de dez; o próximo dígito teclado é avaliado como expoente
STO	Armazenar o valor do visor; valor armazenado anteriormente é apagado
RCL	Chamar para o visor o dado armazenado na memória
SUM	O valor no visor é adicionado ao conteúdo armazenado na memória
EXC	O valor do visor é armazenado na memória e, ao mesmo tempo, são trazidos para o visor outros dados armazenados
Aviso de erro:	**E** no visor

Exemplos de cálculos

Percentagem

Exemplo: 6% de 300 =

Entrada	Tecla	Visor
300	x	300.
6	%	0.006
	=	18.

Exemplo: 500 + 15% (imposto) =

Entrada	Tecla	Visor
500	+	500
15	%	75.
	=	575.

Exemplos de cálculos

Elevar ao quadrado

Exemplo: $5{,}35^2$ =

Entrada	Tecla	Visor
5.35	x^2	28.6225

Raiz quadrada

Exemplo: $\sqrt{8{,}45}$ =

Entrada	Tecla	Visor
8.45	$\sqrt{x}$	2.906889

Potenciação em geral

Exemplo: $7{,}62^{-0{,}8}$ =

Entrada	Tecla	Anzeige
7.62	y^x	7.62
.8	+/–	– 0.8
	=	0.19698

Funções trigonométricas

Exemplo: seno 45° = e tangente 60° =

Entrada	Tecla	Visor
30	SIN	0.5
60	TAN	1.7321

Exemplo: Função inversa (arco-)

Arco-seno 0,7716 =

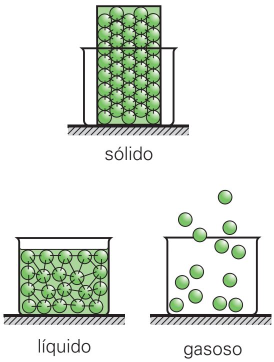
Entrada	Tecla	Visor
0.7716	SIN^{-1}	50.49779

Conversão para graus/minutos/segundos

50.49779	DMS	50° 29′ 52″

1.11 Coesão e adesão

Coesão (força de agregação)



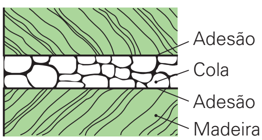
A força de atração entre as moléculas de uma substância é denominada coesão. A magnitude dessa força molecular determina a coerência de uma substância ou de um corpo e, consequentemente, também seu estado de agregação. Por intermédio do fornecimento ou supressão de energia é possível passar de um estado para outro.

Substância sólida: Forte coesão –
As moléculas se encontram numa determinada disposição no interior da substância. Pela atuação de forças externas esses corpos são conformados ou se expandem com o fornecimento de calor.

Substâncias líquidas: (líquidos) Fraca coesão –
As moléculas podem mudar de lugar no interior da substância.

Substâncias gasosas: (Gases) Nenhuma coesão –
As moléculas se dispersam (expansão).

Adesão (força de união)

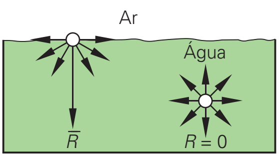


A força de atração entre moléculas de substâncias diferentes é denominada adesão. Por isso, corpos de substâncias diferentes podem ser fixados um no outro.

Exemplos:
- Cola sobre peças de encaixe
- Verniz sobre superfície da madeira

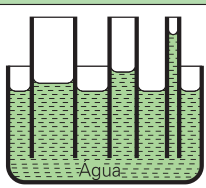
Não há força de união entre todas as substâncias.

Tensão superficial



As forças de coesão entre as moléculas na superfície de um líquido atuam com maior intensidade para dentro dele e, com isso, reduzem a sua superfície.
A forte coesão de um líquido provoca também uma grande tensão superficial.
A tensão superficial afeta a capacidade de umectação e a fluidez de um líquido, p.ex., adesivo na junta de cola.

Capilaridade (efeito capilar)



O comportamento dos líquidos em capilares e poros finos dos corpos é denominado capilaridade.
A altura da elevação capilar depende da interação entre a coesão do líquido, a adesão dos diferentes materiais e do diâmetro do capilar ou do tamanho do poro.
A elevação máxima é atingida quando a força peso da coluna de líquido e a força resultante da coesão e da adesão forem iguais em intensidade.

Viscosidade

A viscosidade é uma medida para a resistência interna de um líquido. Essa resistência é gerada devido ao atrito entre as moléculas em movimento e às forças de coesão.
Líquidos com alta viscosidade (colas) são de baixa fluidez e líquidos com baixa viscosidade (água) são de alta fluidez. A viscosidade depende da temperatura, diminuindo com a elevação da temperatura do líquido.

1.12 Massa, densidade, forças

O significado de todos os termos (massa, força, etc) são estabelecidos em normas correspondentes. O excerto da Norma DIN a seguir define massa, força e força peso.

	Massa, força de pesar, força, força peso, peso, carga Conceitos	DIN 1305

1 Área de aplicação

Esta norma é válida para a área de física clássica e sua aplicação na tecnologia e na economia.

2 Massa

A massa *m* descreve a propriedade de um corpo de se manifestar tanto sob efeito de inércia em relação a uma alteração em seu movimento como também sob atração de um outro corpo.

5 Força

A força *F* é o produto da massa *m* de um corpo pela aceleração a, que ele sofre ou sofrerá pela ação da força *F*.

6 Força peso

A força peso F_G de um corpo de massa *m* é o produto da massa *m* pela aceleração da gravidade *g*.

Densidade

$\varrho = \frac{m}{V}$	A densidade ϱ de um material é calculada a partir da massa *m* e do volume *V*. Unidade: 1000 kg/m³ = 1 kg/dm³ = 1 g/cm³
ϱ Densidade, absoluta	para materiais sólidas sem poros, gases, líquidos, p.ex., metais, água
ϱ_R Densidade bruta	para materiais sólidos porosos, p.ex., madeira, derivados de madeira, concreto
ϱ_S Densidade aparente	para agregados granulados (materiais sólidos amontoados soltos); p.ex., areia, abrasivos

Massa

$m = V \cdot \varrho$	A massa *m* de um corpo independe de sua localização. Ela pode ser calculada a partir do volume *V* e da densidade ϱ. Unidade: tonelada t, quilograma kg, grama g, miligrama mg
Exemplo: $V = 0{,}12\ m^3$ $\varrho_R = 800\ kg/m^3$	Prancha de carvalho $m = V \cdot \varrho_R = 0{,}12\ m^3 \cdot 800\ kg/m^2 = 96\ kg$

Força

$F = m \cdot a$	Para que uma massa *m* seja acelerada ou desacelerada é necessária uma força *F*. Para acelerar de 1 m/s a massa de 1 kg em 1 s é necessária uma força de 1 kgm/s². Aceleração *a* em m/s² Unidade: 1 kgm/s² = 1 N (Newton)
Exemplo: $m = 96\ kg$ $a = 2\ m/s^2$	A prancha é movida $F = m \cdot a = 96\ kg \cdot 2\ m/s^2 = 192\ kgm/s^2 = 192\ N$

Força peso

$F_G = m \cdot g$	A atração da terra provoca uma força peso F_G sobre a massa de um corpo. Aceleração da gravidade $g = 9{,}81\ m/s^2$
Exemplo:	Prancha com uma massa $m = 96$ kg

$F_G = m \cdot g = 96\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 941{,}8\ N$ (pode ser calculado de forma aproximada com $g \approx 10\ m/s^2$)

1.12 Forças

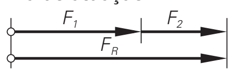
Forças

Representação das forças

As forças são representadas por setas (vetores). O comprimento da seta corresponde à intensidade da força, representada em uma escala Mk, p.ex., Mk = 10 N/mm.
As forças podem ser deslocadas na sua linha de atuação.

Composição de forças:

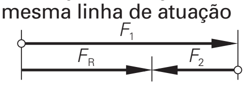
- Adição de forças na mesma linha de atuação



$$F_R = F_1 + F_2$$

Exemplo: $F_1 = 200$ N; $F_2 = 120$ N
$F_R = F_1 + F_2 = 200 \text{ N} + 120 \text{ N} = \mathbf{320\ N}$

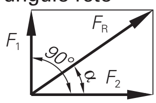
- Subtração de forças na mesma linha de atuação



$$F_R = F_1 - F_2$$

Exemplo: $F_1 = 320$ N; $F_2 = 120$ N
$F_R = F_1 - F_2 = 320 \text{ N} - 120 \text{ N} = \mathbf{200\ N}$

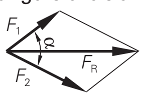
- Forças componentes atuam em ângulo reto



$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \qquad F_1 = F_R \cdot \text{sen}\ \alpha \qquad F_2 = F_R \cdot \cos \alpha$$

Exemplo: $F_1 = 250$ N; $F_2 = 150$ N
$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^1} = \sqrt{(250 \text{ N})^2 - (150 \text{ N})^2}$
$F_R = \mathbf{291{,}5\ N}$

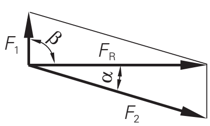
- Forças componentes atuam em ângulo arbitrário



Solução gráfica

Exemplo: $F_1 = 200$ N; $F_2 = 90$ N; $\alpha = 60°$
$M_K = 5$ N/mm;
Medida $l_R = 52$ mm
$F_R = l_R \cdot M_K = 52 \text{ mm} \cdot 5 \text{ N/mm} = \mathbf{260\ N}$

Decomposição de forças

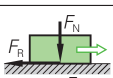


Solução gráfica

Exemplo: $F_R = 250$ N; $\alpha = 15°$; $\beta = 90°$
$M_K = 5$ N/mm;
Medida $l_1 = 13$ mm; $l_2 = 52$ mm
$F_1 = l_1 \cdot M_K = 13 \text{ mm} \cdot 5 \text{ N/mm} = \mathbf{65\ N}$
$F_2 = l_2 \cdot M_K = 52 \text{ mm} \cdot 5 \text{ N/mm} = \mathbf{260\ N}$

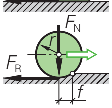
Atrito

A força de atrito depende da força normal (perpendicular à superfície de contato) e do coeficiente de atrito (características da superfície). A força de atrito não depende do tamanho da superfície de contato.



Atrito estático e de deslizamento

$$F_R = \mu \cdot F_N$$



Atrito de rolagem

$$F_R = \frac{f \cdot F_N}{r}$$

F_N Força Normal
F_R Força de atrito
μ Coeficiente de atrito
f Coeficiente de atrito de rolagem $\quad r$ Raio

(Para simplificar calcula-se, geralmente, com a fórmula do atrito de deslizamento)

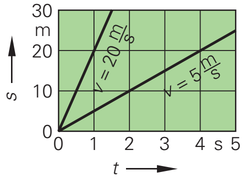
Combinação de materiais	Coeficiente de atrito estático	Coeficiente de atrito de deslizamento (cinético)	Coeficiente de atrito de rolagem (simplificado)	Coeficiente de atrito de rolagem
Aço sobre aço	0,2 ... 0,3	0,1 ... 0,2	0,001	0,001 ... 0,05 cm
Aço sobre poliamida	0,15 ... 0,3	0,3	–	–
Aço sobre madeira	0,5	0,25 ... 0,5	0,002	–
Madeira sobre madeira	0,5 ... 0,6	0,3 ... 0,4	0,005	–
Mancal de rolamento	–	0,003 ... 0,001	–	–

1.13 Movimento uniforme e acelerado

Movimento retilíneo

Movimento uniforme

Gráfico percurso-tempo



v Velocidade
s Percurso, distância
t Tempo

$$v = \frac{s}{t}$$

Exemplo: $v = 80$ km/h
$t = 20$ min

$s = v \cdot t$

$s = 80 \text{ km/h} \cdot 20 \text{ min} \cdot \dfrac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}$

$s = 26{,}67$ km

Movimento uniformemente acelerado

Gráfico
velocidade - tempo

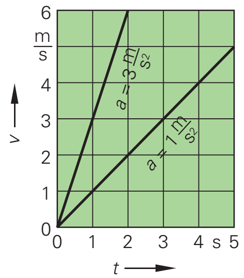
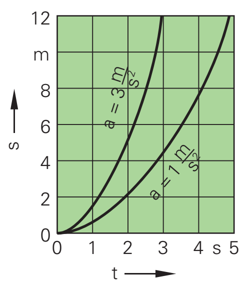


Gráfico percurso-tempo



Aceleração é o incremento da velocidade em 1 segundo; **desaceleração**, a redução.

v Velocidade final
a Aceleração
s Percurso
t Tempo

Para velocidade inicial = 0 vale:

$$v = a \cdot t$$
$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

$$s = \frac{v}{2} \cdot t$$
$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Para a desaceleração valem as mesmas fórmulas, sendo *v* a velocidade inicial e a velocidade final = 0.

Queda livre
Aceleração da gravidade
$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$
h altura da queda

$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Exemplo: Aceleração
$v = 100$ km/h
$t = 11$ s

$v = \dfrac{100\,000 \text{ m} \cdot 1 \text{ h}}{1 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s}} = 27{,}78 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

$s = \dfrac{v}{2} \cdot t = \dfrac{27{,}78 \text{ m/s}}{2} \cdot 11 \text{ s}$

$s = 305{,}6$ m

$a = \dfrac{v}{t} = \dfrac{27{,}78 \text{ m/s}}{11 \text{ s}} = 2{,}5 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

Exemplo: Desaceleração
$v = 100$ km/h
$a = 7 \text{ m/s}^2$

$v = 27{,}78$ m/s

$s = \dfrac{v^2}{2 \cdot a} = \dfrac{(27{,}78 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 7 \text{ m/s}^2}$

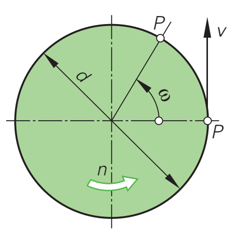
$s = 55{,}1$ m

Exemplo: Queda livre
$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$
$t = 6$ s

$h = \dfrac{g}{2} \cdot t^2 = \dfrac{9{,}81 \text{ m/s}^2}{2} \cdot (6 \text{ s})^2$

$h = 176{,}6$ m

Movimento circular



v Velocidade tangencial
ω Velocidade angular
n Rotação
d Diâmetro

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$
$$v = \omega \cdot \frac{d}{2}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

Exemplo: $n = 8000$ 1/min
$d = 0{,}21$m

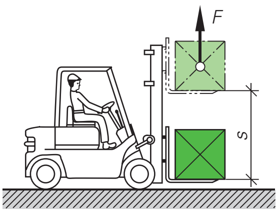
$n = \dfrac{8000 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ s}} = 133{,}3 \text{ s}^{-1}$

$v = \pi \cdot d \cdot n$
$v = \pi \cdot 0{,}21 \text{ m} \cdot 133{,}3 \text{ s}^{-1}$
$v = 50{,}2$ m/s

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 133{,}3 \text{ s}^{-1}$
$\omega = 837 \text{ s}^{-1}$

1.14 Trabalho, energia, potência, grau de eficiência

Trabalho mecânico



Trabalho é realizado quando uma força atua ao longo de um percurso.

W Trabalho; F Força
s Percurso

$$\boxed{W = F \cdot s}$$

1 Nm = 1 J = 1 Ws

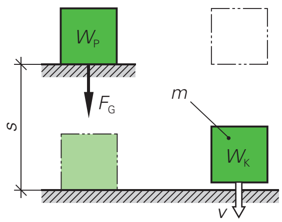
Exemplo: F = 500 N
s = 12,5 m

$W = F \cdot s = 500\ \text{N} \cdot 12{,}5\ \text{m}$

$W = 6000\ \text{Nm}$

$W = 6000\ \text{J} = 6\ \text{kJ}$

Energia



Energia é a capacidade de gerar trabalho.
Energia potencial

$$\boxed{W_P = F_G \cdot s}$$

Energia cinética

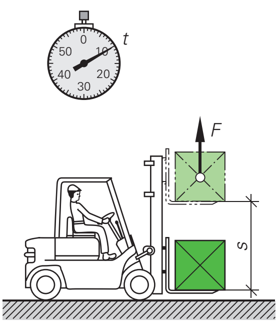
$$\boxed{W_K = \frac{m}{2} \cdot v^2}$$

Unidades como no trabalho

W_P Energia potencial
F_G Força peso do corpo
s Percurso (diferença de altura)

W_K Energia do movimento
m Massa
v Velocidade

Potência mecânica



O trabalho realizado numa unidade de tempo é denominado potência.

P Potência

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

$$\boxed{P = \frac{F \cdot s}{t}}$$

$$\boxed{P = F \cdot v}$$

1 W = 1 Nm/s = 1 J/s

Exemplo: F = 500 N
s = 80 m
t = 40 s

$$P = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{500\ \text{N} \cdot 80\ \text{m}}{40\ \text{s}}$$

$P = 1000\ \text{Nm/s}$

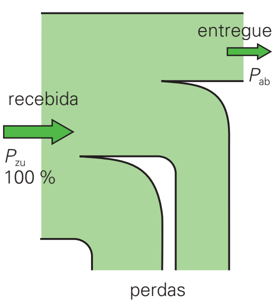
P = 1000 W = 1kW

Exemplo: $F = 6\ \text{kN}$
$v = 80\ \text{km/h}$
$= 22{,}2\ \text{m/s}$

$$P = F \cdot v = 6\ \text{kN} \cdot 22{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = 133{,}2\ \frac{\text{kNm}}{\text{s}} = 133{,}2\ \text{kW}$$

Grau de eficiência



O grau de eficiência é a relação entre a potência recebida pelo sistema (entrada) e a potência por ele entregue (saída).

η Grau de eficiência (eta)
P_{zu} Potência recebida
P_{ab} Potência entregue

$$\boxed{\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}}$$

$\eta < 1$ ou $< 100\%$

Grau de eficiência total

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3$$

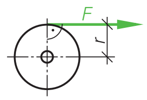
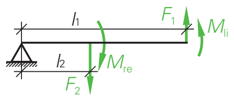
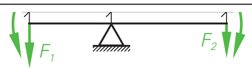
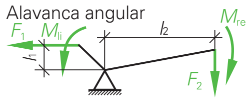
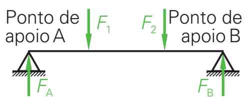
η_1, η_2, η_3 Graus de eficiência parciais

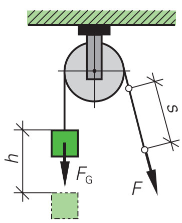
Exemplos de graus de eficiência:

Motor Otto	≈ 0,27
Motor trifásico	≈ 0,85
Turbina a vapor	≈ 0,23
Máquina de aplainar	≈ 0,70

1.15 Máquinas simples e acionamentos

Torque e alavanca

Torque		$M = F \cdot r$ *M* Torque *r* Braço de alavanca = distância em ângulo reto do centro de giro até a linha de atuação da força
Alavanca inter-resistente		**Lei da alavanca:** **Uma alavanca está em equilíbrio quando a soma dos momentos em rotação horária for igual a soma dos momentos em rotação anti-horária.**
Alavanca interfixa		$\sum M_{li} = \sum M_{re}$ $\sum M_{li}$ Soma de todos momentos com rotação horária $\sum M_{re}$ Soma de todos momentos com rotação anti-horária
Alavanca angular		para duas forças atuantes vale: $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ O número de momentos com rotação horária e anti-horária pode ser arbitrário.
Forças no pontos de apoio		Um ponto de apoio é tomado como centro de giro: $F_A = \frac{F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 \ldots}{l}$ $F_A + F_B = F_1 + F_2 \ldots$

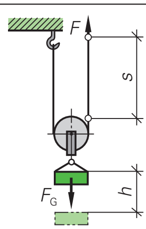


Roldana fixa

$$F = F_G$$

$$s = h$$

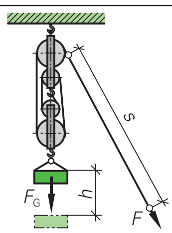
A direção da força é alterada.



Roldana livre

$$F = \frac{F_G}{2}$$

$$s = 2 \cdot h$$



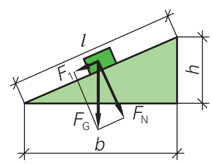
Talha

$$F = \frac{F_G}{n}$$

$$s = n \cdot h$$

n Número de cabos portantes

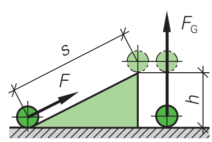
Forças no plano inclinado



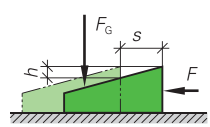
$$F_N = F_G \cdot \frac{b}{h}$$

$$F_1 = F_G \cdot \frac{h}{l}$$

Aplicações:
Plano inclinado

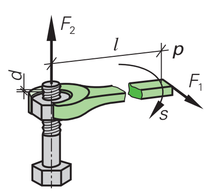


Cunha



$$F \cdot s = F_G \cdot h$$

Parafuso



$$F_1 \cdot \pi \cdot 2 \cdot l = F_2 \cdot p$$

$$s = \pi \cdot 2 \cdot l$$

Para todas as aplicações é válido: **O que é ganho em força é perdido em distância percorrida.**

1.15 Máquinas simples e acionamentos

Acionamento e transmissão de força

- indireto
  - Correias
  - Engrenagens
  - Correntes
- direto

O motor transmite a rotação diretamente sobre o eixo de trabalho.

Acionamento por correias

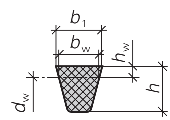
Correias V
Correias V normais, substituídas em larga escala por correias V estreitas.

Correias planas
Geralmente correias de várias camadas de couro, plástico e lona.

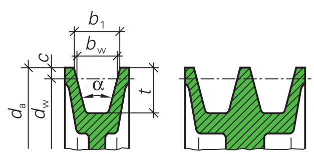
Correias sincronizadoras
(correias dentadas) de forças por fechamento de forma, transmissão sem patinação (síncrona), para pequenas a médias potências

Correias V estreitas (DIN 7753)

Perfil da correia



Polias DIN 2211

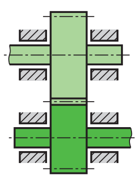


canal único　canal duplo

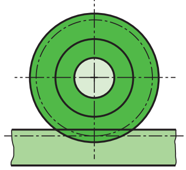
Designações	Medidas em mm para correias V estreitas e polias			
Perfil da correia cf. ISO	SPZ	SPA	SPB	SPC
$b_0 = b_1$	9,7	12,7	16,3	22
b_w	8,5	11	14	19
h	8	10	13	18
$h_w = c$	2	2,8	3,5	4,8
t	11	13,8	17,5	23,8
d_w (menor possível)	63	90	140	224
d_a	$d_w + 2$ c			
α (depende de d_w)	34° a. 38°			

Transmissão por engrenagens

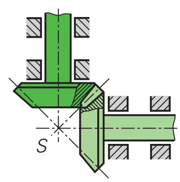
Engrenagens transmitem torque por fechamento de forma, portanto livre de patinação, para baixas até extremamente altas rotações. A distância entre os eixos pode ser reduzida e é limitada pelo tamanho das engrenagens. Dependendo da posição dos eixos distingue-se diversos tipos de engrenagens (seleção):



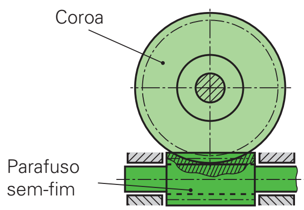
Engrenagens retas



Engrenagem reta com cremalheira



Engrenagens cônicas

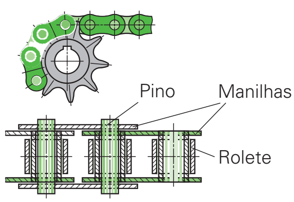


Coroa e parafuso sem-fim

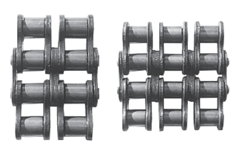
Acionamento por correntes

As correntes transmitem movimentos giratórios por fechamento de forma, portanto livre de patinação. Elas servem para a transmissão de forças com grandes distâncias entre os eixos, têm baixa perda por atrito e operam de forma suave.

Geralmente são utilizadas correntes de roletes.



Corrente de roletes

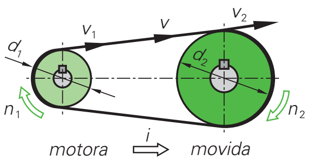


Correntes de roletes múltiplos

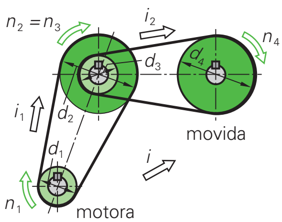
1.15 Máquinas simples e acionamentos

Acionamento por correias

Transmissão simples



Transmissão dupla



$$v = v_1 = v_2$$

$$n_1 \cdot d_1 = n_2 \cdot d_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$i = i_1 \cdot i_2$$

$$i = \frac{n_1 \cdot n_3}{n_2 \cdot n_4} = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

v, v_1, v_2	Velocidades tangenciais
Polia motora:	
n_1, n_3	Rotações
d_1, d_3	Diâmetros
Polia movida:	
n_2, n_4	Rotações
d_2, d_4	Diâmetros
i	Relação de transmissão
i_1, i_2	Relações de transmissão intermediárias

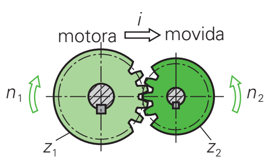
Exemplo: $n_1 = 2800\ \text{min}^{-1}$
$d_1 = 280$ mm
$n_2 = 8000\ \text{min}^{-1}$

$$d_2 = \frac{n_1 \cdot d_1}{n_2} = \frac{2800\ \text{min}^{-1} \cdot 280\ \text{mm}}{8000\ \text{min}^{-1}}$$

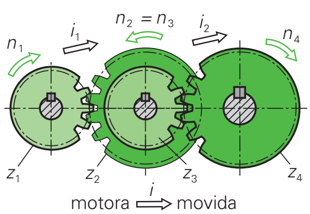
$d_2 = 98$ mm; $i = 1 : 2{,}86$

Transmissão por engrenagens

Transmissão simples



Transmissão dupla



$$n_1 \cdot z_1 = z_2 \cdot d_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$i = i_1 \cdot i_2$$

$$i = \frac{n_1 \cdot n_3}{n_2 \cdot n_4} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$$

Engrenagem motora:	
n_1, n_3	Rotações
z_1, z_3	Números de dentes
Engrenagem movida:	
n_2, n_4	Rotações
z_2, z_4	Números de dentes
i	Relação de transmissão
i_1, i_2	Relações de transmissão intermediárias

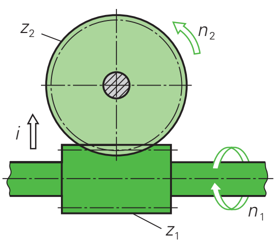
Exemplo: $i_1 = 3{,}5 : 1$
$z_3 = 24$
$z_4 = 60$

$$i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{60}{24} = 2{,}5$$

$i = i_1 \cdot i_2 = 3{,}5 \cdot 2{,}5 = 8{,}75$

$\Rightarrow$ 8,75 : 1

Transmissão por coroa e parafuso sem-fim



$$n_1 \cdot g = n_2 \cdot z_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{g}$$

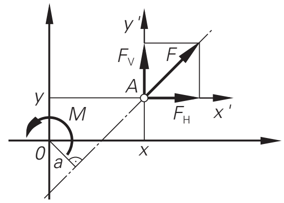
Parafuso sem-fim:	
g	Número de filetes
n_1	Rotação
Coroa:	
z_2	Número de dentes
n_2	Rotação
i	Relação de transmissão

1.16 Fundamentos da estática e teoria da resistência dos materiais

Estática é o estudo da estabilidade de vigas em repouso sob a influência de forças.

- **Forças** são a causa de um movimento ou da alteração da forma de um corpo. Elas atuam como forças volumétricas (força da gravidade) ou como forças superficiais (força de contato). Representação das forças em 1.12, página 31.
- O **momento** de uma força (sistema plano de forças) em relação ao centro de rotação é igual ao produto da força pelo seu braço de alavanca; o momento será positivo (+), se o sentido de rotação for horário, e negativo (-) se, anti-horário.

Teorema do momento:	Os momentos de várias forças com centro de rotação comum num sistema plano de forças podem ser somados, levando-se em conta os sinais, de acordo com o sentido de rotação.



- **Condições de equilíbrio**
  Uma condição essencial na estática é o estado de equilíbrio em repouso.

Equilíbrio de forças $\boxed{\sum F_V = 0}$ e $\boxed{\sum F_H = 0}$

F_V Forças verticais
F_H Forças horizontais

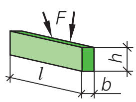
Equilíbrio de momentos $\boxed{\sum M = 0}$

Sistemas estáticos

Sistemas estáticos descrevem estruturas portantes idealizadas de uma construção e servem para o cálculo das forças de apoio, das forças cortantes e das deformações. Com elas a teoria da resistência dos materiais define a capacidade de carga (seção transversal necessária, deformação admissível) dos elementos da construção.

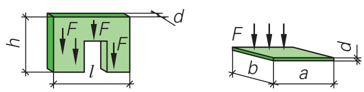
Elementos da estática

Barras (tirantes, vigas, apoios) elementos lineares, b e $h \ll l$

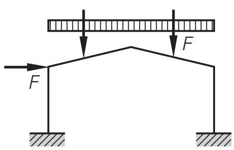


$\ll$ (muito menor)

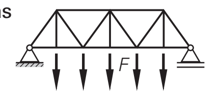
Folhas, placas – elementos de formato achatado, $d \ll l$ e h ou a e b



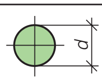
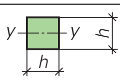
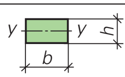
Armações
compostas por barras solicitadas por flexão, tração e pressão



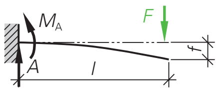
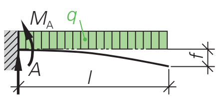
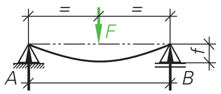
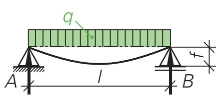
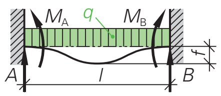
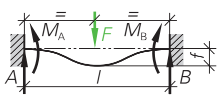
Treliças
Barras planas solicitadas somente por forças normais



Momentos de inércia e momentos de resistência

Seção transversal	Axial		Polar	
	Momento de inércia (momento de área de 2º grau)	Momento de resistência	Momento de inércia (momento de área de 2º grau)	Momento de resistência
	$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$	$W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$
	$I_y = \frac{h^4}{12}$	$W_y = \frac{h^3}{6}$	$I_P = 0{,}14\, l \cdot h^4$	$W_P = 0{,}208 \cdot h^3$
	$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$	$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6}$	–	–

1.16 Fundamentos da estática e teoria da resistência dos materiais

Casos de carga	Forças de apoio	Momentos de flexão	Flecha, flexão
Vigas estaticamente determinadas			
	$A = F$	$M_A = -F \cdot l$	$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot \text{Û}}$
	$A = q \cdot l$	$M_A = -\frac{q \cdot l^2}{2}$	$f = \frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I}$
	$A = B = \frac{F}{2}$	$M_A = -\frac{F \cdot l}{4}$	$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$
	$A = B = \frac{q \cdot l}{2}$	$M = \frac{q \cdot l^2}{8}$	$f = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$
Vigas estaticamente indeterminadas			
	$A = B = \frac{q \cdot l}{2}$	$M_A = M_B = -\frac{q \cdot l^2}{12}$ max $M = \frac{q \cdot l^2}{24}$	$f = \frac{q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I}$
	$A = B = \frac{F}{2}$	$M_A = M_B = -\frac{F \cdot l}{8}$ max $M = \frac{F \cdot l}{8}$	$f = \frac{F \cdot l^3}{192 \cdot E \cdot I}$

M Momento de flexão em Ncm
q Carga distribuída
f Flexão
E Módulo de elasticidade em N/mm^2
I Momento de inércia em cm^4 (momento de área de 2ª ordem)

Dureza e testes de dureza

Dureza é a resistência que um corpo opõe à penetração de um outro corpo.

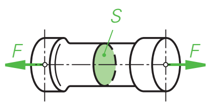
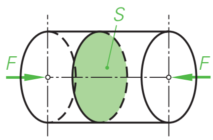
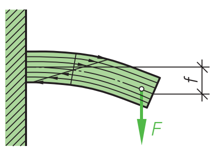
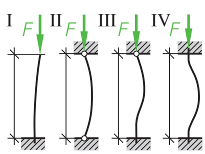
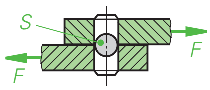
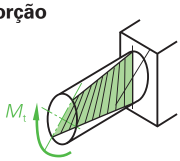
Teste de dureza conforme **Brinell HB**	Teste de dureza conforme **Vickers HV**	Teste de dureza conforme **Rockwell HRC**
Uma **esfera de aço** é pressionada com uma carga determinada contra a peça em teste.	Uma **pirâmide de diamante** é pressionada na superfície da peça em teste.	Uma **esfera de diamante** é pressionada na peça em teste em duas etapas com diferentes níveis de carga.

Valores de resistência de madeiras selecionadas

Tipo de madeira	Valores em N/mm^2 medição paralela às fibras, umidade da madeira u = 10% ... 15%				
	Resist. à tração	Resist. à pressão	Resist. à flexão	Resist. ao cisalhamento	Dureza
Bordo	82	49	95	9	67
Carvalho	110	52	95	11,5	69
Freixo	130	50	105	13	76
Abeto vermelho	80	40	68	7,5	27
Pinheiro	100	45	80	10	30
Lariço	105	48	93	9	38
Faia ruiva	135	60	120	10	78
Abeto branco	80	40	68	7,5	34

1.16 Fundamentos da estática e teoria da resistência dos materiais

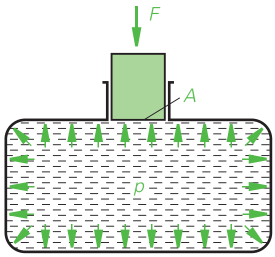
Conceitos de resistência e tipos de solicitações

Tipo de solicitação DIN 1052-05/2000 ► p. 64	Tensão	Resistência	Deformação plástica Valores limite	Alteração da forma	Fórmulas de cálculo
Tração 	Tensão de tração σ_z	Resistência à tração R_m	Limite de alongamento R_e	Alongamento ε Alongamento de ruptura A	$\sigma_z = \frac{F}{S}$ $\sigma_{z\,zul} = \frac{R_e}{\nu}$ (para aço) $F_{zul} = \sigma_{z\,zul} \cdot S$ S Área de seção transversal ν Índice de segurança
Pressão 	Tensão de pressão σ_d	Resistência à pressão σ_{dB}	Limite de compressão σ_{dF}	Compressão ε_d	$\sigma_d = \frac{F}{S}$ $\sigma_{d\,zul} = \frac{\sigma_{dF}}{\nu}$ (para aço) $F_{zul} = \sigma_{d\,zul} \cdot S$ ν Índice de segurança
Flexão 	Tensão de flexão σ_b	Resistência à flexão σ_{bB}	Limite de flexão σ_{bF}	Flecha f (medida no eixo da barra)	$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$
Flambagem 	Tensão de flambagem σk	Resistência à flambagem σ_{kB}	–	–	$F_{k\,zul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2 \cdot \nu}$ $F_{k\,zul}$ Força de flambagem admissível l_k Comprimento livre de flambagem, dependente da situação de carga
	I	II	III	IV	
	$l_k = 2\,l$	$l_k = l$	$l_k = \frac{l}{\sqrt{2}}$	$l_k = \frac{l}{2}$	
Cisalhamento 	Tensão de cisalhamento τ_a	Resistência ao cisalhamento τ_{aB}	–	–	$\tau_a = \frac{F}{S}$ $\tau_{azul} = \frac{\tau_{aB}}{\nu}$ $F_{zul} = S \cdot \tau_{a\,zul}$ $\tau_{aB} \approx 0{,}8 \cdot R_m$ (para aço)
Torção 	Tensão de torção τ_t	Resistência à torção τ_{tB}	Limite de torção τ_{tF}	Ângulo de torção φ	$\tau_t = \frac{M_t}{W_p}$ M_t Momento de torção W_p Momento de resistência polar

$_{zul}$ ≈ permissível

1.17 Líquidos e gases

Pressão



$$p = \frac{F}{A}$$

$1\ \frac{N}{m^2} = 1\ Pa = 10^{-5}\ bar$

$1\ bar = 10\ \frac{N}{cm^2}$

$1\ mbar = 1\ hPa$

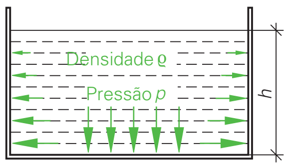
p Pressão F Força
A Área

Beispiel: $p = 8$ bar
$d = 60$ mm
(∅ do pistão)

$F = p \cdot A = p \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$F = 8\ \frac{N}{cm^2} \cdot \frac{\pi\ (6\ cm)^2}{4} = 226{,}2\ N$

Pressão hidrostática



A pressão em um líquido depende da sua densidade e da profundidade do líquido.

$$p = g \cdot \varrho \cdot h$$

p Pressão ϱ Densidade
g Aceleração da gravidade
h Profundidade do líquido

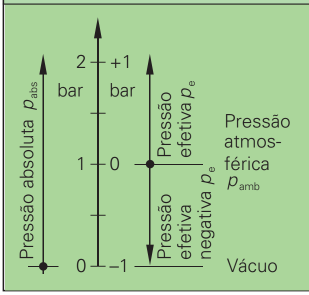
Exemplo: Profundidade da água
$h = 10$ m

$p = 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 10\ m$

$p = 98\,100\ \frac{N}{m^2} = 0{,}981\ bar$

$p \approx 1\ bar$

Pressão atmosférica, pressão absoluta, pressão efetiva



$$p_e = p_{abs} - p_{amb}$$

p_e+, se $p_{abs} > p_{amb}$

p_e-, se $p_{abs} < p_{amb}$

$p_{amb} \approx 1$ bar

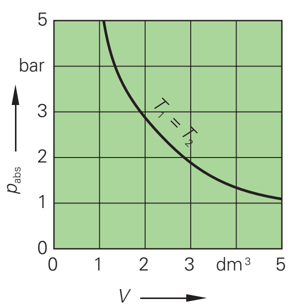
p_e Pressão efetiva
p_{abs} Pressão absoluta
p_{amb} Pressão atmosférica

Exemplo: Cilindro pneumático com $p = 6$ bar

$p_{abs} = p_e + p_{amb} = (6 + 1)$ bar

$p_{abs} = 7$ bar

Equação de estados para gases



Equação genérica:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Lei de **Boyle-Mariotte:**
(temperatura constante)

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

O volume normal V_n para os gases é dado a uma pressão $p_{abs} = 1{,}013$ bar e a uma temperatura $T = 273$ K.

p_1, p_2 Pressões
V_1, V_2 Volumes
T_1, T_2 Temperaturas absolutas

Exemplo: Compressor
$V_1 = 10\ m^3$, $p_1 = 1$ bar
$T_1 = 293$ K
$p_2 = 8$ bar, $T_2 = 433$ K

$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_2}$

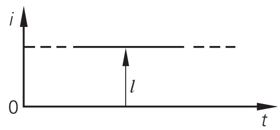
$V_2 = \frac{1\ bar \cdot 10\ m^3 \cdot 433\ K}{293\ K \cdot 8\ bar}$

$V_2 = 1{,}847\ m^3$

1.18 Eletrotécnica

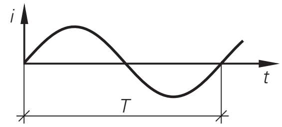
Tipos de corrente

Corrente contínua DC –



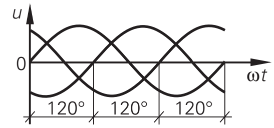
Corrente constante no tempo e em uma só direção.

Corrente alternada AC ~
(corrente alternada monofásica)



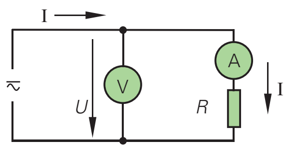
A corrente muda periodicamente de intensidade e direção.
$f = 50$ Hz

Corrente alternada trifásica



Três correntes alternadas monofásicas estão deslocadas temporalmente 120° em três condutores.

Lei de Ohm



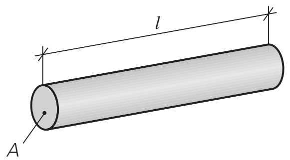
$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$

I Corrente em A
U Tensão em V
R Resistência em Ω

Beispiel: $I = 3{,}5$ A
$R = 60\ \Omega$

$U = R \cdot I = 60\ \Omega \cdot 3{,}5\ \text{A} = 210\ \text{V}$

Resistência dos condutores



$$\boxed{R = \frac{\varrho \cdot l}{A}}$$

R Resistência
ϱ Resistência específica
l Comprimento do condutor
A Área transversal do condutor

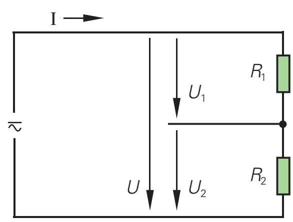
Resistência específica ϱ em $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

(valores veja em 3.9, página 150)

Condutância $\gamma = \frac{1}{\varrho}$ em $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$

Ligação de resistências em série e em paralelo

Ligação em série



$R = R_1 + R_2 + \dots$

$U = U_1 + U_2 + \dots$

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$

Exemplo: $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$
$U = 220\ V$

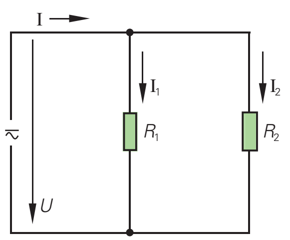
$R = R_1 + R_2 = 20\ \Omega + 40\ \Omega$
$R = 60\ \Omega$

$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ \text{V}}{60\Omega} = 3{,}67\ \text{A}$

$U_1 = R_1 \cdot I = 20\ \Omega \cdot 3{,}67\ \text{A}$
$U_1 = 73{,}4\ \text{V}$

$U_2 = R_2 \cdot I = 40\ \Omega \cdot 3{,}67\ \text{A}$
$U_1 = 146{,}6\ \text{V}$

Ligação em paralelo



R_1, R_2 Resistências individuais
U_1, U_2 Tensões parciais
I_1, I_2 Correntes parciais
R Resistência total
U Tensão total
Û Corrente total

$I = I_1 + I_2 + \dots$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

Exemplo: $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$
$U = 220\ V$

$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(20 \cdot 40)\Omega^2}{(20 + 40)\Omega}$

$R = 13{,}33\Omega$

$I = \frac{U}{R} = \frac{220\text{V}}{13{,}33\Omega} = 16{,}5\text{A}$

$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220\text{V}}{20\Omega} = 11\text{A}$

$I_2 = I - I_1 = 16{,}5\text{A} - 11\text{A} = 5{,}5\text{A}$

1.18 Eletrotécnica

Potência elétrica

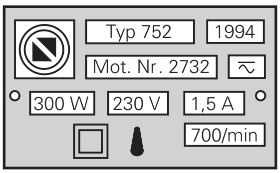
Corrente contínua e **corrente alternada** (consumidor ôhmico)

$$P = U \cdot I$$
$$P = I^2 \cdot R$$
$$P = \frac{U^2}{R}$$

Exemplo: $U = 230$ V, $I = 4$ A

$P = U \cdot I = 230\text{ V} \cdot 4\text{ A} = 920\text{ W}$

Corrente alternada e **corrente trifásica**



Corrente alternada

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Corrente trifásica

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$\cos\varphi$ Fator de potência (<1)

$\sqrt{3}$ Fator de concatenação

Exemplo: Motor monofásico
$U = 230$ V, $I = 4$ A
$\cos\varphi = 0{,}85$

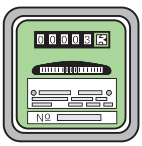
$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$
$P = 230\text{ V} \cdot 4\text{ A} \cdot 0{,}85 = 782\text{ W}$

Exemplo: Motor trifásico
$U = 400$ V, $I = 5{,}5$ A
$\cos\varphi = 0{,}87$

$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$
$P = \sqrt{3} \cdot 400\text{ V} \cdot 5{,}5\text{ A} \cdot 0{,}87$
$P = 3{,}315\text{ kW}$

Trabalho elétrico

Medidor



$$W = P \cdot t$$

1 Wh = 3 600 Ws
1 kWh = 3 600 000 Ws

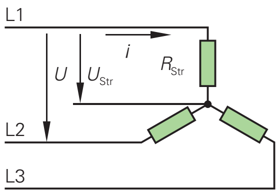
Exemplo: $P = 4$ kW, $t = 30$ min

$W = P \cdot t = 4\text{ kW} \cdot 0{,}5\text{ h}$

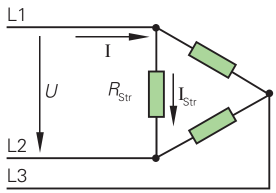
$W = 2\text{ kWh}$

Ligação triângulo-estrela (corrente alternada trifásica)

Ligação estrela Y



Ligação triângulo Δ



Ligação estrela

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{Str}$$

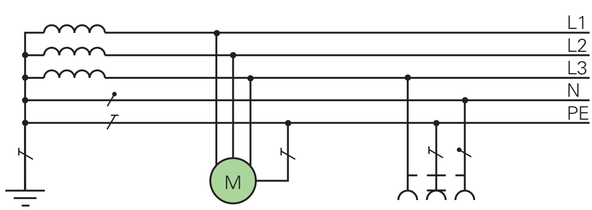
Ligação triângulo

$$I = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$

$$P_Y : P_\Delta = 1 : 3$$

Formato da rede (usual) e Tensões

Rede TN-S



Significado:
- T Aterramento direto de, no mínimo, um ponto na rede
- N Condutor neutro conectado em algum lugar com o condutor de proteção
- S N e PE separados no respectivo setor da rede

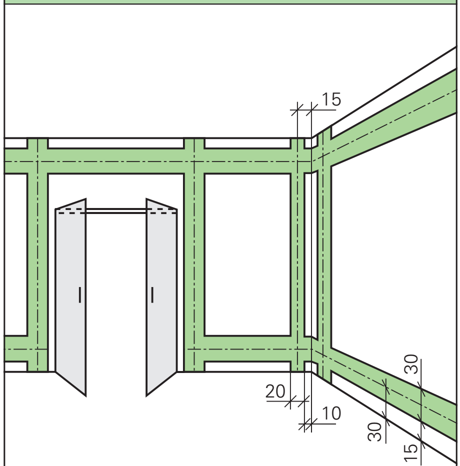
Tensão nominal (DIN IEC 38): **230/400 V**

1.18 Eletrotécnica

Símbolos de circuito para esquemas de instalação (seleção conforme DIN 40900)

	Condutor sobre o reboco		Interruptor, um polo
	Condutor no reboco		Grupo de interruptores
	Condutor sob o reboco		Interruptor em série
	Condutor em tubo		Comutador
	Condutor para telefone		Tecla
	Condutor para interfone		Regulador para iluminação
	Condutor para cima		Tomada simples com contato de proteção
	Condutor para baixo	3	Tomada múltipla, p.ex., 3 tomadas
	Tomada, genérica	3/N/P	Tomada de proteção para corrente trifásica
	Caixa de conexão trifásica doméstica		Saída para lâmpada, genérica
	Distribuição	5x20W	Trilho de lâmpadas, p.ex., com 5 lâmpadas
	Quadro de medidor	E	Aparelho elétrico, genérico

Zonas de instalação (excerto da DIN 18015)



Para a instalação imperceptível dos condutores elétricos em recintos sem superfície de trabalho nas paredes:

zonas de instalação horizontais	30 cm de largura
zonas de instalação verticais	20 cm de largura

Os interruptores devem ser instalados preferencialmente 105 cm sobre OFF ao lado das portas.

Instalação especial

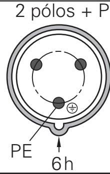
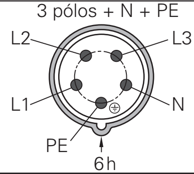
Aplicação	Instalação	Observação
Construções em armações de madeira e derivados, p.ex., paredes divisórias Instalação ergue-se no espaço vazio	Mini distribuidor Tomadas de conexão e para aparelhos	VDE 0606 ou Revestimento com 12 mm silicato-amianto ou Revestimento com 100 mm de lã de vidro ou de rocha
	Equipamentos	Montados em caixas, não apenas fixados com grampos
	Cabos e condutores	Revestimento plástico retardante de chama, condutores NYIF não são permitidos, alívio de tração e empuxo

Abreviações usadas em equipamentos elétricos

GS geprüfte Sicherheit	"Segurança comprovada" selo de segurança da legislação de proteção de máquinas
DVE	Selo de inspeção VDE
	Classe de proteção I: medidas de proteção com condutor de proteção Classe de proteção II: isolamento de proteção Classe de proteção III: tensão de proteção extrabaixa

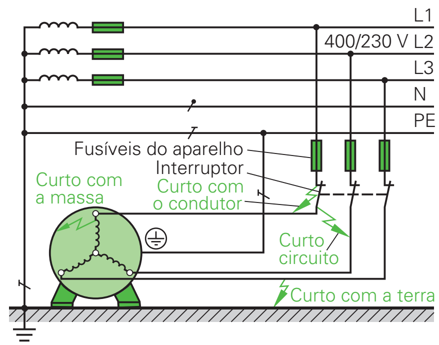
Tomadas CEE (de uso comum)

Tensão 50 V ... 750 V
Correntes nominais 16 A, 32 A, 63 A, 125 A
Localização do contato de proteção conforme posição do ponteiro das horas, p.ex., 6 h, dependendo da tenção e corrente

2 pólos + PE	3 pólos + N + PE
	

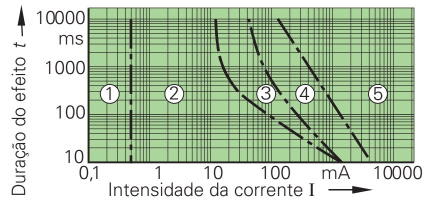
1.18 Eletrotécnica

Tipos de falhas em instalações elétricas



Curto-circuito, curto com a massa, curto com a terra

Efeitos fisiológicos



A corrente contínua não é tão perigosa quanto a corrente alternada.

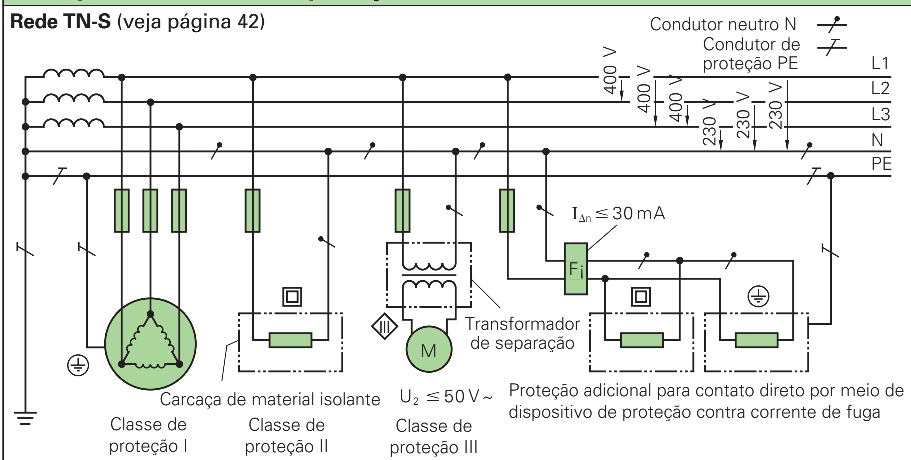
1 Imperceptível
2 Nenhum efeito danoso
3 Ainda não ocorre fibrilação ventricular
4 Possível fibrilação ventricular
5 Provável fibrilação ventricular

Medidas de proteção (apenas as medidas mais importantes)

Tipo de contato	Medidas	Observações
Direto	Isolamento das peças ativas Afastamento, cobertura etc.	O contato com peças condutoras de tensão é evitado. Alimentação por fontes exclusivas com tensão máxima AC 25V ou DC 60V
Indireto	Isolamento básico, adicionalmente uso de **tensão extrabaixa**	Como no contato direto mas AC 50V e DC 120 V Classe de proteção III
	Isolamento básico e **isolamento de proteção**	Isolamento adicional ao isolamento básico Classe de proteção II
	Isolamento básico e **condutor de proteção**	Corpos condutores precisam ser conectados a um condutor de proteção; no caso de falha, o equipamento deve ser desligado em tempo especificado. Classe de proteção I
Adicional	Dispositivo de proteção contra **corrente de fuga**	Complementação das medidas contra contato direto, não admissível como medida isolada.

Exemplos de medidas de proteção

Rede TN-S (veja página 42)



1.19 Fundamentos de química

Conceitos básicos da química	
Conceito	Explicação
Átomo	A menor partícula a que um elemento pode ser quimicamente decomposto.
Valência	• Número de elétrons que um átomo pode dar ou receber na combinação com outro átomo. • Número dos átomos de hidrogênio com os quais um átomo pode fixar ou substituir.
Elemento (substância básica)	Substância que não pode mais ser decomposta por meios químicos. Existem 92 elementos naturais e 13 produzidos artificialmente por meio de transformação atômica.
Química	A química se ocupa com a síntese ou com a análise das substâncias e de suas propriedades mutáveis.
Composto químico	Substância elaborada a partir de vários elementos que possui propriedades inteiramente diversas destes.
Molécula	A menor unidade de um composto químico ou grupo atômico, constituída por vários átomos.
Macromolécula	Molécula muito grande, constituída por muitos monômeros.
Síntese	Produção (elaboração) de um composto químico.
Análise	Decomposição de um composto químico (também a determinação da sua composição).
Oxidação	• Combinação de uma substância com o oxigênio • Remoção de elétrons de um átomo ou íon
Redução	• Subtração de oxigênio • Adição de elétrons a um átomo ou íon
Mistura	Associação de duas ou mais substâncias em proporções arbitrárias.
Dispersão	Misturas nas quais as substâncias não se encontram diluídas, mas, sim, apenas distribuídas.
Solução	Um líquido no qual se encontram bem distribuídas (como moléculas individuais) uma ou mais substâncias.
Liga	Soluções sólidas de metais que foram diluídos entre si em estado de fusão.
Ácido	Compostos capazes de acumular íons positivos de hidrogênio.
Base (lixívia)	Compostos que em solução podem formar íons hidróxidos; lixívia é a solução de uma base em água.
Sal	Compostos que contém íons metálicos positivos ou íons NH4 e íons negativos residuais de ácidos.
Valor pH	O valor indica quão ácida ou básica é uma solução. A água destilada possui um valor pH = 7 (neutro).

TABELA PERIÓDICA DOS ELEMENTOS

A tabela periódica dos elementos fornece informações sobre a valência, sobre a massa atômica e sobre a estrutura dos átomos.

Explicação:

26 Ferro II, III Fe 55, 847	
	Número atômico = número de prótons e número de elétrons
	Nome do elemento
	Valência do elemento
	Símbolo do elemento
	Massa atômica

103 Lawren-cium Lr	
	Número dos períodos = número de camadas de elétrons
	Número do grupo = número de elétrons na camada externa
	Letra vazada = elemento produzido artificialmente

Períodos	I	II	III a	IV a	V a	VI a	VII a	VIII a	VIII a	VIII a	I a	II a	III	IV	V	VI	VII	VIII
	Grupos principais		Grupos secundários										Grupos principais					
1.	1 Hidrogênio I H 1,00797																	2 Hélio 0 He 4,0026
2.	3 Lítio I Li 6,639	4 Berílio II Be 9,0122											5 Boro III B 10,81	6 Carbono ± IV, II C 12,01115	7 Nitrogênio ± III, V, IV, II N 14,0067	8 Oxigênio –II O 15,9994	9 Flúor –I F 18,9984	10 Neônio 0 Ne 20,183
3.	11 Sódio I Na 22,9898	12 Magnésio II Mg 24,312											13 Alumínio III Al 26,9815	14 Silício IV Si 28,086	15 Fósforo ± III, V, IV P 30,9738	16 Enxofre ± II, IV, VI S 32,064	17 Cloro ± I, III, V, VII Cl 35,453	18 Argônio 0 Ar 39,948
4.	19 Potássio I K 39,10	20 Cálcio II Ca 40,08	21 Escândio III Sc 44,96	22 Titânio IV, III Ti 47,90	23 Vanádio V, IV, II V 50,942	24 Cromo VI, III, II Cr 51,996	25 Manganês II, III, IV, VI, VII Mn 54,938	26 Ferro II, III Fe 55,847	27 Cobalto II, III Co 58,933	28 Níquel II, III Ni 58,71	29 Cobre II, I Cu 63,54	30 Zinco II Zn 65,37	31 Gálio III Ga 69,72	32 Germânio IV Ge 72,59	33 Arsênio III, V As 74,922	34 Selênio IV, II, VI Se 78,96	35 Bromo I, V Br 79,909	36 Criptônio 0, II Kr 83,80
5.	37 Rubídio I Rb 85,47	38 Estrôncio II Sr 87,62	39 Ítrio III Y 88,905	40 Zircônio IV Zr 91,22	41 Nióbio V, III Nb 92,906	42 Molibdênio VI, V, IV, III, II Mo 95,94	43 Tecnécio VII Tc (98)	44 Rutênio III, IV Ru 101,07	45 Ródio II, III Rh 102,905	46 Paládio II, IV Pd 106,4	47 Prata I Ag 107,87	48 Cádmio II Cd 112,40	49 Irídio III In 114,82	50 Estanho IV, II Sn 118,69	51 Antimônio ± III, V Sb 121,75	52 Telúrio –II, IV, VI Te 127,6	53 Iodo ± I, V, VII I 126,9	54 Xenônio 0, III Xe 131,3
6.	55 Césio I Cs 132,905	56 Bário II Ba 137,34	57 Lantânio III La 138,91	72 Háfnio IV Hf 178,49	73 Tântalo V Ta 180,948	74 Tungstênio VI, V, IV, III, II W 183,85	75 Rênio VII, VI, IV, II, –I Re 186,2	76 Ósmio IV, II, III, VI, VIII Os 190,2	77 Irídio IV, II, III, VI Ir 192,2	78 Platina IV, II Pt 195,09	79 Ouro III, I Au 196,967	80 Mercúrio II, I Hg 200,59	81 Tálio I, III Tl 204,37	82 Chumbo Pb 207,19	83 Bismuto III, V Bi 208,98	84 Polônio II, IV Po (210)	85 Astato ± I, III, V At (210)	86 Radônio 0 Rn (222)
7.	87 Frâncio I Fr (223)	88 Rádio II Ra (226)	89 Actínio III Ac (227)	104 Kurtscha-tovium IV Ku (261)	105 Hahnium V Ha (262)													

Série dos lantanídeos	58 Cério III, IV Ce 140,12	59 Praseodímio III, IV Pr 140,907	60 Neodímio III Nd 144,24	61 Promécio III Pm (147)	62 Samário III, II Sm 150,35	63 Európio III, II Eu 151,96	64 Gadolínio III Gd 157,25	65 Térbio III, IV Tb 158,924	66 Disprósio III Dy 162,50	67 Hólmio III Ho 164,93	68 Érbio III Er 167,26	69 Túlio III, II Tm 168,93	70 Itérbio III, II Yb 173,04	70 Lutécio III Lu 174,970
Série dos actinídeos	90 Tório IV Th 232,04	91 Protactínio V, IV Pa (231)	92 Urânio VI, V, IV, III U 238,03	93 Netúnio VI, V, IV, III Np (237)	94 Plutônio IV, VI, V, III Pu (242)	95 Américio III, IV, V, VI Am (243)	96 Cúrio III Cm (247)	97 Berquélio III, IV Bk (247)	98 Califórnio III Cf (249)	99 Einstênio Es (254)	100 Férmio Fm	101 Mendelévi Md	102 Nobélio No	103 Laurêncio Lr

1.19 Fundamentos de química

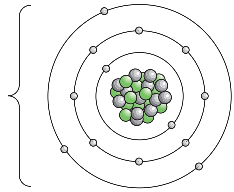
Estrutura atômica dos elementos químicos

Componentes do átomo	
Próton	Componente do núcleo com massa de $1{,}6725 \cdot 10^{-24}$ g e carga elementar positiva
Nêutron	Componente do núcleo com massa de $1{,}6748 \cdot 10^{-24}$ g e sem carga elétrica
Elétron	Partícula do envoltório do átomo com massa em repouso de $9{,}1089 \cdot 10^{-28}$ g e carga elementar negativa

Número atômico = número de prótons + nêutrons
Número de prótons = número de ordem na tabela periódica

Modelo atômico de Rutherford-Bohr

Exemplo: Alumínio



Símbolo:
Número de prótons — 13
Número atômico — 27
Al — Símbolo químico

Elementos (seleção pela sequência do número de ordem)

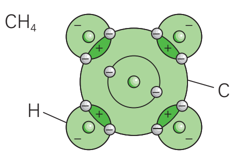
Hidrogênio	**H**	gás incolor, inodoro
Carbono	**C**	sólido: diamante, grafite, carvão
Nitrogênio	**N**	gás incolor, inodoro
Oxigênio	**O**	gás incolor, inodoro
Flúor	**F**	gás amarelo muito venenoso
Sódio	**Na**	metal mole de fácil inflamação
Magnésio	**Mg**	metal de fácil inflamação
Alumínio	**Al**	metal leve maleável
Silício	**Si**	substância sólida, de difícil inflamação
Fósforo	**P**	substância venenosa, sólida, inflamável
Enxofre	**S**	substância amarela, sólida
Cloro	**Cl**	gás de cor verde, odor sufocante

Potássio	**K**	metal mole de fácil inflamação
Cálcio	**Ca**	metal mole, solúvel em água
Titânio	**Ti**	metal leve muito duro
Cromo	**Cr**	metal resistente à corrosão
Ferro	**Fe**	metal pesado, quebradiço, magnético
Níquel	**Ni**	metal pesado resistente à corrosão
Cobre	**Cu**	metal vermelho vivo, boa condutividade elétrica
Zinco	**Zn**	metal branco-azulado
Prata	**Ag**	metal nobre, condutividade elétrica extremamente alta
Estanho	**Sn**	metal branco-prata
Ouro	**Au**	metal mole, amarelo avermelhado
Chumbo	**Pb**	metal pesado branco

Ligações químicas

Ligações por par de elétrons

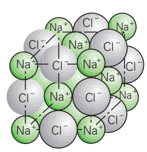
Não metal + não metal



A camada externa dos parceiros na ligação não é completamente ocupada por elétrons. Pelo compartilhamento de elétrons ocorre um equilíbrio e, consequentemente, uma ligação.

Ligação iônica

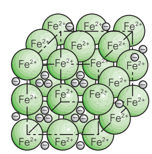
Metal + não metal



Na transferência ou recebimento de elétrons são gerados íons. Devido às cargas opostas dos íons, formam-se forças de atração entre eles em todas direções e com isso, os cristais.

Ligação metálica

Metal + Metal



Nos metais em estado sólido os elétrons se deslocam livremente (nuvem de elétrons). A ligação metálica se baseia na atração entre os resíduos atômicos positivos e a nuvem de elétrons. São criados cristais.

1.19 Fundamentos de química

Ligações orgânicas (resumo)

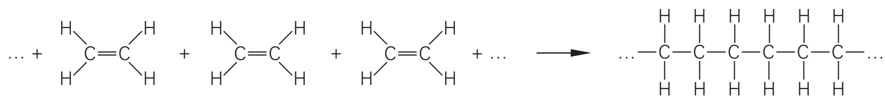
Nome do grupo	Arranjo atômico típico/ Grupo de funções		Exemplo
Alcanos	$\mathrm{C-C}$	Ligação simples	Etano, metano, propano, butano, pentano; Alcanos halogenados: triclorometano, tetracloroetano.
Alquenos	$\mathrm{C=C}$	Ligação dupla	Eteno, propeno, buteno, butadieno
Alquinos	$\mathrm{C\equiv C}$	Ligação tripla	Etino (acetileno), butino, propino
Aromáticos		Anel benzeno	Benzol, naftalina, toluol, estirol, fenol
Alcoóis	$\mathrm{-OH}$	Grupo hidroxila	Metanol, etanol, propanol, butanol, pentanol, álcool (etanol e aditivos)
Aldeídos	$\mathrm{-C(=O)-H}$	Grupo aldeído	Metanal, (formaldeído), etanal
Cetonas	$\mathrm{-C(=O)-}$	Grupo cabonila	Acetona, butanona, ciclo-hexanona
Ésteres	$\mathrm{-C(=O)-O-}$	Grupo éster	Éster metílico do ácido etano, éster metílico do ácido buteno, éster metílico do ácido butano
Éter	$\mathrm{-O-}$		Éter dietílico, metilglicol e butilglicol
Aminas	$\mathrm{-NH_2}$	Grupo amina	Ureia, anilina

Ligações macromoleculares

Macromoléculas são combinações de **monômeros** (moléculas individuais) com diversos mecanismos de reação. Como estas substâncias são constituídas por um número muito grande de moléculas individuais elas são chamadas de **polímeros**.

Polimerização

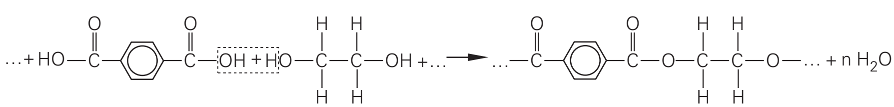
Monômeros insaturados são combinados em macromoléculas filamentares, pela quebra das ligações duplas – polimerizadas – Exemplo: Formação de polieteno (polietileno)



Eteno Eteno Eteno Polieteno (polietileno)

Policondensação

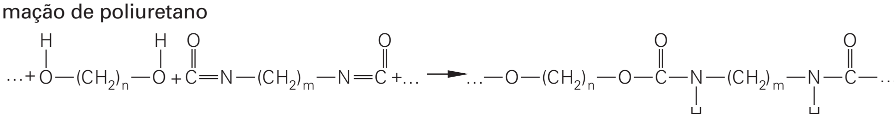
Diferentes tipos de moléculas se combinam, sob a desagregação de uma substância de baixo peso molecular, p.ex., água, em macromoléculas – policondensadas – Exemplo: formação de poliéster



Ácido tereftálico Etanodiol Poliéster Água

Poliadição

Macromoléculas – poliadicionadas – filamentosas ou espacialmente encadeadas são criadas a partir de monômeros iguais ou diferentes, sem a desagregação de subprodutos. Exemplo: Formação de poliuretano



Diol Di-isocianato Poliuretano

1.19 Fundamentos de química

Óxidos (seleção)

Designação	Fórmula	Observação
Água	H_2O	combinação química mais disseminada na natureza (veja abaixo)
Peróxido de hidrogênio	H_2O_2	líquido pouco azulado, grande tendência à decomposição; H_2O_2 concentrado apresenta risco de explosão, soluções para branqueamento
Monóxido de carbono	CO	gás inodoro, incolor e muito venenoso, inflamável
Dióxido de carbono	CO_2	gás incolor, inodoro e não venenoso, não inflamável, 1,5 vezes mais pesado do que o ar, em elevadas proporções no ar dificulta a respiração
Óxido de ferro	Fe_2O_3	ocorre como ferrugem (substância vermelho amarronzada) e minério de ferro (hematita vermelha)

Química da água

A água que ocorre na natureza não é a água H_2O quimicamente pura, pelo contrário, ela contém uma série de substâncias.

A água quimicamente pura possui uma densidade (a 4 °C) de ϱ = 1 g/cm³ e é um líquido incolor, inodoro e insípido.

Faixa de dureza 1	
Mole	**…1,3 mmol/l**
Faixa de dureza 2	
Média	**1,3 mmol/l … 2,5 mmol/l**
Faixa de dureza 3	
Dura	**2,5 mmol/l … 3,8 mmol/l**
Faixa de dureza 4	
Muito dura	**3,8 mmol/l**

Substâncias presentes nas águas subterrâneas e superficiais

Substâncias insolúveis e coloidais (substâncias em suspensão)	Areia, argilas, silicatos, húmus, algas, bactérias, vírus
Substâncias dissolvidas em nível molecular:	
Não eletrólitos	Ácido silícico Húmus CO_2, O_2, N_2
Cátions	Na^+, Mg^{2+}, Ca^{2+}, K^+, Fe^{2+}, Mn^{2+}
Ânions	HCO_3^-, CO_3^{2-}, NO_3^-, SO_4^{2-}, HPO_4^{2-}

Valor pH

O valor pH (potencial de hidrogênio) é uma medida para a potência de uma base ou de um ácido. Ele indica a concentração dos íons H^+ em uma solução. Numa solução neutra (pH = 7) a quantidade de íons H^+ e de íons HO^- são iguais.

Tipo de solução	crescentemente ácida ←							neutra	crescentemente básica →						
Valor pH	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
concentração H^+ em g/l	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}	10^{-13}	10^{-14}
	forte			ácido			fraco	água	fraca			base			forte

Indicação: Os ácidos colorem o papel tornassol neutro de vermelho e as bases de azul.

1.19 Fundamentos de química

- **Ácidos**

Ácidos são soluções aquosas que contêm íons de hidrogênio. Formação dos ácidos:

Óxido não metálico + água	$\xrightarrow{\text{água}}$	**ácido**
Hidrogênio halógeno + água	$\longrightarrow$	**ácido**

Ácidos no tratamento da madeira		**Propriedades e aplicação**
Ácido acético	CH_3COOH	levemente volátil, para neutralização de resíduos de lixívia na madeira, diluído para remoção de penetrações de cola de caseína
Ácido tânico		extraído de substâncias vegetais – tanino, pirogalol, catequina, cautchu – presente em diversas madeiras (EI, NB)
Ácido oxálico		(bioxalato de potássio KHC_2O_4) venenoso, para branqueamento do carvalho e remoção de resíduos de cola de glutina
Ácido carbônico	H_2CO_3	surge da dissolução de gás CO_2 na água (umidade do ar), ácido muito fraco, remoção de penetrações de cola de glutina
Ácido oxálico	$(COOH)_2$	muito venenoso, comercializado na forma cristalina, branqueamento de madeiras com teor de tanino
Ácido clorídrico	HCl	venenoso, corrosivo, incolor, diluído para neutralização de resíduos de lixívia, ácido diluído e isento de ferro para remoção de manchas, branqueamento de madeiras resinosas
Ácido sulfúrico	H_2SO_4	ácido forte, transparente, oleoso, fluido pesado, altamente corrosivo e ataca a maioria dos metais
Ácido cítrico	$C_6H_8O_7$	não venenoso, branqueamento de madeiras com teor de tanino

- **Lixívias (bases)**

Lixívias são soluções aquosas de hidróxidos metálicos. Formação das lixívias:

Óxido metálico + água	$\xrightarrow{\text{água}}$	**lixívia**
Metal comum + água	$\xrightarrow{\text{água}}$	**lixívia + hidrogênio**

Lixívias no tratamento da madeira		**Propriedades e aplicação**
Lixívia de cal	$Ca(OH)_2$	fraca, dá manchas escuras em madeiras com teor de tanino
Lixívia de potassa	KOH	(potassa cáustica) mesmas propriedades da lixívia de soda
Lixívia de soda	$NaOH$	(soda cáustica) lixívia forte, para lixiviação de madeira de carvalho, ataca a maioria dos metais e o vidro
Amônia	NH_4OH	(água amoniacal), lixívia fraca, para fumigação de madeira de carvalho, aditivo no branqueamento

As bases são lixívias concentradas por evaporação, portanto substâncias sólidas.

- **Sais**

Os sais consistem de um íon de metal e de um íon de ácido. Formação dos sais:

→ Neutralização de um ácido com uma lixívia
→ Combinação de metal com restos de ácido
→ Efeito de um ácido sobre um metal ou óxido de metal
→ Reações de sais diferentes

Sais	**Exemplo**	**Sais**	**Exemplo**
Carbonatos	Carbonato de cálcio $CaCO_3$ (calcário) carbonato de potássio K_2CO_3 (potássio) e carbonato de sódio Na_2CO_3 (soda) para decapagem	Nitratos	Nitrato de potássio KNO_3+ (fertilizante), nitrato de prata $AGNO_3$+
		Fosfatos	Fosfato de cálcio $Ca_3(PO_4)_2$
Cloretos	Cloreto de cálcio $CaCl_2$, Cloreto de sódio NaCl (sal de cozinha)	Silicatos	Silicato de alumínio $Al_2(SiO_2)_3$
Cromatos	Cromato de potássio K_2CrO_4 e bicromato de potássio $K_2Cr_2O_7$ para decapagem	Sulfatos	Sulfato de cobre $CuSO_4$ (vitríolo azul) para decapagem, sulfato de cálcio $CaSO_4$ (gesso)
Fluoretos	Fluoreto de cálcio CaF_2 (fluorita)	Sulfitos	Sulfito de sódio Na_2SO_3

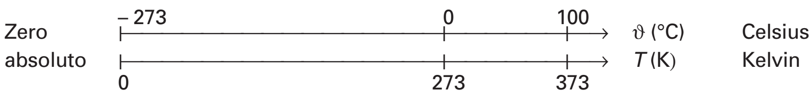
1.20 Tecnologia do calor

Temperatura e calor

Calor é uma forma de energia – energia cinética das moléculas.
unidade: 1 J (Joule) = 1 Ws = 1 Nm

Temperatura é a condição térmica de um corpo.

Escalas de temperatura



Conversão: $T = 273\ \text{K} + \vartheta$

Diferenças de temperatura são indicadas em Kelvin, p.ex., $\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = 45\,°\text{C} - 20\ °\text{C} = 25\ \text{K}$

Temperatura normal: $\vartheta_n = 0\ °\text{C}$; $T_n = 273{,}15\ \text{K}$ Pressão normal: $p_n = 1013\ \text{hPa} = 1{,}013\ \text{bar}$

Ponto de inflamação é temperatura na qual um corpo gera gases inflamáveis.

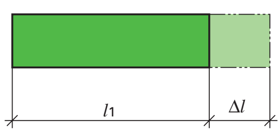
Temperatura crítica é a temperatura acima da qual um gás, mesmo com a elevação da pressão, não mais se liquidifica

Quantidades de temperatura

na alteração da temperatura	**na fusão e vaporização**	**através da combustão**
Quantidade de calor $$Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$ c Capacidade térmica específica em kJ/kg · K	Calor de fusão e de vaporização $$Q = q \cdot m$$ $$Q = r \cdot m$$ q, r Calor específico de fusão e calor específico de vaporização em kJ/kg	Calor de combustão $$Q = H \cdot m$$ $$Q = H \cdot V$$ H Poder calorífico específico em MJ/kg ou MJ/m³ para gases
Valores característicos dos materiais para c veja página 160	Valores característicos de q e r em kJ/kg (seleção): — q / r Ferro 332 / – Alumínio 356 / – Aço 205 / – Água – / 2256 Gasolina – / 419 Álcool 95% – / 854	Valores característicos de H (seleção): Madeira 15 MJ/kg ...17 MJ/kg Carvão mineral 30 MJ/kg ... 34 MJ/kg Óleo combustível 40 MJ/kg ... 43 MJ/kg Gasolina 43 MJ/kg Gás natural 34 MJ/m³ ... 36 MJ/m³ Acetileno 57 MJ/m³

Dilatação por calor

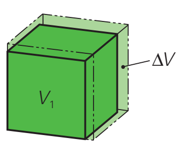
Dilatação linear



$$\Delta l = \alpha \cdot l_1 \cdot \Delta\vartheta$$

Δl Dilatação linear
l_1 Comprimento inicial
$\Delta\vartheta$ Alteração na temperatura
α Coeficiente de dilatação linear (valores característicos dos materiais, veja página 152)

Dilatação volumétrica



$$\Delta V = \gamma \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta$$

ΔV Dilatação volumétrica
V_1 Volume inicial
$\Delta\vartheta$ Alteração na temperatura
γ Coeficiente de dilatação volumétrica (valores característicos dos materiais, veja página 162)
para materiais sólidos $\gamma \approx 3\alpha$

1.21 Fundamentos de acústica

Termos técnicos do som

Termo	Explicação		
Som	Vibrações mecânicas produzidas por um corpo com propriedade vibratória e que se propagam em meios sólidos, líquidos e gasosos.		
Frequência *f*	Número de vibrações por segundo, unidade 1/s = 1 Hz (Hertz) A altura do tom depende da frequência – frequência alta = tom mais alto		
		Faixa audível	
	infrassom 0 Hz … 16 Hz	Som normal 16 Hz … 16 kHz	Ultrassom > 16 kHz
Comprimento de onda λ	Uma vibração sonora, comprimento de onda λ = velocidade de propagação/frequência $\lambda = c/f$ em m		
Velocidade de Propagação *c*	Também velocidade do som; é diferente em meios diferentes, p.ex., em madeira dura 3400 m/s, vidro 5200 m/s, aço 5000 m/s, água 1450 m/s, ar 340 m/s		
Tipo de som Propagação	**Som do ar** por meio da vibração de moléculas de ar	**Som de sólidos** em corpos sólidos	**Som de passos** ao andar sobre uma cobertura ou piso
Barulho Ruído	Som composto de diversos tons. Barulho incômodo e irritante.		

Pressão sonora, nível do som

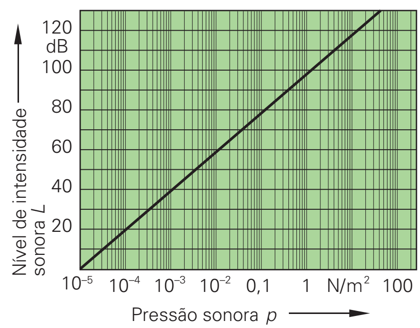
A **pressão sonora** *p* é uma pressão alternada gerada por vibrações que se sobrepõe à pressão atmosférica.
Unidade: 1 N/m² = 10 µbar

O **nível do som** é uma medida da intensidade do som. A grandeza de referência é o limiar auditivo do ouvido humano de $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ N/m² ($2 \cdot 10^{-4}$ μbar) a uma frequência *f* de 1000 Hz.

Unidade: Decibel (dB)

$$L = 20 \lg \frac{p}{p_0}$$

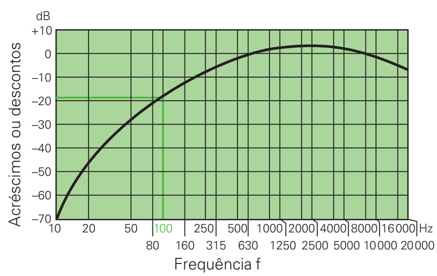
Explicação: um nível de som de, p.ex., 50 dB, significa que a intensidade do som é 316 vezes a pressão sonora capaz de provocar uma sensação auditiva. Um aumento de 10 dB no nível do som dobra a sensação subjetiva da intensidade dele.



Nível de intensidade sonora L em função da pressão sonora

A **intensidade do som** é uma grandeza subjetiva e leva em conta a peculiaridade individual do ouvido humano, que percebe a intensidade dos tons em dependência da frequência deles. **Unidade: fon**
É difícil medir com exatidão a intensidade do som, por isso os barulhos são determinados por um **nível de intensidade sonora padronizado**, em dB(A), sendo os valores medidos corrigidos pela curva padronizada **A** (DIN 45633).

dB (A)	Limites de intensidade sonora/barulho
0 … 6	Limiar de audição
35	Limite superior de barulho noturno em áreas residenciais/conversação em voz baixa
45	Limite superior do barulho diurno em áreas residenciais/entretenimento normal
65	Início de danos ao sistema nervoso vegetativo/rua barulhenta
90	Início dos danos auditivos/serra circular
120	Limiar da dor/avião a motor (3 m)



Curva padronizada *A* para correção do nível de intensidade sonora

Exemplo: Valor de correção 19 dB (pela curva)
Nível de intensidade sonora A:
(70 – 19) dB = 51 dB(A)