

1

Técnica para Solução de Problema de Otimização

1.1 INTRODUÇÃO

Este livro apresenta soluções para diversos problemas de otimização normalmente encontrados em Sistemas Elétricos de Potência, com particular destaque para os Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. O livro destina-se a engenheiros eletricitas e pesquisadores da área, e também a estudantes de engenharia elétrica que estejam cursando o último ano de graduação ou desenvolvendo programa de pós-graduação. Conhecimentos básicos de sistemas trifásicos e valores por-unidade (pu) são suficientes para acompanhar o desenvolvimento dos tópicos.

O livro está organizado a partir dos métodos de otimização empregados (Programação Linear, Programação Dinâmica, etc.), mas procura colocar a ênfase nos problemas abordados através desses métodos (aplicações). Através da compreensão dos tópicos apresentados, o objetivo principal do livro é incentivar o leitor a formular e resolver outros problemas que sejam relevantes em sua vida profissional ou acadêmica.

Um aspecto fundamental do livro é a ferramenta computacional que o acompanha, o software denominado OTIMIZA. Esta ferramenta pode ser obtida livremente na rede Internet (endereço <http://www.blucher.com.br>, opção downloads). Desta forma, o leitor poderá dispor sempre da versão mais atual do sistema. O sistema apresenta uma interface homem-máquina bastante amigável que torna o processo de entrada de dados e análise de resultados muito fácil, além de contar com um abrangente sistema de ajuda (“help”). O software tem por finalidade permitir desenvolvimento rápido de casos de estudo, contribuindo de forma significativa para o aprendizado dos tópicos.

Cumprido destacar que o livro, pelo seu foco orientado às aplicações em sistemas elétricos, não constitui uma referência completa no tema geral de métodos

de otimização. Para aprofundar o estudo dos métodos de otimização em si, o leitor deverá consultar as referências listadas ao fim de cada capítulo.

1.2 MODELAGEM DOS PROBLEMAS

Cada um dos problemas de otimização tratados neste livro pode ser formulado de diversas maneiras. Dependendo de como um problema é modelado, uma técnica para o seu tratamento pode se mostrar mais ou menos adequada que as demais, e os resultados obtidos também podem diferir significativamente.

A seguir são apresentadas algumas definições fundamentais no desenvolvimento do livro.

- a) **Funções objetivo:** os problemas podem ser tratados considerando-se a otimização de uma única função objetivo, ou então duas ou mais funções. Ou seja, é possível modelar um problema com um único objetivo ou com múltiplos objetivos. Alguns exemplos de atributos de otimização que podem ser utilizados em problemas de sistemas de potência:
- Custos de investimento, também chamados de custos de instalação ou fixos.
 - Custos operacionais, geralmente representados pelos custos das perdas elétricas, também chamados de custos variáveis.
 - Índice de confiabilidade, geralmente representado pela END — energia não distribuída.
 - Número de chaves manobradas.
- b) **Número de estágios:** para a solução de alguns problemas devem ser consideradas suas condições em múltiplos estágios, enquanto que outros podem ser modelados considerando-se um único estágio. O problema de planejamento da expansão de um sistema elétrico deve considerar vários estágios (normalmente em anos), ou seja, é preciso determinar a configuração do sistema, com os reforços necessários, a cada estágio (ano a ano). O problema de reconfiguração da rede numa condição de emergência, por sua vez, pode ser modelado como um problema de um único estágio.
- c) **Restrições:** os problemas podem ser modelados considerando-se restrições técnicas, econômicas, ou de outra natureza. Podem ser citadas, por exemplo:
- 1ª lei de Kirchhoff ou balanço de demanda.
 - 2ª lei de Kirchhoff.
 - Carregamento máximo de condutores, chaves e transformadores.
 - Queda de tensão máxima ao longo da rede.

- Radialidade da rede, ou seja, configuração do sistema com todos os alimentadores operando de forma radial, sem fechamento de malhas.
 - Restrições financeiras/orçamentárias.
 - Número máximo de chaves que podem ser manobradas.
- d) **Incertezas:** com relação a este aspecto, os problemas podem ser modelados com três enfoques:
- Determinístico, quando não se consideram aspectos de incertezas, ou se consideram simplesmente através da simulação do modelo determinístico com análise de sensibilidade sobre alguns parâmetros de interesse.
 - Probabilístico, quando alguns parâmetros do problema são considerados como variáveis aleatórias.
 - Possibilístico, quando as incertezas são tratadas através da teoria dos conjuntos difusos.

1.3 TÉCNICAS PARA RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS

As técnicas utilizadas para o tratamento dos problemas tratados neste livro podem ser classificadas em três grupos:

- Técnicas baseadas na utilização de métodos de otimização clássicos;
- Modelos híbridos, que utilizam métodos de otimização em conjunto com métodos heurísticos;
- Técnicas que utilizam conceitos ou ferramentas da área de Inteligência Artificial.

Os métodos de otimização baseiam-se na utilização de técnicas de programação matemática, que têm por escopo a otimização de alguma(s) função(ões) objetivo sujeita(s) a um conjunto de restrições. Neste trabalho são consideradas as seguintes definições:

- **Programação linear:** tem por objetivo a maximização ou minimização de uma função linear sujeita a restrições representadas por equações e inequações lineares.
- **Programação inteira:** utilizada em problemas de otimização nos quais todas as variáveis são inteiras. Um problema de programação linear em que todas as variáveis são inteiras, é também chamado de problema de programação linear inteira ou de programação linear inteira pura.
- **Programação linear inteira mista:** utilizada em problemas de programação linear em que parte das variáveis são inteiras e parte são contínuas.

- **Programação não linear:** tem por objetivo a maximização ou minimização de uma função não linear, sujeita a restrições lineares ou não lineares.
- **Algoritmos de transporte:** algoritmos de programação linear específicos para o tratamento de problemas de fluxo em redes.
- **Programação dinâmica:** tem por objetivo o tratamento de problemas de otimização com múltiplos estágios.

Muitos dos modelos desenvolvidos para o tratamento de problemas de sistemas de potência utilizam uma ou mais destas técnicas. Outros, entretanto, utilizam uma combinação destes algoritmos com regras ou procedimentos heurísticos, com duas finalidades básicas:

- Reduzir o esforço computacional, em termos de tempo de processamento.
- Possibilitar a consideração de alguns aspectos difíceis de serem incorporados nos modelos de otimização.

Heurística pode ser definida como uma técnica que, baseada em informações específicas do domínio de um problema, permite melhorar a eficiência de um processo de busca.

A utilização adequada de heurísticas em conjunto com técnicas de otimização possibilita a manutenção de um certo grau de precisão na solução de um problema, enquanto assegura convergência e tempos de processamento aceitáveis.

O uso de regras ou procedimentos heurísticos pode apresentar vantagens e desvantagens quando se faz uma comparação com os métodos de otimização puros. A utilização de heurísticas adequadas ao problema possibilita que o espaço de busca de soluções seja convenientemente reduzido, permitindo assim que vários aspectos do problema sejam modelados simultaneamente, sem que o esforço computacional seja proibitivo. Além disso, pode-se incorporar aspectos que são de difícil modelagem (ou mesmo que não podem ser modelados) quando se utilizam somente algoritmos de programação matemática.

Por outro lado, a utilização de heurísticas deve ser criteriosa pois, com a sua utilização, geralmente não se pode mais garantir que a solução “ótima” seja encontrada e, o que é mais grave, a utilização de heurísticas inadequadas pode levar a soluções errôneas ou mesmo impossibilitar a resolução do problema.

A aplicação prática de técnicas de Inteligência Artificial (IA) na área de sistemas de potência vem crescendo consideravelmente nos últimos anos. Algumas técnicas têm sido bastante utilizadas:

- **Sistemas especialistas:** são sistemas dedicados baseados em regras, com uma arquitetura composta por uma base de dados, uma base de conhecimento e um mecanismo de inferência. Baseiam-se na aquisição de conhecimento

de especialistas no assunto. A idéia central é de que o sistema será capaz de fazer conclusões similares às dos especialistas, utilizando as informações deles obtidas e transformadas em conjuntos de regras (geralmente do tipo *if-then-else*).

- **Redes neurais artificiais:** baseiam-se na reprodução de alguns processos conhecidos do funcionamento do cérebro humano. Seus elementos principais são os neurônios e suas interligações. O aprendizado ocorre pelo treinamento da rede, que é o ponto chave para o seu bom funcionamento. Normalmente o treinamento da rede consome um tempo considerável, e alterações no sistema em análise podem requerer um novo processo de treinamento. Quando bem aplicadas, podem produzir resultados muito rápidos para problemas bastante complexos.
- **Métodos de busca heurística:** são técnicas utilizadas para direcionar o processo de busca em problemas combinatórios, e que formam o núcleo da maior parte dos sistemas de inteligência artificial. Existem muitas destas técnicas, e algumas delas serão detalhadas no Capítulo 6.
- **Algoritmos genéticos:** trata-se de uma técnica que se baseia nos princípios evolucionários de seleção natural de Darwin. Os elementos que definem um estado do problema formam uma população, e são representados por cromossomos, que por sua vez são constituídos por genes. Utilizando-se de analogias com mecanismos biológicos como cruzamento, mutação e sobrevivência dos mais aptos, novas populações vão sendo sucessivamente geradas. Ou seja, cada população representa um estado do problema, com a tendência de que cada nova geração seja melhor que as anteriores, caminhando em direção à solução “ótima” procurada.
- **Recozimento simulado (*simulated annealing*):** é uma estratégia de busca baseada numa analogia entre a minimização de uma função objetivo (por ex., minimização do custo) e a obtenção de um estado de mínima energia em sistemas físicos. Recozimento (*annealing*) é um processo metalúrgico pelo qual um material, a partir de sua temperatura de fusão (alto nível de energia), é lentamente resfriado até que seja obtida uma configuração cristalina estável. O objetivo desse processo é o de produzir um estado final de mínima energia.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO LIVRO

Cada capítulo é organizado da mesma forma: inicialmente apresenta-se o método de otimização correspondente, seguido de uma aplicação no âmbito de sistemas elétricos de potência. A formulação do problema é apresentada no maior grau

de detalhe possível, pois considera-se que a etapa de formulação é fundamental para o sucesso da solução do problema. Finalmente apresenta-se a solução de um problema exemplo utilizando o software OTIMIZA e discute-se os resultados alcançados. Alguns dos problemas abordados, como é o caso da configuração de redes de distribuição com minimização de perdas, são resolvidos através de vários métodos e por isso aparecem em vários capítulos.

O Capítulo 2 trata da Programação Linear (PL), na qual são abordados problemas de otimização onde tanto a função objetivo como as restrições são representadas por funções lineares nas variáveis de decisão. O método utilizado neste caso é o conhecido Simplex, desenvolvido há mais de quarenta anos. Para ilustrar inicialmente a utilização de programação linear, são apresentados dois exemplos ilustrativos bastante simples. O primeiro deles é resolvido pelo método SIMPLEX. O segundo, que trata do problema de minimização de perdas em redes de distribuição, mostra como a programação linear pode ser utilizada para modelar, de forma aproximada, este tipo de problema. Também, neste capítulo, apresenta-se uma ferramenta disponível no software Otimiza, que permite com que o estudante escreva as suas próprias formulações de PL para o aplicativo achar a solução ótima. O software OTIMIZA conta também com duas aplicações específicas para otimização em redes de distribuição. A primeira aplicação trata da alocação de bancos de capacitores em redes de distribuição, tendo por objetivo minimizar o custo de capacitores para atender a um perfil de tensão, isto é, com tensões nas barras dentro de faixa aceitável. A segunda aplicação trata da avaliação de áreas de influência de subestações de distribuição, apresentando um modelo bastante simples para definição de como as subestações de uma região devem atender os consumidores instalados em diversos centros de carga.

O Capítulo 3 aborda a Programação Linear Inteira (PLI), onde a função objetivo e as restrições são também representadas por funções lineares e algumas das variáveis de decisão (ou todas) podem ser do tipo binário (assumindo valores 0 ou 1 somente) ou do tipo inteiro (assumindo valores inteiros). Para tratamento do problema de programação linear inteira, são apresentados dois métodos de solução. O primeiro, trata de método de enumeração implícita, que é adequado para programação inteira binária, ou seja, na qual todas as variáveis do problema assumem valores 0 ou 1. O segundo método trata do algoritmo *Branch-and-Bound*, que pode ser utilizado para quaisquer tipo de problemas de programação linear inteira, seja no caso de variáveis binárias ou inteiras, seja para o caso no qual todas as variáveis ou parte delas são inteiras, este segundo caso denominado de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Os exemplos ilustrativos tratam de duas aplicações apresentadas de forma bastante simples. O primeiro exemplo é relacionado ao planejamento de uma pequena rede elétrica e o segundo exemplo

é relacionado a minimização de investimentos em um pequeno sistema de distribuição. Em ambos os casos, o procedimento de busca da solução é mostrado, de forma que o leitor tem um melhor entendimento dos métodos em casos aplicados. Também é mostrada ferramenta do software OTIMIZA que permite com que o estudioso escreva as suas próprias formulações PLIM para depois a solução ser determinada pela utilização do método *Branch-and-Bound*. No software Otimize, são realizadas duas aplicações de PLI. A primeira trata do problema de priorização de obras, no qual deseja-se maximizar o benefício global de um conjunto de obras a serem realizadas, com algumas restrições, dentre elas o limite orçamentário. Este problema é tratado com os dois métodos, por poder ser formulado através de programação linear binária, isto é, pode ser resolvido pelo método de enumeração implícita e pelo algoritmo *Branch-and-Bound*. A segunda aplicação trata do problema de despacho da geração, no qual a função custo de cada unidade geradora é não linear (função côncava). Neste caso, uma formulação PLIM permite o tratamento do problema de forma adequada. Este mesmo problema é tratado no Capítulo 5, através da aplicação de programação dinâmica.

O Capítulo 4 trata do Problema de Transporte, o qual constitui uma especialização do problema geral de Programação Linear. Neste caso o algoritmo Simplex é também aplicável, porém isso não é normalmente feito por considerações de eficiência computacional. Como o Problema de Transporte apresenta uma estrutura especial na matriz dos coeficientes das restrições, algoritmos específicos foram desenvolvidos com a finalidade de explorar estas particularidades do problema. Neste caso é apresentado o algoritmo conhecido por *Out-of-Kilter*, bastante consagrado, que permite resolver o problema de transporte de forma bastante eficiente. Três aplicações foram implementadas no software OTIMIZA. A primeira delas trata do problema de minimização de perdas em sistemas de distribuição, apesar de não serem consideradas restrições de radialidade da rede e também as perdas serem linearizadas, trata-se de uma aplicação interessante para a determinação da melhor configuração para operação da rede de distribuição; nos locais onde o fluxo de potência resultante é nulo, a aplicação automaticamente abre a chave correspondente, o que possibilita a determinação do estado das chaves existentes na rede. A segunda aplicação trata do problema de planejamento de sistemas de distribuição, que consiste em uma formulação PLIM que pode ser resolvida pelo método de *Out-of-Kilter* de maneira integrada com o método *Branch-and-Bound*. Nesta aplicação, é dado enfoque para o aspecto de múltiplos objetivos em problemas de otimização, quando formulam-se duas funções objetivo, quais sejam o custo de investimento e perdas na rede e a energia não distribuída, que consistem dois objetivos, conflitantes, a serem minimizados. A terceira aplicação consiste no problema de planejamento de sistemas de distri-

buição através da aplicação dos métodos de *Branch-and-Bound* e *Out-of-Kilter*. Todas as aplicações fornecem relatórios texto com a formulação PL ou PLIM que permite com que o estudioso entenda em detalhes os modelos. Estas formulações são escritas em formato compatível que permite a utilização da ferramenta de resolução de problemas PL e PLIM existentes no software OTIMIZA

A Programação Dinâmica é abordada no Capítulo 5. O texto trata da programação dinâmica, apresentando esta técnica que permite o tratamento de problemas com múltiplos estágios, como é o caso de várias situações reais da engenharia que devem ser resolvidas por técnicas de otimização. É interessante notar que, quando esta técnica pode ser aplicada, podem ser utilizadas funções objetivo e restrições não lineares. O software OTIMIZA conta com duas aplicações para esta técnica. A primeira aplicação consiste no problema de despacho da geração, mesmo problema tratado no Capítulo 3, por formulação PLIM. A segunda aplicação trata do problema de política ótima de transformadores de distribuição, quando deseja-se avaliar quais são os transformadores que devem ser utilizados, em um dado horizonte de planejamento, num determinado local com crescimento de carga pré-definido, de modo que o custo operacional seja mínimo. As aplicações são ilustradas através de árvores de decisão utilizadas no processo de solução por PD, o que facilita o entendimento.

O Capítulo 6 trata da Busca Heurística. Neste capítulo são tratadas diferentes técnicas de busca (busca em profundidade, busca em amplitude, etc.), bem como diferentes estratégias para a solução de problemas. Um primeiro exemplo ilustrativo mostra como busca heurística pode ser utilizada para o planejamento de um pequeno sistema de distribuição de energia elétrica, o que permite mostrar como diferentes técnicas de busca permitem a determinação de soluções de formas distintas, afetando principalmente na eficiência do processo. O software OTIMIZA também conta com aplicação utilizando técnicas de busca heurística; o problema considerado consiste na reconfiguração de sistemas de distribuição, quando um defeito ocorre em dado ponto do sistema. A aplicação conta com recursos para isolar o bloco defeituoso a partir de abertura de chaves e determinação da melhor configuração para atendimento dos blocos que resultaram desenergizados.

O Capítulo 7 aborda a técnica de Algoritmos Evolutivos, a qual possui a importante vantagem de ser muito flexível em sua adaptação a problemas de otimização em geral, o que explica seu grande sucesso nas aplicações em engenharia elétrica. A base de algoritmos evolutivos é explicada neste capítulo, sendo basicamente considerados os algoritmos genéticos e as estratégias evolutivas. Três exemplos ilustrativos permitem uma maior familiaridade com os algoritmos evolutivos: a minimização de perdas de uma rede com duas alternativas de suprimento, a minimização de investimentos no planejamento de um pequeno sistema de dis-

tribuição e o despacho econômico de uma unidade de geração distribuída em rede de distribuição. O software OTIMIZA conta com duas aplicações. A primeira trata do problema de alocação de unidades de geração distribuída em redes de distribuição, e a segunda trata do problema de reconfiguração de redes, onde se determina o estado das chaves para que as perdas no sistema sejam mínimas e os critérios técnicos de carregamento dos componentes do sistema sejam atendidos.

Finalmente, o Capítulo 8 aborda alguns aspectos específicos da Programação Não-Linear (PNL). Devido às dificuldades próprias dos problemas não lineares, a PNL é uma área relativamente menos desenvolvida que a área de Programação Linear. Conseqüentemente, na PNL há menos opções ou então opções menos robustas de algoritmos destinados à solução de problemas. No Capítulo é abordado o Método de Newton com Derivadas Segundas (Matriz Hessiana), cuja aplicação é particularmente atraente em problemas quadráticos (problemas nos quais a função objetivo não-linear é representada por uma função quadrática). Inicialmente considera-se o problema de obter a distribuição de correntes em uma rede elétrica de forma a minimizar a perda total e respeitando restrições da Primeira Lei de Kirchhoff e de carregamento máximo das ligações. Neste caso considera-se que a rede pode operar em malha, porém com configuração fixa (as chaves existentes na rede não têm seu estado aberto/fechado alterado). Posteriormente inclui-se o estado das chaves no conjunto de variáveis de decisão do problema, e o objetivo passa a ser reconfigurar a rede (isto é, determinar o estado das chaves) para minimizar a perda total, respeitando as restrições anteriores e ainda a restrição de radialidade da rede, a qual ocupa um papel fundamental em sistemas de distribuição. Os dois problemas tratados neste capítulo foram formulados como problemas quadráticos convexos e resolvidos através do Método de Newton com Derivadas Segundas. Ambas aplicações foram incorporadas no software Otimiza, cuja utilização nos dois casos é ilustrada através de exemplos.

