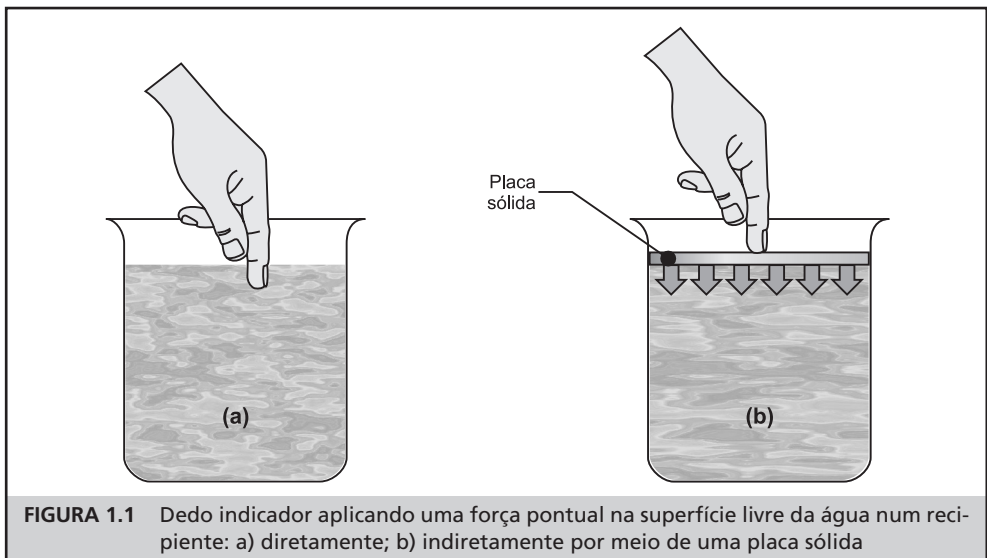


## CONCEITOS FUNDAMENTAIS

### 1.1 NOÇÃO DE TENSÃO

O fluido é um meio material que não resiste à aplicação de forças pontuais. Conforme ilustra a Figura 1.1, tente exercer uma força pontual na superfície livre da água num recipiente com o próprio dedo indicador. Não será surpresa verificar que a superfície livre da água se abre e o dedo afunda, sem resistência. No entanto, se colocarmos uma placa sólida sobre a superfície livre da água, que se ajuste nas paredes do recipiente, sem folgas, e aplicarmos a força pontual sobre a placa, veremos que a água começa a resistir ao esforço pontual que é aplicado sobre a placa.

O que ocorreu nessa última situação, é que a força pontual distribuiu-se na superfície da placa e, através dela, sobre a superfície livre da água no recipiente, passando a água a resistir ao esforço pontual aplicado por meio da placa. Quando se deseja aplicar uma força a um fluido, ou dele receber uma força, deve haver sempre uma superfície interveniente. Força aplicada sobre uma superfície é a base do conceito de *tensão*.



**FIGURA 1.1** Dedo indicador aplicando uma força pontual na superfície livre da água num recipiente: a) diretamente; b) indiretamente por meio de uma placa sólida

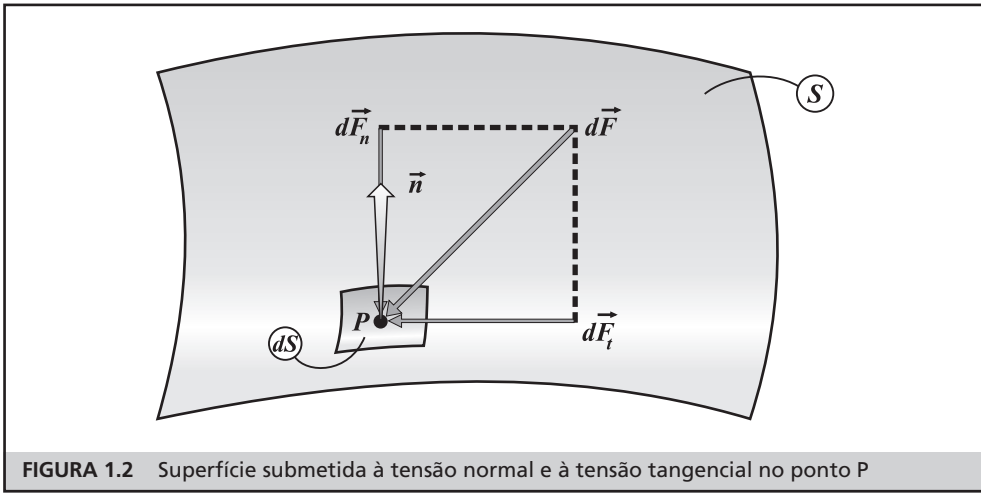


FIGURA 1.2 Superfície submetida à tensão normal e à tensão tangencial no ponto P

A Figura 1.2 mostra um ponto  $P$  na superfície  $S$  de um meio material qualquer, e a superfície elementar  $dS$ , orientada segundo a normal  $\vec{n}$  e pertencente a  $S$ . Em  $P$  temos aplicada uma força elementar  $d\vec{F}$ , que apresenta componentes normal e tangencial  $d\vec{F}_n$  e  $d\vec{F}_t$ , respectivamente.

Define-se *tensão normal* por  $\sigma = \frac{dF_n}{dS}$  e *tensão tangencial* (ou de *cisalhamento*) por  $\tau = \frac{dF_t}{dS}$ . Tensão é, portanto, uma força específica – força por unidade de área.

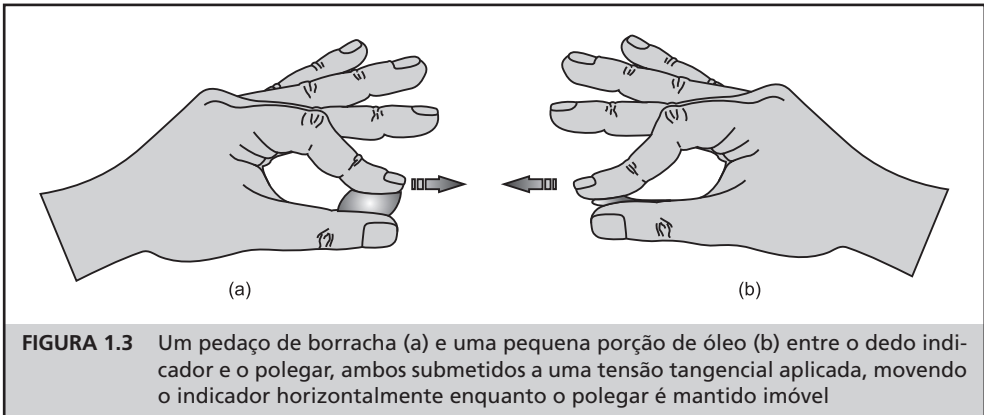
As unidades de tensão são  $[\sigma, \tau] = N \cdot m^{-2}$ ,  $kgf \cdot cm^{-2}$  (newton por metro quadrado, quilograma-força<sup>1</sup> por centímetro quadrado) etc.

Como será visto no item 1.4.3, nos fluidos, a tensão de cisalhamento  $\tau$  é de origem viscosa. Por sua vez, a tensão normal poderá ser de tração, quando  $d\vec{F}_n$  está orientado segundo  $\vec{n}$ , ou de compressão, quando  $d\vec{F}_n$  está orientado segundo  $-\vec{n}$ . A tensão normal de compressão é o que chamamos de *pressão*  $p$ ; assim, de hora em diante,  $\sigma$  será substituído por  $p$ .

## 1.2 DEFINIÇÃO DE FLUIDO

A Figura 1.3 mostra dois meios materiais, um sólido (um pedaço de borracha) e outro fluido (uma pequena porção de óleo), colocados entre o dedo indicador e o polegar. Nessa situação, aplica-se uma tensão tangencial em cada um desses

<sup>1</sup> O quilograma-força é uma unidade do antigo sistema técnico métrico (MKfS), de utilização formalmente desaconselhada, mas que, na engenharia, é algumas vezes mais prático. O seu valor em unidades SI é igual a  $9,80665 N$ .



dois meios materiais, fazendo com que o dedo indicador mova-se horizontalmente, enquanto mantém-se o polegar imóvel.

Uma vez aplicada a tensão tangencial na borracha, constata-se que ela deforma-se limitadamente, atingindo o equilíbrio estático, enquanto a película de óleo deforma-se continuamente, com o dedo indicador deslizando-se sobre o polegar. O que ocorre no caso da borracha, é que foram geradas reações internas que equilibraram a solicitação externa; enquanto no óleo, isso não ocorreu. Porém, como será visto no item 1.4.3, isso não significa que não são geradas reações internas no óleo; apenas que tais reações não conseguem equilibrar estaticamente a tensão tangencial externa aplicada.

Nessa experiência, a comparação do comportamento de um meio material sólido com um meio material fluido, permite definir esse último meio material da seguinte forma: *fluido é um meio material que quando submetido a tensões tangenciais, por pequenas que sejam, deforma-se continuamente.*

Importante é ressaltar nessa definição, a necessidade de que para um meio material ser considerado fluido, ele não deve resistir a tensões tangenciais “por pequenas que sejam”. De fato, há meios materiais como o mel, que a temperaturas elevadas, comporta-se como fluido; porém, quando o mel está a temperaturas suficientemente baixas (em dias frios, por exemplo), ele passa a resistir a tensões tangenciais, deformando-se limitadamente, atingindo equilíbrio estático como se fosse sólido. Só a partir de certo valor de tensão tangencial aplicada é que ele passa a se deformar continuamente, escoando como fluido. A rigor, nessa última condição, o mel não pode ser considerado como fluido, pois resistiu até certo ponto a tensões tangenciais como se fosse sólido.

Há duas classes de fluidos; os fluidos líquidos e os fluidos gasosos. Conforme ilustra a Figura 1.4, tanto os líquidos, como os gases, tomam a forma do recipiente que os contém. Uma diferença entre eles é que os gases preenchem totalmente o recipiente, enquanto que os líquidos admitem superfície livre.

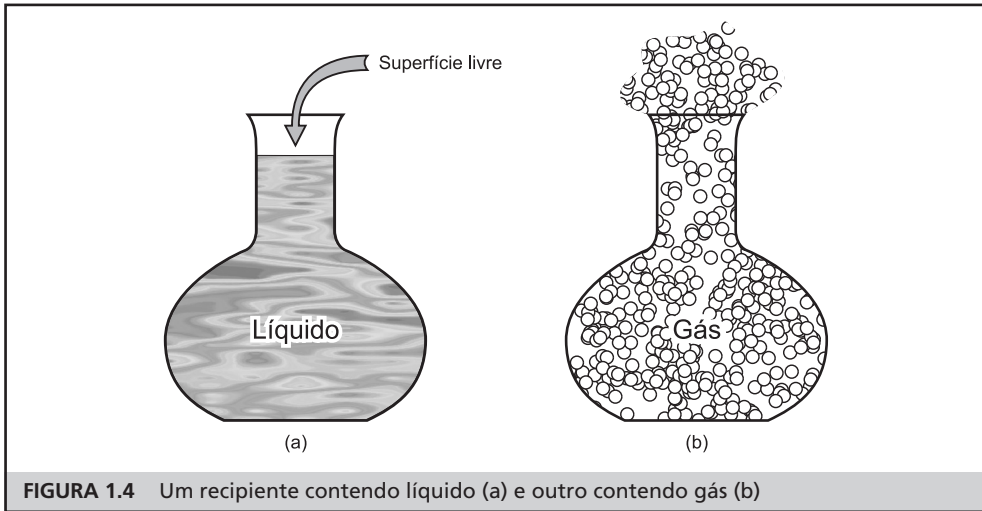


FIGURA 1.4 Um recipiente contendo líquido (a) e outro contendo gás (b)

### 1.3 PARTÍCULA FLUIDA E CONTINUIDADE DO MEIO FLUIDO

Como sabemos, todo meio material, sólido ou fluido, é constituído de partículas elementares denominadas de moléculas. Essas partículas não são o que chamamos de partículas fluidas; não é porque não podemos caracterizar as propriedades do fluido por meio de uma única molécula, tampouco falar em continuidade do meio fluido, pois sabemos que essas partículas estão espaçadas entre si por uma distância média denominada de livre percurso médio, não se podendo, portanto, falar, a rigor, em continuidade.

O que chamamos de *partícula fluida* é um volume, composto por um agregado de moléculas, que deve atender a duas condições. A primeira condição coloca um limite inferior a esse volume, requerendo que ele contenha um número representativo de moléculas. A segunda condição coloca um limite superior a esse volume, requerendo que ele tenha dimensões suficientemente pequenas quando comparadas com as menores dimensões da estrutura com a qual o fluido interage.

Um agregado de moléculas com volume da ordem de  $10^{-9} \text{ mm}^3$  satisfaz às duas condições supra enunciadas. Pode-se mostrar que esse volume contém, aproximadamente,  $3 \times 10^7$  moléculas de ar em condições normais de temperatura e pressão (mais ainda de água no estado líquido) e, salvo casos extremos, uma medida de determinada grandeza feita com esse agregado de moléculas é, com uma grande margem de segurança, suficientemente representativa para que uma medida feita com um volume ainda maior não modifique o resultado anterior. Ainda, esse volume corresponde ao de um cubo com  $10^{-3} \text{ mm}$  de lado, sendo essa dimensão suficientemente pequena, uma vez que a dimensão característica, da maioria das estruturas de engenharia, é muito maior.

A partícula fluida com essas dimensões poderá ser, então, considerada como um ponto material, ou seja, um ponto de dimensões desprezíveis em face das dimensões da prática.

O fluido, por sua vez, poderá ser então considerado como sendo constituído por partículas fluidas, as quais formam um meio contínuo e homogêneo, em que tais partículas podem se deslocar livremente umas em relação às outras. Suas propriedades serão, então, funções de ponto, podendo essas propriedades variar suave e continuamente, de tal forma que o cálculo diferencial poderá ser utilizado na modelagem matemática do movimento do fluido. Não significa que o cálculo diferencial seja o foco dos desenvolvimentos que faremos, apenas que a continuidade do meio fluido, com suas propriedades funções de ponto, são requisitos necessários para que ele possa ser aplicado quando necessário.

## 1.4 ALGUMAS PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

Apresentaremos, a seguir, algumas propriedades dos fluidos que serão de uso frequente neste livro. Em certos capítulos, à medida da necessidade, definiremos outras propriedades.

### 1.4.1 Massa específica

É a massa  $m$  de uma amostra do fluido dividida pelo seu volume  $\forall$ :  $\rho = \frac{m}{\forall}$ .

As unidades de massa específica são  $[\rho] = kg \cdot m^{-3}, g \cdot cm^{-3}, kg \cdot L^{-1}$  etc.

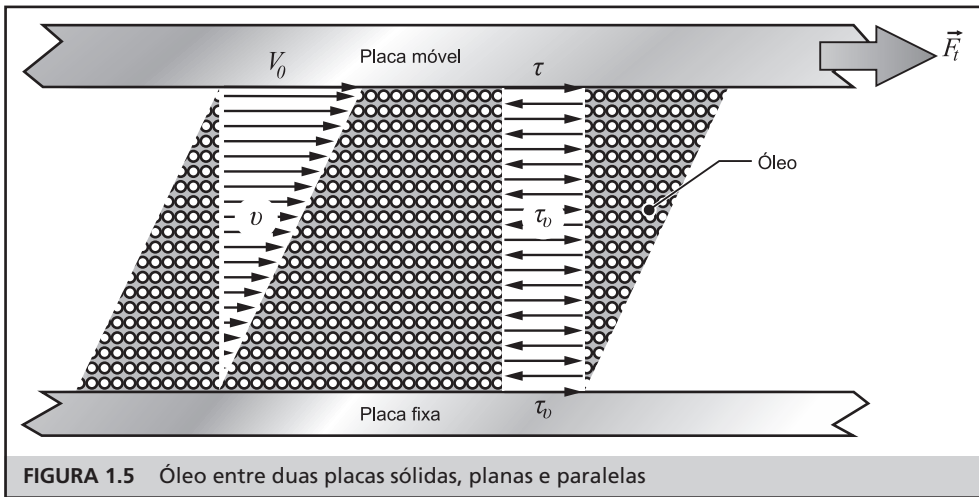
À temperatura ambiente, a massa específica da água é da ordem de  $10^3 kg \cdot m^{-3}$ , e a do ar é da ordem de  $1,2 kg \cdot m^{-3}$ .

### 1.4.2 Peso específico

É o peso  $G$  de uma amostra do fluido dividido pelo seu volume  $\forall$ :  $\gamma = \frac{G}{\forall}$ .  
Como  $G = m \cdot g$ , em que  $g$  é a gravidade<sup>2</sup>, temos  $\gamma = \rho \cdot g$ .

As unidades de peso específico são:  $[\gamma] = N \cdot m^{-3}, kgf \cdot m^{-3}$  etc.

<sup>2</sup> O valor da *gravidade normal*  $g_n$  é  $9,80665 m \cdot s^{-2}$ . Nas aplicações, utilizaremos o valor aproximado para  $g$  de  $9,81 m \cdot s^{-2}$ .



### 1.4.3 Viscosidade

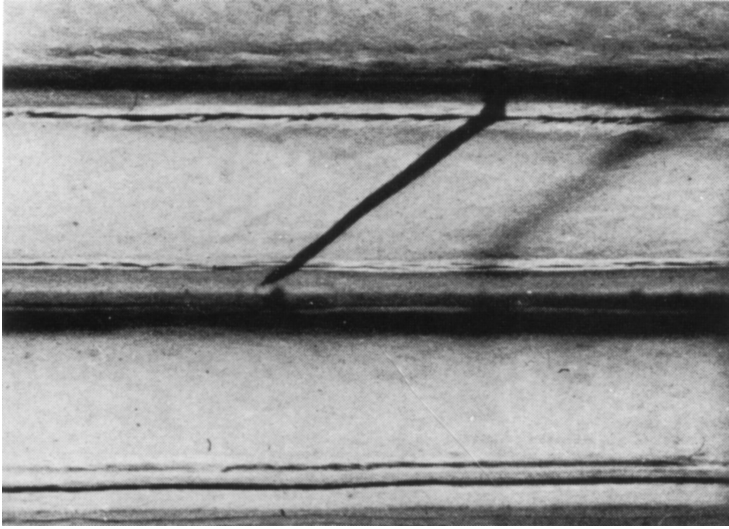
*Princípio da Aderência Completa: partículas fluidas em contato com superfícies sólidas adquirem a mesma velocidade dos pontos da superfície sólida com as quais estabelecem contato.*

A Figura 1.5 pode ser interpretada como uma amplificação da porção de óleo entre o dedo indicador e o polegar da Figura 1.3, em que estes são agora representados por duas placas sólidas, planas e paralelas (a superior móvel e a inferior fixa), e o filme de óleo é representado por lâminas paralelas e justapostas, em que cada lâmina é formada por partículas fluidas. Uma força tangencial externa  $\vec{F}_t$  é aplicada à placa superior a qual transmite ao fluido a tensão tangencial  $\tau$ . A placa superior acelera e, eventualmente, uma velocidade estacionária  $V_0$  é atingida. Pelo princípio da aderência completa, a lâmina fluida em contato com a placa superior adquire a mesma velocidade  $V_0$  dessa placa. Por sua vez, a lâmina fluida em contato com a placa inferior tem velocidade zero, pois essa placa está fixa.

Conforme indicado na Figura 1.5, como as lâminas fluidas podem se movimentar umas em relação às outras, como cartas de um baralho, cada lâmina adquire uma velocidade própria  $v$ , compreendida entre zero e  $V_0$  – as lâminas mais próximas da placa inferior com velocidades mais próximas de zero e aquelas mais próximas da placa superior com velocidades mais próximas de  $V_0$ .

Para velocidades não muito elevadas<sup>3</sup>, a variação de velocidades para as lâminas fluidas entre as placas é linear, conforme mostra a tomada fotográfica da Figura 1.6.

<sup>3</sup> Esta condição requer que o movimento do fluido entre as placas seja *laminar*, movimento esse que será apresentado no Capítulo 3.



**FIGURA 1.6** Tomada fotográfica\* da variação linear de velocidades do escoamento de glicerina entre duas placas paralelas distanciadas de 20 mm, com a placa superior movendo-se com uma velocidade de 2 mm/s. Fonte: *Visualized Flow – Fluid motion in basic and engineering situations revealed by flow visualization*. Pergamon Press – The Japan Society of Mechanical Engineers, 1988

Sendo as placas suficientemente longas, a velocidade estacionária da placa superior é eventualmente atingida quando uma tensão tangencial de mesma magnitude e direção, porém em sentido contrário, é aplicada a essa placa. O único elemento externo capaz de exercer tal tensão é a lâmina fluida que ocupa posição imediatamente abaixo daquela em contato com a placa. Como as lâminas fluidas apresentam movimento relativo e como a variação de velocidade das lâminas é linear, a magnitude da tensão tangencial que se manifesta entre as diversas lâminas do fluido é igual àquela que o fluido aplica na placa (tanto na superior quanto na inferior). Essa tensão tem origem na viscosidade do fluido e como tal é chamada de *tensão viscosa*  $\tau_v$ . Conforme indicado na Figura 1.5, quando a variação de velocidades é linear, a tensão viscosa é constante no filme de óleo.

O movimento estacionário da placa superior com velocidade constante é o resultado direto da aplicação da 2ª lei de Newton. Para a placa superior de massa  $m$ , esta lei escreve-se:  $\sum \vec{F}_{\text{externas}} = m \cdot \vec{a}$ . Para  $V_0$  constante,  $\vec{a} = 0$ , o que implica em  $\sum \vec{F}_{\text{externas}} = 0$ . As forças externas que agem na placa superior são: a força que movimenta a placa  $\vec{F}_l$  e força viscosa  $\vec{F}_v$  que o fluido aplica na placa.

\* Estando as duas placas paradas, o espaço entre elas foi preenchido com glicerina, sendo que uma seringa foi usada para injetar uma pequena quantidade de corante vermelho, de tal forma a gerar uma linha reta perpendicular às placas. A placa superior foi então movimentada com uma velocidade constante, enquanto a placa inferior permaneceu parada. A deformação resultante da linha vermelha foi então fotografada. Este escoamento é conhecido como *escoamento de Couette*.

Como o somatório das forças externas na placa superior deve ser zero para  $V_0$  constante, isso implica que  $\vec{F}_t = \vec{F}_v$ . Como

$$\tau = \frac{F_t}{S_{placa}} \text{ e como } \tau_v = \frac{F_v}{S_{placa}},$$

em que  $S_{placa}$  é a área da placa em contato com o fluido, resulta em  $\tau = \tau_v$ , no equilíbrio.

A tensão viscosa pode ser calculada por meio de

$$\tau_v = \mu \frac{dv}{dy}, \quad (1.1)$$

em que  $\frac{dv}{dy}$  é o gradiente de velocidades no filme de óleo e  $\mu$  é a *viscosidade dinâmica* do fluido. Esse resultado é conhecido como *lei de Newton da viscosidade*, que foi pioneiro em postulá-la em 1687.

Os fluidos que seguem essa lei são chamados de *fluidos newtonianos*, tais como o ar, a água e a gasolina, entre outros. Exemplos de fluidos *não newtonianos* são: tintas, soluções poliméricas, produtos alimentícios como sucos e molhos; suspensões de corpúsculos sólidos como sangue, pastas de argila, cimento e carvão.

Isolando-se a viscosidade dinâmica no primeiro da Eq. (1.1), obtêm-se suas unidades por meio de

$$[\mu] = \left[ \tau_v \frac{dy}{dv} \right] = N \cdot m^{-2} \cdot s = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}.$$

A viscosidade dinâmica é uma propriedade do fluido, com valor dependente da temperatura, sendo praticamente independente da pressão.

A origem da viscosidade ocorre em nível molecular, sendo determinada pela força de coesão das moléculas e pelo choque entre elas. Nos líquidos, as forças de coesão predominam sobre os choques. Nesses fluidos, o aumento da temperatura reduz as forças de coesão, com conseqüente redução da viscosidade. Nos gases, os choques predominam sobre as forças de coesão. Nesses fluidos, o aumento da temperatura aumenta os choques, com conseqüente aumento da viscosidade.

À temperatura ambiente, a viscosidade dinâmica da água é da ordem de  $10^{-3} N \cdot m^{-2} \cdot s$ , e a do ar é da ordem de  $1,8 \times 10^{-5} N \cdot m^{-2} \cdot s$ .

A *viscosidade cinemática*  $\nu$  é definida por  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , em que  $\rho$  é a massa específica do fluido.

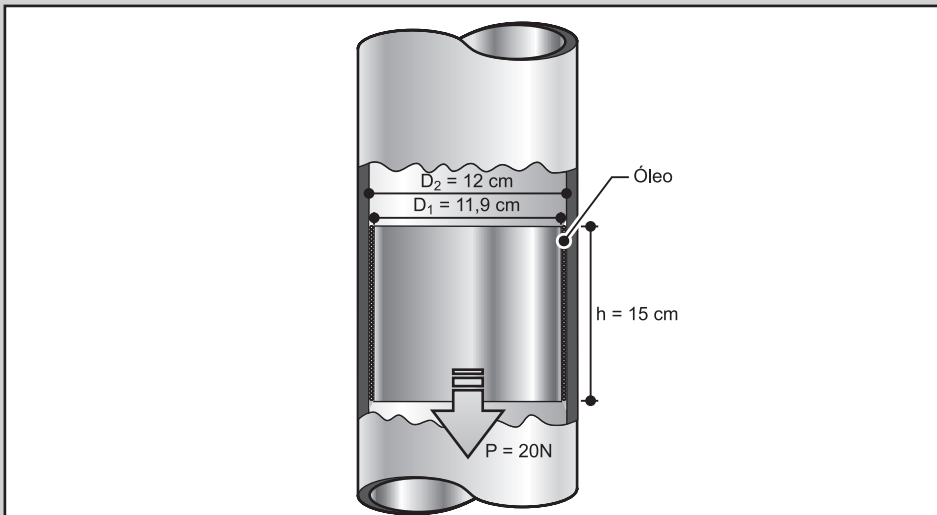
As unidades de viscosidade cinemática são  $[\nu] = m^2 \cdot s^{-1}$ , que contêm somente unidades cinemáticas, daí o seu nome.

À temperatura ambiente, a viscosidade cinemática da água é da ordem de  $10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$ , e a do ar é da ordem de  $1,5 \times 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ .



## Exemplo de aplicação da lei de Newton da viscosidade

Um pistão de peso  $P = 20\text{ N}$ , é liberado no topo de um tubo cilíndrico e começa a cair dentro deste sob a ação da gravidade. A parede interna do tubo foi besuntada com óleo com viscosidade dinâmica  $\mu = 0,065\text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . O tubo é suficientemente longo para que a velocidade estacionária do pistão seja atingida. As dimensões do pistão e do tubo estão indicadas na Figura 1.7. Determine a velocidade estacionária do pistão  $V_0$ .



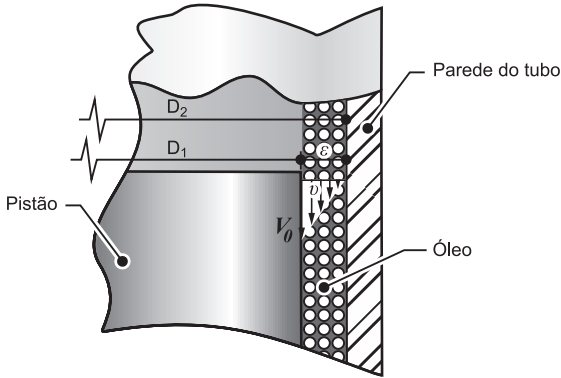
**FIGURA 1.7** Pistão caindo sob a ação da gravidade dentro de um tubo cilíndrico com a parede interna besuntada de óleo

## Solução

A Figura 1.8 apresenta uma amplificação do filme de óleo entre o pistão e o tubo cilíndrico, com indicação da variação linear de velocidades no filme. Nessa figura,  $\varepsilon$  é a folga entre o pistão e o tubo.

No equilíbrio ( $V_0 = \text{cte.}$ ), a força viscosa equilibra o peso do pistão  $F_v = P$ . Mas  $F_v = \tau_v \cdot S_L$ , em que  $S_L$  é a área lateral do pistão dada por  $S_L = \pi \cdot D_1 \cdot h$ . Por sua vez, a tensão viscosa  $\tau_v$  na parede do pistão é constante e dada por

$$\tau_v = \mu \frac{dv}{dy} \text{ (lei de Newton da viscosidade).}$$



**FIGURA 1.8** Amplificação do filme de óleo entre o pistão e o tubo cilíndrico

Daí,

$$P = \mu \frac{dv}{dy} \cdot \pi \cdot D_1 \cdot h. \quad (\text{A})$$

Para variação linear de velocidades no filme de óleo, o gradiente de velocidades é constante e dado por

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{V_0 - 0}{\varepsilon} = \frac{V_0}{\varepsilon}. \quad (\text{B})$$

Substituindo a Eq. (B) na Eq. (A) e isolando  $V_0$  no primeiro membro, obtém-se

$$V_0 = \frac{P \cdot \varepsilon}{\mu \cdot \pi \cdot D_1 \cdot h}, \text{ com } \varepsilon = \frac{D_2 - D_1}{2} = 0,05 \text{ cm.}$$

$$V_0 = \frac{20 \cdot 0,05 \times 10^{-2}}{0,065 \cdot \pi \cdot 11,9 \times 10^{-2} \cdot 15 \times 10^{-2}} = 2,74 \text{ m/s.}$$

## 1.5 FLUIDO INCOMPRESSÍVEL

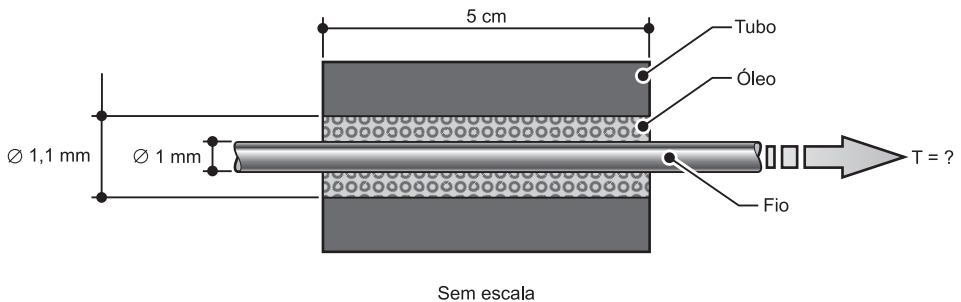
É aquele cujo volume não varia com a pressão. Os líquidos têm um comportamento muito próximo a esse; isto é, o volume  $\nabla$  de uma amostra de líquido de massa  $m$  é praticamente independente da pressão. Isso implica no fato de que a massa específica  $\rho = m/\nabla = cte$ . Assim, os líquidos são considerados como incompressíveis.

Já os gases são fortemente compressíveis; sendo sua massa específica dependente da pressão. Para um *gás ideal*<sup>4</sup>, como o ar, submetido a um processo isotérmico, a relação entre a pressão e a massa específica é dada por  $p/\rho = cte$ .

No entanto, gases escoando sob determinadas condições podem ser considerados como incompressíveis. Nesse caso, diz-se que não o fluido, mas o escoamento é incompressível. Sempre que o escoamento de um gás puder ser considerado como tal, podem-se aplicar as mesmas equações destinadas ao escoamento dos fluidos incompressíveis (líquidos), as quais apresentam a vantagem de serem mais simples (mais sobre esse tema no item 4.5). Escoamentos em sistemas de ventilação e ar-condicionado são muitas vezes tratados como incompressíveis.

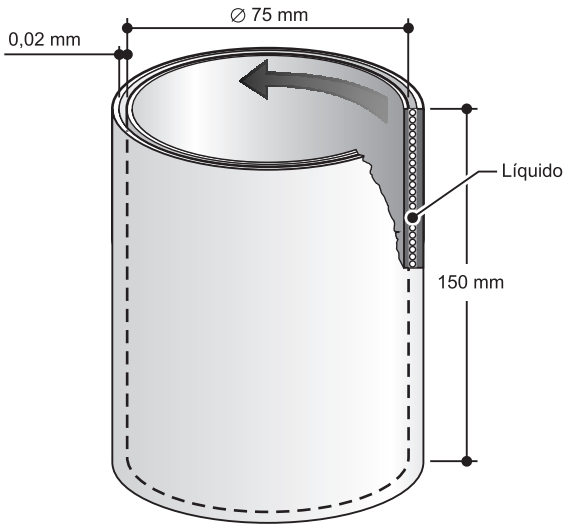
## 1.6 EXERCÍCIOS

- Um fio metálico de  $1,0\text{ mm}$  de diâmetro é tracionado com velocidade constante de  $1\text{ m/s}$ , através de um tubo fixo com diâmetro interno de  $1,1\text{ mm}$  e comprimento de  $5\text{ cm}$ . O fio pode ser considerado centrado no tubo pela presença de óleo lubrificante com viscosidade dinâmica  $\mu = 0,4\text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$ . Determine a força de tração  $T$  necessária no fio. Resposta:  $T = 1,26\text{ N}$ .

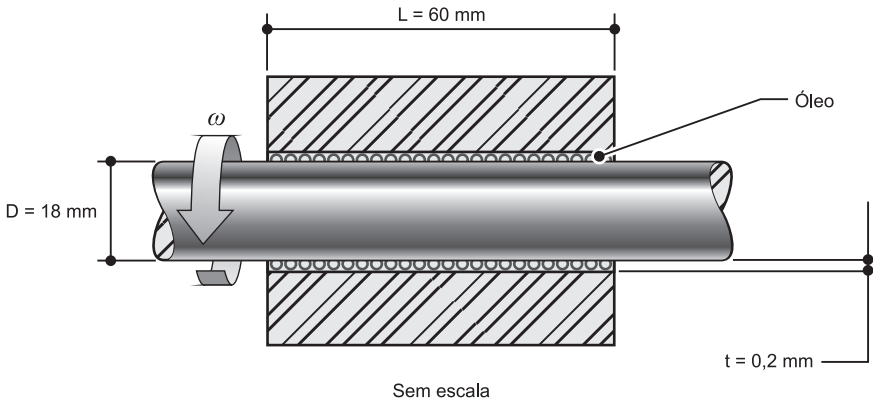


- Um viscosímetro é formado por dois cilindros concêntricos, conforme indica a figura. Para pequenas folgas, pode-se supor um perfil de velocidades linear no líquido que preenche o espaço anular. O cilindro interno tem  $75\text{ mm}$  de diâmetro e  $150\text{ mm}$  de altura, sendo a folga para o cilindro externo de  $0,02\text{ mm}$ . Um torque de  $0,021\text{ N} \cdot \text{m}$  é necessário para girar o cilindro interno a  $100\text{ rpm}$ . Determine a viscosidade dinâmica do líquido na folga do viscosímetro. Resposta:  $\mu = 8,07 \times 10^{-4}\text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$ .

<sup>4</sup> Gás ideal é aquele que obedece à seguinte equação de estado:  $p/\rho = RT$ , em que  $p$  é a pressão,  $\rho$  é a massa específica,  $T$  é a temperatura e  $R$  é a constante do gás ( $R_{ar} = 287\text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}$ ). Para  $T = cte$ . (processo isotérmico),  $p_1/\rho_1 = p_2/\rho_2 = cte$ .



- 3 Um eixo com diâmetro de  $18\text{ mm}$  gira a  $20$  rotações por segundo dentro de um mancal de sustentação estacionário de  $60\text{ mm}$  de comprimento, conforme indica a figura. Uma película de óleo de  $0,2\text{ mm}$  preenche a folga anular entre o eixo e o mancal. O torque necessário para girar o eixo é de  $0,0036\text{ N} \cdot \text{m}$ . Estime a viscosidade dinâmica do óleo que se encontra na folga. Supor um perfil de velocidades linear no óleo que preenche a folga. Resposta:  $\mu = 0,0208\text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$ .



- 4 Uma correia com largura de  $60\text{ cm}$  se move como mostra a figura. Calcule a potência ( $HP$ ) necessária para acionar a correia na água. Dados:  $\mu_{\text{água}} = 1,31 \times 10^{-3}\text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $746\text{ watts} = 1\text{ HP}$ . Resposta:  $0,210\text{ HP}$ .

