REYOLANDO M. L. R. F. BRASIL

ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO DAS ESTRUTURAS

Blucher

Reyolando M. L. R. F. Brasil

Engenheiro civil pela Escola de Engenharia da Universidade Mackenzie
Mestre, doutor e livre-docente pela PEF/EPUSP
Professor titular de Estruturas Aeroespaciais da UFABC
Bolsista de produtividade em pesquisa do CNPq, nível 1B

ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO DAS ESTRUTURAS

Estabilidade do equilíbrio das estruturas

Editora Edgard Blücher Ltda.

Publisher Edgard Blücher
Editor Eduardo Blücher
Coordenação editorial Jonatas Eliakim
Produção editorial Luana Negraes
Preparação de texto Maurício Katayama
Diagramação Roberta Pereira de Paula
Revisão de texto Bonie Santos
Capa Leandro Cunha
Imagem da capa iStockphoto

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil
Tel.: 55 11 3078-5366
contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Angélica Ilacqua CRB-8/7057

Brasil, Reyolando M. L. R. F.
Estabilidade do equilíbrio das estruturas / Reyolando M. L. R. F. Brasil. -- São Paulo : Blucher, 2021.
132 p. : il. color.

Bibliografia
ISBN 978-65-5506-198-7 (impresso)
ISBN 978-65-5506-199-4 (eletrônico)

1.Engenharia civil 2. Engenharia mecânica 3. Engenharia naval 4. Engenharia aeroespacial I. Título.

21-3924 CDD620

Índice para catálogo sistemático:

1. Engenharia civil

CONTEÚDO

CAPÍTULO 1
Introdução

1.1 O QUE É ESTABILIDADE

Um sistema definido por um número finito de graus de liberdade está em equilíbrio se as velocidades forem nulas. Se, excitado por uma pequena perturbação, ele vibrar e retornar em um certo tempo à configuração inicial, diz-se que esta é estável. Se, após a perturbação, ele buscar uma nova configuração de equilíbrio, que pode não existir, a configuração é dita instável.

Na engenharia civil, o exemplo clássico são as colunas retas comprimidas. Até uma certa carga de compressão, perturbações pequenas fazem a coluna vibrar e voltar à posição retilínea, estável. Atingida essa carga crítica, qualquer perturbação faz a coluna deixar de ser reta, forma agora instável, e passar a ser curva, se o material de que é feita suportar.

Também podem ser encontrados exemplos em outras áreas. Considere-se um satélite artificial em órbita da Terra. Se uma pequena perturbação for aplicada ao satélite, ele pode ou não voltar àquela órbita. Se voltar, a órbita é estável, caso contrário, instável.

1.2 ESTABILIDADE DAS ESTRUTURAS

Com a modernização das técnicas de análise e a disponibilidade de materiais mais resistentes e métodos construtivos mais apurados, é a realidade atual da engenharia de estruturas que as peças se tornem cada vez mais esbeltas e, portanto, mais sujeitas a possíveis problemas de instabilidade.

Os problemas mais evidentes em engenharia estrutural são os das peças esbeltas comprimidas. *Grosso modo*, esbeltez é a relação entre o comprimento da peça e as propriedades geométricas de rigidez à flexocompressão de sua seção transversal. Quanto maior é o comprimento em relação a essas propriedades, mais esbelta é a peça. É o caso das colunas, dos membros comprimidos de treliças planas ou espaciais, dos arcos e das cascas de revolução. Essas estruturas são todas submetidas a esforços de compressão na direção do eixo local, que diminuem sua rigidez, levando, no limite, à perda de estabilidade. Essa rigidez variável com esforços desse tipo é conhecida como rigidez geométrica. No caso de esforços de tração, há aumento da rigidez, fenômeno explorado nas tensoestruturas. É o caso de cabos, membranas e *tensegrities*, que só existem como estruturas se estiverem, no todo ou em parte, sob tração.

O estudo da estabilidade de estruturas se iniciou com o grande matemático suíço-russo Leonhard Euler (1707-1783), bem cedo na história da análise estrutural, sendo muito desenvolvido depois pelos grandes matemáticos franceses e alemães do século XIX. A instabilidade era então associada com a palavra flambagem. O texto que concretizou essa forma de pensar foi *Theory of Elastic Stability*, do grande engenheiro ucraniano-americano Stephen P. Timoshenko (1878-1972).

Na atualidade, a estabilidade estrutural tem tido sua filosofia mudada pela percepção de que no mundo real é impossível existirem peças perfeitas, em geometria e material. E é também impossível a aplicação de carregamentos em pontos e direções também exatos. A presença das inevitáveis imperfeições faz do conceito de flambagem uma ideia puramente matemática, que tem sido evitada nas normas de projeto estrutural.

1.3 CONTEÚDO DO LIVRO

No Capítulo 2, apresenta-se um estudo simplificado dos conceitos matemáticos envolvidos na teoria da estabilidade de sistemas dinâmicos.

A seguir, no Capítulo 3, elencam-se os teoremas fundamentais e os tipos de fenômenos de instabilidade de estruturas que se observam, conceituando os vários tipos de bifurcações e pontos-limite. Exemplos de sistemas estruturais discretos simples são propostos e desenvolvidos no Capítulo 4.

No Capítulo 5 desenvolve-se a teoria clássica de estabilidade de peças estruturais, modeladas como contínuos matemáticos, via soluções analíticas de equações diferenciais.

As ideias de discretização dos contínuos estruturais em um número finito de graus de liberdade é introduzida nos Capítulos 6 e 7, com a organização permitida pela análise matricial de estruturas.

Essa ideia é mais desenvolvida no Capítulo 8, com o uso do Método dos Elementos Finitos, a técnica de discretização mais popular introduzida após o advento dos computadores eletrônicos digitais de programa armazenado.

O Capítulo 9 é uma introdução à estabilidade de placas finas.

Alguns códigos escritos nas linguagens MATLAB ou Scilab são apresentados nos Anexos 1 e 2, com o intuito de fornecer exemplos práticos para melhor visualização da teoria.

CAPÍTULO 2

Introdução à estabilidade de sistemas dinâmicos

2.1 SISTEMAS DINÂMICOS

Considere que a evolução temporal de um fenômeno físico qualquer possa ser modelada por um conjunto de *n* funções $y_i(t)(i=1,\cdots n)$, chamadas *variáveis de estado*, que podem ser reunidas em um vetor $\{y\}=\{y(t)\}$. O espaço matemático *n*-dimensional definido por essas variáveis é o *espaço de estado* ou *espaço de fase*, em que o ponto na extremidade do vetor descreve uma trajetória no tempo. No caso bidimensional, esse espaço é denominado plano de fase. A taxa de variação no tempo dessas funções é um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$\{\dot{y}\}=\{f(\{y\}),t\} \tag{2.1}$$

ou, por extenso,

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= f_1(y_1, y_2, \cdots, y_n, t) \\
\dot{y}_2 &= f_2(y_1, y_2, \cdots, y_n, t) \\
&\cdots \\
\dot{y}_n &= f_n(y_1, y_2, \cdots, y_n, t)
\end{aligned}$$

no qual o ponto sobre a variável, na notação de Newton (1643-1727), indica a derivada no tempo. A Equação (2.1) também é chamada de fluxo do sistema, uma nomenclatura também devida a Newton. Essas equações são chamadas de diferenciais por envolverem derivadas, de ordinárias por serem derivadas com respeito a uma só variável independente, o tempo t, e de primeira ordem por serem apenas derivadas primeiras. Podem ser lineares ou não lineares.

Esse sistema pode ser não autônomo se depender explicitamente do tempo, e autônomo, caso contrário. Uma técnica matemática para transformar um sistema não autônomo em autônomo é acrescentar mais uma variável de estado $y_{n+1} = t$, de forma que $\dot{y}_{n+1} = 1$.

Integrar o Sistema (2.1) significa achar uma função vetorial do tempo $\{\varphi(t)\}$ que satisfaça essa equação para determinado conjunto de condições iniciais $\{\varphi_0\}$ no instante inicial t_0.

2.2 ESTABILIDADE

Seja $\{\varphi(t)\}$ a solução da Equação (2.1) para condições iniciais $\{\varphi_0\}$ no tempo inicial t_0. O que se quer é avaliar a estabilidade dessa solução. Para isso, admite-se uma perturbação nas condições iniciais, que passem a valer $\{y_0\}$, levando a uma evolução no tempo $\{y(t)\}$. Sejam ε um valor pequeno positivo e $\delta = \delta(\varepsilon)$ uma região pequena no espaço de fase em torno das condições iniciais da solução cuja estabilidade está sendo avaliada, tais que

$$\left\|\{y_0\}-\{\varphi_0\}\right\| \leq \delta(\varepsilon) \tag{2.2}$$

em que as barras duplas representam o comprimento do vetor, sua norma euclidiana.

A solução é dita estável, no sentido de Lyapunov, se, para todo tempo $t \geq t_0$, verifica-se

$$\left\|\{y(t)\}-\{\varphi(t)\}\right\| \leq \varepsilon \tag{2.3}$$

ou seja, o ponto que representa o estado do sistema no espaço de estado está contido numa hiperesfera de raio ε. No caso de um problema bidimensional, é uma circunferência com esse raio. Em três dimensões, uma esfera. Caso contrário, a solução é dita instável, no sentido de Lyapunov.

Se

$$\lim_{t\to\infty}\left\|\{y(t)\}-\{\varphi(t)\}\right\| = 0 \tag{2.4}$$

a solução é dita assintoticamente estável.

Com base nessas definições, pode-se conceituar estabilidade como a seguir.

Considere-se um estado básico ou fundamental e um estado perturbado. Se a distância entre eles permanece entre limites preestabelecidos para qualquer tempo quando perturbações arbitrárias agem sobre o sistema, o estado básico é estável.

Um conceito mais relaxado e mais adequado à engenharia é: estabilidade é a tendência de um sistema a permanecer próximo a sua configuração básica quando perturbações pequenas o encorajam a abandoná-la.

2.3 ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO

Nas aplicações normais, o interesse está na estabilidade das soluções triviais, isto é, na estabilidade de pontos fixos (velocidades nulas), em que, para condições iniciais nulas, $\{\varphi_0\} = \{0\}$, o sistema permanece em repouso, $\{\varphi(t)\} = \{0\}$, para qualquer tempo. Nesses casos, faz-se a mudança de variáveis

$$\{x(t)\} = \{y(t)\} - \{\varphi(t)\} \tag{2.5}$$

e estuda-se a estabilidade da evolução do estado perturbado $\{x(t)\}$, dado pelo sistema dinâmico

$$\{\dot{x}(t)\} = \{f(\{x\},t)\} \tag{2.6}$$

2.3.1 SISTEMAS LINEARES

Como uma preliminar, estuda-se o caso de uma única equação diferencial ordinária linear

$$\dot{x} = ax \tag{2.7}$$

com a constante, cuja conhecida solução é

$$x = ce^{\lambda t} \tag{2.8}$$

em que c é uma constante de integração, que, substituída em (2.7), resulta $c\lambda e^{\lambda t} = ace^{\lambda t}$, de forma que $\lambda = a$. Determina-se a constante c aplicando-se a condição inicial $x_0 = ce^{a0}$, de forma que, finalmente, a solução de (2.7) é

$$x = x_0 e^{at} \tag{2.9}$$

Este livro estuda a estabilidade do equilíbrio de estruturas civis, mecânicas, navais e aeroespaciais dos tipos barras e placas. Aqui são abordadas a teoria e os processos numéricos de solução, em especial o Método dos Elementos Finitos e sua implementação computacional.

Com a modernização das técnicas de análise e a disponibilidade de materiais cada vez mais resistentes e métodos construtivos mais apurados, é a realidade atual da engenharia de estruturas que as peças se tornem cada vez mais esbeltas e, portanto, mais sujeitas a possíveis problemas de instabilidade. O fenômeno historicamente denominado flambagem é aqui estendido para contemplar a inevitável existência de imperfeições nas estruturas reais.

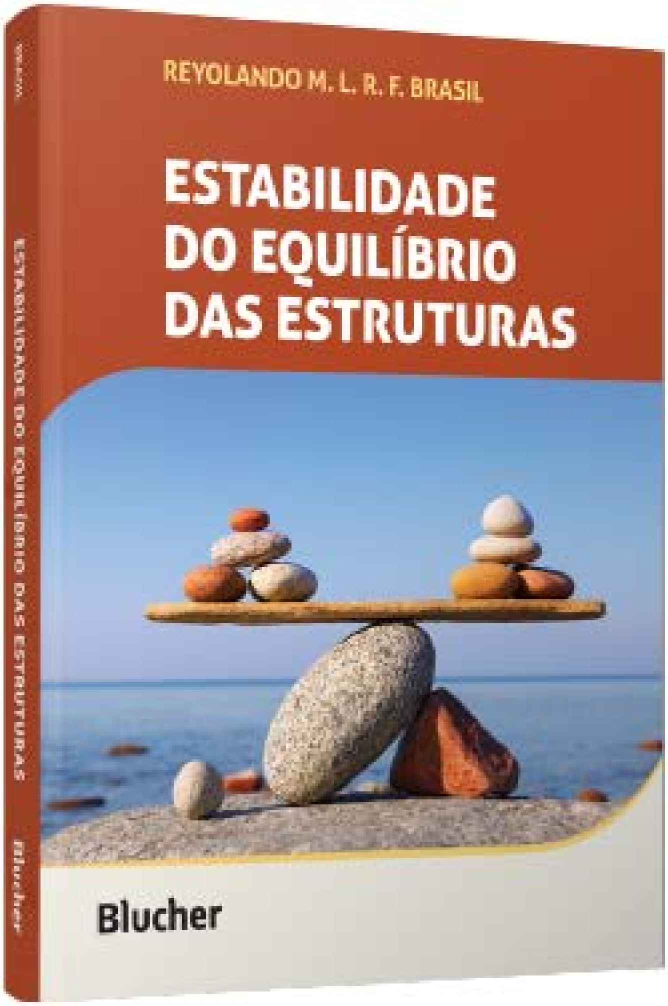
Esta obra traz um material básico para graduação e pós-graduação, mas também para o engenheiro estrutural praticante.

ISBN 978-65-5506-198-7

9 786555 061987

www.blucher.com.br

Blucher



Estabilidade do Equilíbrio das Estruturas

Reyolando M. L. R. F. Brasil

ISBN: 9786555061987

Páginas: 132

Formato: 17 x 24 cm

Ano de Publicação: 2021
