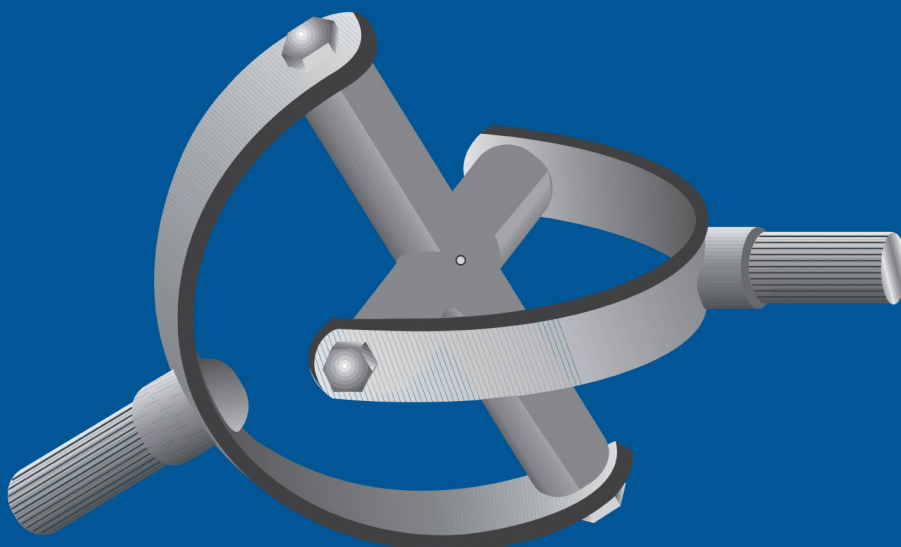


LUIS NOVAES FERREIRA FRANÇA  
AMADEU ZENJIRO MATSUMURA

# Mecânica Geral



3ª edição revista e ampliada

com Introdução à Mecânica Analítica  
e exercícios resolvidos

**Blucher**



# **MECÂNICA GERAL**

Com introdução à  
**MECÂNICA ANALÍTICA**  
e exercícios resolvidos

**Blucher**

**LUIS NOVAES FERREIRA FRANÇA**

Doutor em Engenharia – Escola Politécnica – USP  
Livre-Docente junto ao Depto. Eng. Mecânica – Escola Politécnica – USP  
Ex-Professor Titular de “Mecânica Geral” – Escola Politécnica – USP  
Ex-Professor da Escola de Engenharia Mauá – IMT  
e da Faculdade de Engenharia Industrial – FEI

**AMADEU ZENJIRO MATSUMURA**

Mestre em Engenharia – Escola Politécnica – USP  
Licenciado em Matemática – Universidade Mackenzie  
Ex-Professor Pleno da Escola de Engenharia Mauá – IMT



# **MECÂNICA GERAL**

Com introdução à  
**MECÂNICA ANALÍTICA**  
e exercícios resolvidos

*3.<sup>a</sup> edição, revista e ampliada*

*Mecânica geral*

com introdução à Mecânica analítica e exercícios resolvidos

© 2011 Luis Novaes Ferreira França

Amadeu Zenjiro Matsumura

1ª reimpressão – 2012

Editora Edgard Blücher Ltda.

Capa:

Douglas Watanabe

Conjunto 31 Criação e Design

---

# Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar

04531-012 – São Paulo – SP – Brasil

Tel 55 11 3078-5366

**contato@blucher.com.br**

**www.blucher.com.br**

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed.  
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios, sem autorização escrita da Editora.

---

Todos os direitos reservados pela Editora  
Edgard Blücher Ltda.

---

## FICHA CATALOGRÁFICA

França, Luis Novaes Ferreira

Mecânica geral / Luis Novaes Ferreira França,  
Amadeu Zenjiro Matsumura. – 3. ed. – São Paulo:  
Blucher, 2011.

### Bibliografia

ISBN 978-85-212-0578-4

1. Mecânica – Estudo e ensino I Matsumura,  
Amadeu Zenjiro. II. Título

11-06094

CDD-531.02462

---

### Índices para catálogo sistemático:

1. Mecânica para engenheiros 531.02462

*“Se vi mais do que Descartes, foi por estar apoiado sobre ombros de gigantes.”*

*NEWTON*

*(Em carta a Hooke, provavelmente referindo-se  
a Galileu, Copérnico e Kepler)*

*“Não sei que impressão terei dado ao mundo, mas, para mim, penso não ter sido  
mais que uma criança que brinca na praia, divertindo-se em encontrar de vez em  
quando uma pedrinha mais lisa ou uma conchinha mais bela, enquanto, diante de  
mim, o grande oceano da verdade se estende desconhecido...”*

*NEWTON*

*(Pouco antes de morrer)*



# Prefácio à 3.<sup>a</sup> edição

---

O célebre matemático J. L. LAGRANGE publicou, em 1788, a sua “Mécanique Analytique”, na qual expôs a Mecânica Clássica como um ramo da Análise Matemática.

Os problemas de Mecânica Clássica e, em particular, três séculos de pesquisa em Mecânica Celeste estimularam o desenvolvimento de grande parte da matemática que conhecemos atualmente. Não é uma coincidência o fato de ilustres nomes da Mecânica – Newton, Euler, Lagrange, Gauss, Poisson, Hamilton – terem sido todos grandes matemáticos.

Esta edição contém dois capítulos novos. No Capítulo 14, de Introdução à Mecânica Analítica, vê-se que esta disciplina permite equacionar problemas partindo apenas das expressões das Energias, Cinética e Potencial. Isto será evidenciado nesta edição com a exposição de problemas simples. O Capítulo 15 consta de exercícios suplementares.

Nestes dois últimos capítulos a representação de grandezas vetoriais está modificada; não são usadas setas encimando os vetores e sim empregando o tipo negrito.

Na presente edição foram corrigidas as respostas do exemplo 10.5 e parte da solução do exemplo 12.3

*Os autores*



# Prefácio à 2.<sup>a</sup> edição

---

Foram feitas correções sobre a 1.<sup>a</sup> edição.

Agradecemos aos Professores da Escola Politécnica – USP, que lecionaram “Mecânica Geral” e, em particular, ao Prof. Dr. Roberto Martins de Souza, que apontaram erros existentes na 1.<sup>a</sup> edição, notadamente em respostas de exercícios.

Os autores

# Prefácio

---

Como ex-aluno e agora professor da Escola Politécnica, não há como deixar de reconhecer na presente obra toda a cultura e a tradição do ensino da Mecânica, em outros tempos denominada Mecânica Racional. Dentro desta tradição, o Professor Luis Novaes Ferreira França ocupa lugar de destaque, a um só tempo ímpar e ilustre. Ímpar por sua história de dedicação ininterrupta ao ensino desta disciplina ao longo de cinquenta anos. Ilustre, porque poucos chegam a ser, como o Prof. França, um verdadeiro mestre. Mais do que sabedoria, um verdadeiro mestre transmite simplicidade e humildade, tem o senso do por que estudar, do por que saber. Nas palavras de São Bernardo, conforme citado por Juan C. Egaña Arancibia, em recente defesa de tese de doutoramento em Matemática Aplicada junto à USP: “Um homem pode estudar por cinco razões. Para saber. Para mostrar que sabe. Para justificar sua ganância. Para instruir o próximo. Para instruir a si mesmo. Saber, por saber, é mera curiosidade. Saber, para mostrar que sabe, é vaidade. Saber, por dinheiro, ou honrarias, é comércio culpável. Saber, para instruir o próximo, é caridade. Saber, para instruir-se a si mesmo, é humildade. Somente os dois últimos não abusam da ciência, porque estudam para o bem”.

Curiosamente, coube ao ilustríssimo Professor Amadeu Zenjiro Matsumura compartilhar a autoria da presente obra. Enfatizo curiosamente, porque, se por um lado, foi com o Professor França que, no início de 1970 iniciava meus estudos de Mecânica Geral, foi através das aulas do Professor Amadeu e suas “lousas fantásticas” que definitivamente tomei gosto por esta que é uma das mais belas disciplinas da Ciência. Quinze anos depois, ingressando como docente na Escola Politécnica, para lecionar a disciplina de Mecânica Geral, tive a oportunidade e o privilégio de conviver e aprender com o mestre e amigo França. Dez anos mais de lições de Mecânica, lições de princípios, lições de conduta, lições de vida.

Ironicamente, cabe-me agora a difícil tarefa do discípulo a comentar a obra dos mestres. Muito embora arriscando-me à superficialidade, vejo-a abrangente, concisa e objetiva. Conceitual, repleta de discussões de funda-

mentos, sem contudo penetrar no discutível caminho do rigor matemático excessivo, por vezes impróprio em um primeiro texto de formação. De redação fluente e precisa, notação leve e clássica, merece lugar na biblioteca do estudante das ciências mecânicas e das engenharias. Os exercícios propostos complementam de forma adequada o texto expositivo. Particularmente interessantes são as ilustrações que espelham de forma fidedigna as já mencionadas “lousas do Professor Amadeu”. A bibliografia é, a um só tempo, clássica e equilibrada, norteadora o aluno pela história da Mecânica e pelo caminho de grandes didatas e mecanicistas do século XX. Em suma, um texto com conteúdo, enriquecido pela simplicidade e concisão de exposição que apenas nos grandes mestres podemos encontrar.

Celso Pupo Pesce  
Professor Titular  
do Departamento de Engenharia Mecânica  
da Escola Politécnica da USP,  
na especialidade “Ciências e Tecnologia Mecânicas”.

# Introdução

---

A Mecânica Clássica, a justo título, é considerada uma construção principalmente devida a Newton. Na realidade, resultou de uma lenta elaboração que ocupou os maiores físicos e matemáticos de todos os tempos, de Arquimedes a Poincaré.

Com o aparecimento da Teoria da Relatividade e da Mecânica Quântica, a Mecânica Clássica, embora continuando uma disciplina indispensável nos cursos de Engenharia, tornou-se, num certo sentido, praticamente fechada a pesquisas novas.

Sempre é possível, entretanto, apresentar as mesmas ideias sob uma nova roupagem, que seja simples e concisa, adequada a estudantes dos vários ramos da Engenharia.

A justificativa do livro resulta assim de um esforço para apresentar a matéria, em nível de graduação, em um ano letivo; ao mesmo tempo dar uma base sólida aos estudantes que desejarem se aperfeiçoar em cursos de especialização e pós-graduação.

Pretendo, assim, dar uma contribuição didática ao ensino da Mecânica, baseada em minha experiência de 47 anos lecionando esta disciplina na Escola Politécnica da USP.

Do meu ponto de vista, o pré-requisito fundamental para uma introdução à Mecânica é simplesmente a Álgebra Vetorial e ela é amplamente utilizada neste livro.

Mesmo o Cálculo Diferencial e Integral não irá exigir, do aluno, conhecimentos especiais para leitura deste volume. As integrais múltiplas que aparecem para justificar, corretamente, cálculos de baricentros e de momentos de inércia, são, a rigor, exercícios de Cálculo; poderão ser dispensados, a critério do professor que ministrar a matéria, pois seus resultados são de conhecimento geral, graças aos formulários de uso corrente.

Aproveito para agradecer, calorosamente, ao Prof. Dr. João Augusto Breves Filho, Professor Emérito da Escola Politécnica, a quem devo, de maneira especial, minha formação em Mecânica e em Matemática.

Todos os que tiveram o privilégio de terem sido alunos do Prof. Breves lembrar-se-ão de suas aulas brilhantes, magistrais no conteúdo e expostas com didática perfeita. Entre os excelentes professores que tive na Escola Politécnica, o Prof. Breves ocupa um lugar muito especial e sempre continua, para mim, uma figura inspiradora em minha carreira de professor.

Agradeço, muito especialmente, ao Prof. Breves, a permissão para utilizar suas notas de aula, nem sempre divulgadas com o destaque que merecem.

Acredito ser este um momento adequado para agradecer a outros ilustres Professores da Universidade de São Paulo, cujo contato me beneficiou e que contribuíram, de maneira especial, para meu aperfeiçoamento no campo científico. Menciono-os, em ordem alfabética, escusando-me de eventuais omissões:

Abrahão de Moraes, Alexandre Augusto Martins Rodrigues, Giorgio Eugenio Ocare Giacaglia, José Carlos Fernandes de Oliveira, Léo Roberto Borges Vieira, Mauro de Oliveira Cesar, Paulo Boulos, Waldyr Muniz Oliva...

Luis Novaes Ferreira França

# Conteúdo

---

<b>1— INTRODUÇÃO À MECÂNICA CLÁSSICA.....</b>	<b>17</b>
<b>2— FORÇAS E VETORES APLICADOS.....</b>	<b>21</b>
2.1— SISTEMAS DE FORÇAS .....	21
2.2— MOMENTOS DE UM SISTEMA DE FORÇAS.....	21
2.2.1— Momento em relação a um ponto .....	21
2.2.2— Fórmula de mudança de polo .....	23
2.2.3— Momento em relação a um eixo .....	23
2.2.4— Binário.....	26
2.3— SISTEMAS EQUIVALENTES E REDUÇÃO DE UM SISTEMA DE FORÇAS.....	27
2.3.1— Redução de um sistema de forças .....	28
2.3.2— Eixo central.....	32
<b>3— CENTRO DE FORÇAS PARALELAS — BARICENTROS.....</b>	<b>35</b>
3.1— INTRODUÇÃO.....	35
3.2— EXPRESSÕES CARTESIANAS .....	37
3.3— PROPRIEDADES DO BARICENTRO .....	37
3.4— MASSAS DISTRIBUÍDAS .....	41
3.5— TEOREMAS DE PAPPUS-GULDIN .....	43
<b>4— ESTÁTICA DOS SISTEMAS — ESTÁTICA DOS SÓLIDOS.....</b>	<b>51</b>
4.1— INTRODUÇÃO.....	51
4.2— POSTULADOS DA ESTÁTICA — FORÇAS EXTERNAS E INTERNAS.....	52
4.3— CONDIÇÕES NECESSÁRIAS AO EQUILÍBRIO .....	52
4.4— VÍNCULOS .....	53
4.4.1— Vínculos sem e com atrito.....	53
4.4.2— Principais tipos de vínculos, sem atrito, de um sólido .....	55
4.5— INTRODUÇÃO AOS PROBLEMAS DE ESTÁTICA .....	58
4.5.1— Sistemas planos.....	58
4.5.2— Sistemas isostáticos e hiperestáticos.....	59
4.5.3— Casos importantes de sistemas em equilíbrio .....	60
4.5.4— Treliças .....	64
4.5.5— Sistemas em equilíbrio contendo fios de peso desprezível .....	68

<b>5— ESTÁTICA DOS FIOS OU CABOS</b> .....	71
5.1— SISTEMAS FUNICULARES.....	71
5.2— CURVA DAS PONTES PÊNSEIS.....	78
5.3— CATENÁRIA.....	80
<b>6— CINEMÁTICA DOS SÓLIDOS</b> .....	89
6.1— INTRODUÇÃO E CINEMÁTICA DO PONTO.....	89
6.2— VELOCIDADE E ACELERAÇÃO.....	89
6.2.1— Expressão de $\vec{v}$ e $\vec{a}$ em coordenadas cartesianas.....	90
6.2.2— Expressões de $\vec{v}$ em coordenadas cilíndricas e polares.....	91
6.2.3— Expressões intrínsecas de $\vec{v}$ e de $\vec{a}$ .....	92
6.3— CINEMÁTICA DO SÓLIDO; PROPRIEDADE FUNDAMENTAL.....	94
6.4— MOVIMENTOS PARTICULARES DE UM SÓLIDO.....	95
6.4.1— Movimento de translação.....	95
6.4.2— Movimento de rotação.....	96
6.5— MOVIMENTO GERAL DE UM SÓLIDO.....	98
6.5.1— Consequências da fórmula fundamental (6.15).....	100
6.5.2— Eixo helicoidal instantâneo.....	100
6.5.3— Movimento plano.....	101
<b>7— COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS</b> .....	117
7.1— DEFINIÇÕES.....	117
7.2— COMPOSIÇÃO DE VELOCIDADES.....	118
7.3— COMPOSIÇÃO DE ACELERAÇÕES.....	119
7.4— COMPOSIÇÃO DE VETORES DE ROTAÇÃO.....	121
<b>8— LEIS DE ATRITO</b> .....	129
8.1— ATRITO DE ESCORREGAMENTO.....	129
8.2— ATRITO DE ROLAMENTO.....	145
8.3— ATRITO DE PIVOTAMENTO.....	146
8.4— ATRITO EM CORREIAS PLANAS.....	147
<b>9— DINÂMICA DO PONTO MATERIAL</b> .....	155
9.1— LEIS FUNDAMENTAIS DA MECÂNICA CLÁSSICA.....	155
9.2— MOVIMENTO RELATIVO A REFERENCIAIS NÃO INERCIAIS.....	156
9.2.1— Movimento em relação à Terra.....	159
9.3— TEOREMAS GERAIS DA DINÂMICA.....	164
9.3.1— Quantidade de movimento.....	164
9.3.2— Trabalho e Potência.....	165
9.3.3— Função Potencial e Energia Potencial.....	166
9.3.4— Energia Cinética.....	167
<b>10— DINÂMICA DOS SISTEMAS</b> .....	173
10.1—TEOREMA DO MOVIMENTO DO BARICENTRO.....	173
10.2—TEOREMA DA ENERGIA.....	177
10.2.1—Observações.....	177
10.2.2—Teorema (de König) sobre o cálculo da energia cinética de um sistema material.....	180
10.3—TEOREMA DO MOMENTO ANGULAR.....	181

<b>11—MOMENTOS E PRODUTOS DE INÉRCIA.....</b>	<b>185</b>
11.1—MOMENTO DE INÉRCIA.....	185
11.1.1—Sistemas planos.....	187
11.1.2—Translação de eixos para momentos de inércia .....	188
11.2—PRODUTOS DE INÉRCIA .....	193
11.2.1—Simetria em produtos de inércia.....	193
11.2.2—Translação de eixos para produtos de inércia.....	196
11.3—ROTAÇÃO DE EIXOS .....	196
11.3.1—Rotação de eixos para obtenção de um momento de inércia .....	196
11.3.2—Rotação de eixos para obtenção de um produto de inércia .....	198
11.4—MATRIZ DE INÉRCIA E EIXOS PRINCIPAIS.....	199
11.4.1—Elipsoide de inércia.....	200
<b>12—DINÂMICA DOS SÓLIDOS .....</b>	<b>205</b>
12.1—ENERGIA CINÉTICA DE UM SÓLIDO .....	205
12.2—MOMENTO ANGULAR DE UM SÓLIDO .....	206
12.2.1—Teorema do momento angular aplicado ao caso de um sólido .....	207
12.3—POTÊNCIA DAS FORÇAS APLICADAS A UM SÓLIDO .....	209
12.4—MOVIMENTO DE UM SÓLIDO EM TORNO DE UM EIXO FIXO.....	209
12.5—BALANCEAMENTO .....	211
12.6—GIROSCÓPIO E APLICAÇÕES .....	221
12.6.1—Introdução .....	221
12.6.2—Giroscópio.....	222
<b>13—IMPULSO E CHOQUE.....</b>	<b>227</b>
13.1—INTRODUÇÃO .....	227
13.2—TEOREMA DA RESULTANTE DOS IMPULSOS.....	228
13.3—TEOREMA DO MOMENTO DOS IMPULSOS.....	229
13.4—TEOREMA DO MOMENTO DOS IMPULSOS PARA O CASO DE UM SÓLIDO .....	230
13.4.1—Impulso sobre um sólido móvel em torno de um eixo fixo .....	235
13.4.2—Centro de percussão .....	237
13.5—COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO .....	239
13.5.1—Hipótese de Newton .....	240
13.5.2—Hipótese de Poisson.....	240
13.6—PERDA DE ENERGIA CINÉTICA: CHOQUE CENTRAL E DIRETO DE SÓLIDOS .....	242
<b>14—INTRODUÇÃO À MECÂNICA ANALÍTICA.....</b>	<b>245</b>
14.1—TIPOS DE VÍNCULOS.....	245
14.2—EQUAÇÃO DE D’ALEMBERT OU EQUAÇÃO GERAL DA DINÂMICA.....	248
14.2.1— Equação D’Alembert .....	250
14.2.2— Sistemas Holônomos – Coordenadas Generalizadas.....	251
14.2.3— Deslocamentos no caso de Sistemas Holônomos.....	253
14.3—EQUAÇÕES DE LAGRANGE .....	254
14.3.1— Caso de Sistemas Holônomos.....	254
14.3.2— Exemplos de cálculo de forças-generalizadas .....	257



14.3.3– Caso de forças-potenciais .....	258
14.4—TEOREMA DA ENERGIA.....	259
14.4.1– Introdução: Forma normal das equações de Lagrange.....	259
14.4.2– Teorema de Euler para funções homogêneas .....	264
14.4.3– Teorema da Energia .....	264
14.4.4– Função-dissipação de Rayleigh.....	267
14.4.5– Aplicação ao caso de referenciais não inerciais.....	268
14.5—EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE.....	270
14.5.1– Posições de equilíbrio .....	270
14.5.2– Princípio dos Trabalhos Virtuais .....	272
14.5.3– Equilíbrio Estável .....	276
14.5.4– Teorema de estabilidade (Lagrange-Dirichlet) .....	277
14.5.5– Teorema de instabilidade (Liapunov) .....	278
14.5.6– Equilíbrio em relação a referencial não inercial e sua estabilidade ..	280
<b>15—EXERCÍCIOS SUPLEMENTARES.</b> .....	281
15.1— DINÂMICA DO PONTO MATERIAL .....	281
15.2— DINÂMICA DO SÓLIDO - I.....	282
15.3— DINÂMICA DOS SISTEMAS.....	284
15.4— DINÂMICA DO SÓLIDO - II.....	285
15.5— MOVIMENTO EM RELAÇÃO A REFERENCIAL NÃO INERCIAL - I.....	287
15.6— MOVIMENTO EM RELAÇÃO A REFERENCIAL NÃO INERCIAL - II.....	289
15.7— PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS - I .....	294
15.8— PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS - II .....	295
15.9— EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE .....	296
15.10—EQUILÍBRIO EM RELAÇÃO A REFERENCIAL NÃO INERCIAL .....	298
15.11—ESTABILIDADE COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE - I.....	299
15.12—ESTABILIDADE COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE - II.....	302
15.13—REGULADOR CENTRÍFUGO .....	304
<b>BIBLIOGRAFIA.</b> .....	307
<b>ÍNDICE DE NOMES.</b> .....	311
<b>ÍNDICE ALFABÉTICO</b> .....	313

# Capítulo 1

---

## INTRODUÇÃO À MECÂNICA CLÁSSICA

Os princípios da Mecânica Clássica foram propostos por Newton em 1687.<sup>1</sup>

Somente em épocas relativamente recentes, no século XX, verificou-se que a Mecânica Newtoniana (geralmente chamada Mecânica Clássica) não é aplicável quando a velocidade do móvel é da ordem da velocidade da luz ou quando as dimensões envolvidas são da ordem das distâncias interatômicas; nesses casos extremos é necessário recorrer à Teoria da Relatividade de Einstein e à Mecânica Quântica.

A quase totalidade dos problemas de Mecânica, em Engenharia, continua, entretanto, sendo resolvida de maneira totalmente satisfatória pela Mecânica Newtoniana; daí o interesse ininterrupto de seu estudo nos três últimos séculos.

Uma exposição crítica dos princípios, propostos por Newton, foi feita por Mach [25]. Tentaremos expor esses princípios, de uma maneira bem concisa, seguindo, por exemplo, os textos de Pérès [33], Breves Filho [8] e Cabannes [9]. Os fundamentos da Mecânica Newtoniana envolvem as noções de comprimento, tempo, massa e força (Cabannes [9]).

### **Comprimento:**

Admite-se a Geometria Euclidiana como adequada para descrever o espaço físico e medir distâncias.

---

<sup>1</sup> “Newton did not shew the cause of the apple falling, but he shewed a similitude between the apple and the stars.”

Sir D’Arcy Wentworth Thompson

*“Where the statue stood  
Of Newton, with his prism and silent face,  
The marble index of a mind for ever  
Voyaging through strange seas of thought alone.”*  
Wordsworth

**Movimento:**

Dá-se o nome de Cinemática àquela parte da Mecânica que estuda as propriedades geométricas do movimento.

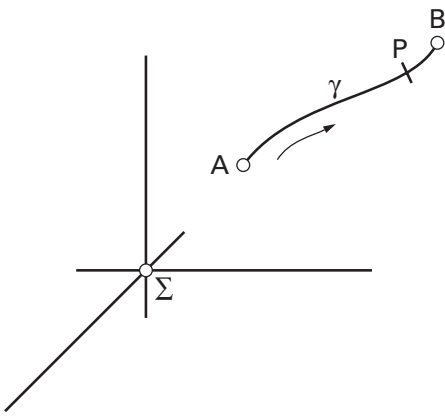


Figura 1.1 – Movimento de P em  $\gamma$

Às noções da Geometria, a Cinemática acrescenta dois novos conceitos: o de movimento e o de simultaneidade.

Dado um sistema de coordenadas  $\Sigma$  e um arco de curva,  $\gamma$ , de origem A e extremidade B, sendo P um ponto variável em  $\gamma$ , vamos admitir como primitivo o conceito de movimento de P em  $\gamma$ , relativamente a  $\Sigma$ , de A para B. P é chamado *ponto móvel*,  $\Sigma$  *referencial*;  $\gamma$ , *trajetória*; A e B, *posições inicial e final do movimento*.

**Tempo:**

A partir desses conceitos pode-se, na Cinemática Clássica, dar uma definição de tempo. Chamaremos *tempo uma variável proporcional ao comprimento do arco de trajetória entre a origem e o ponto móvel, num movimento particular chamado “relógio”*. O tempo será indicado por  $t$  e suposto definido em todo campo real. As determinações de  $t$  serão chamadas instantes.

Outro conceito fundamental da Cinemática Clássica é o de *simultaneidade*, isto é, o de posições simultâneas de vários pontos em movimento. Esta noção é que permite estabelecer correspondência entre movimentos.

Sendo P um ponto móvel qualquer e R(t) o ponto móvel no relógio, cuja posição é simultânea à de P, a função  $P = P(t)$  é chamada *lei do movimento* de P. Vamos admitir que o ponto R do relógio volte repetidamente à mesma posição inicial, percorrendo cada vez o mesmo comprimento de arco  $e$ , portanto, em intervalos de tempo iguais; isto permitirá definir a unidade de tempo. Para o estudo da Cinemática, qualquer movimento que apresente essa “periodicidade” poderá ser usado como relógio. Veremos que o mesmo não acontece no estudo da Dinâmica.

Para a medida do tempo, na Mecânica Clássica, adotou-se, inicialmente, como “relógio”, o movimento de rotação da Terra em relação às estrelas. Foram feitas comparações com os “tempos” fornecidos por outros relógios astronômicos, a saber, movimento orbital da Terra e de outros planetas em torno do Sol. A comparação mostrou pequenas discrepâncias que foram atribuídas a diversos fatores, principalmente ao atrito, no fundo dos mares,

causado pelas marés; tal atrito tem um efeito retardador sobre a rotação terrestre. Por esse motivo, a partir de 1967, foi decidido abandonar, no contexto das definições científicas precisas, o movimento de rotação da Terra como relógio. A unidade de tempo passou a ser definida, a partir de 1967, com base no período de radiação do césio 133, que é empregado no relógio atômico.

É interessante notar que, mesmo desejando permanecer no campo da Mecânica Clássica, acabou-se adotando um padrão de tempo que exige a consideração de um fenômeno alheio à Mecânica tradicional; aliás, também para a unidade de comprimento foi adotado, universalmente, um padrão alheio ao campo da Mecânica Clássica, baseado no comprimento de onda do criptônio 86.

### **Massa:**

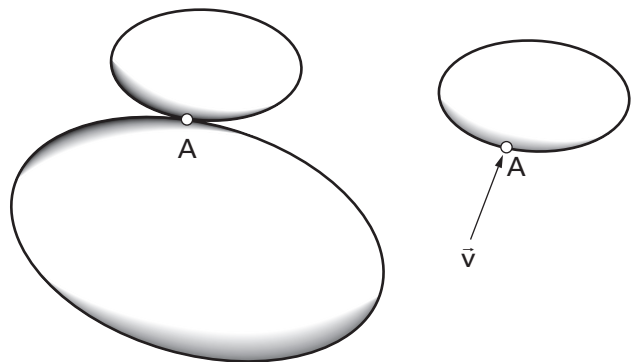
Admite-se como um axioma que, a cada sistema material (corpo material ou sistema de corpos materiais), é possível fazer corresponder um número positivo chamado a sua *massa*, e tal que a *massa de um sistema material* seja a soma das massas de suas partes.

### **Forças e vetores aplicados:**

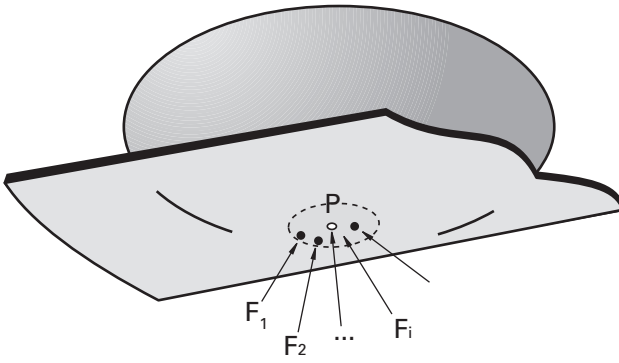
A observação e a experiência mostram que o equilíbrio (ou o movimento) de um corpo se modifica por efeito da interação do corpo com outros corpos. Chamamos *força* a grandeza física que mede a ação mecânica, quer se trate de ação de contato, ou de ação à distância, devida à gravitação universal.

Verifica-se que as forças podem ser representadas de maneira conveniente, por meio de vetores aplicados. Chama-se *vetor  $\vec{v}$  aplicado em A*, e se indica por  $(\vec{v}, A)$ , o par constituído pelo vetor  $\vec{v}$  e pelo ponto A. O ponto A diz-se *ponto de aplicação* do vetor aplicado  $(\vec{v}, A)$ . Admite-se assim que as forças são caracterizadas por um número real (*intensidade* ou *módulo* da força), uma direção, um sentido e um ponto de aplicação. O módulo da força será medido em unidades de força.

Este primeiro modelo, que representa as ações mecânicas por meio de vetores aplicados, não é o único usado na Mecânica Clássica tradicional.



**Figura 1.2 – Força de contato**



**Figura 1.3** – Forças na área de contato

por uma força única, aplicada num ponto conveniente da área de contato.

Um outro exemplo no qual se consideram forças distribuídas é o caso das forças devidas ao "peso", o qual será considerado em detalhe no Capítulo 9 — "Dinâmica do Ponto Material". Nesse caso admite-se que as forças se distribuem, de maneira contínua, por toda a extensão do corpo material considerado; como veremos, essas forças, para muitos efeitos, poderão ser substituídas por uma força única, aplicada no "baricentro" do corpo.

De fato, na prática o ponto de aplicação de uma força não é conhecido de maneira totalmente precisa. No caso de corpos materiais em contato, existe sempre uma certa área de contato, onde se desenvolvem as ações mútuas entre os corpos. Essas ações ou forças, distribuídas sobre uma superfície, poderão eventualmente ser substituídas