Escoamento Compressível

17

Este capítulo apresenta os aspectos termodinâmicos do escoamento compressível unidimensional através de bocais e passagens. Muitos dos ciclos apresentados nos capítulos 11 e 12 apresentam escoamentos internos através de bocais e difusores. Por exemplo, um conjunto de bocais no interior de uma turbina a vapor converte escoamento de um fluido a alta pressão em outro, de baixa pressão e alta velocidade, que atravessa a passagem entre as pás. Depois de passar por várias seções, o vapor d´água atinge uma câmara que se comporta como um difusor e, em seguida, passa novamente por outro conjunto de bocais. O escoamento em um *turbofan* tem várias regiões onde o gás escoando atinge elevadas velocidades e sua compressibilidade deve ser considerada; primeiro o gás escoa por um difusor, segue pelas pás do ventilador, depois por um compressor, atravessa uma passagem entre as pás da turbina e, finalmente, deixa o equipamento através de um bocal. Um exemplo final de escoamento compressível é aquele que ocorre no turbocompressor de um motor a diesel; depois de passar pelo compressor, o ar escoa pelo sistema de admissão, atravessa válvulas, até atingir, no final, os cilindros do motor. Em todos os casos citados, é necessário fazer análises apropriadas do escoamento para que a vazão de fluido seja determinada de forma precisa, assim como o trabalho, as transferências de calor e as energias cinéticas envolvidas. É esse procedimento que precede o projeto e o estudo do comportamento operacional do motor como um todo.

Todos os exemplos mencionados anteriormente são problemas de razoável complexidade, principalmente em decorrência das complexas geometrias envolvidas. Não obstante, para facilitar o estudo e a apresentação de conceitos, serão aqui considerados modelos simplificados, admitido que o escoamento seja unidimensional, que as substâncias escoando sejam puras, e, na maioria das vezes, comportem-se como um gás ideal. Essas simplificações permitirão que o foco de atenção seja dirigido para a compressibilidade do escoamento, em que a velocidade do som e o número de Mach surgem como variáveis de especial importância para a análise do escoamento.

17.1 PROPRIEDADES DE ESTAGNAÇÃO

Nos problemas que envolvem escoamentos, muitas discussões e equações podem ser simplificadas pela introdução do conceito de estado de estagnação isoentrópico e as propriedades a ele associadas. O estado de estagnação isoentrópico é o estado que o fluido teria se sofresse uma desaceleração adiabática e reversível até a velocidade nula. Neste capítulo, esse estado é indicado pelo índice 0. Podemos concluir, a partir da primeira lei da termodinâmica, que para um processo em regime permanente,

$$h + \frac{\mathbf{V}^2}{2} = h_0 \tag{17.1}$$

Os estados de estagnação real e isoentrópico, para um gás típico ou vapor, estão representados no diagrama h–s mostrado na Figura 17.1. Algumas vezes, é vantajoso fazer uma distinção entre os estados de estagnação real e isoentrópico. O estado de estagnação real é o estado atingido depois de uma desaceleração real até a velocidade nula (como aquele no nariz de um corpo colocado numa corrente de fluido). Assim, podem haver irreversibilidades associadas ao processo de desaceleração. Por isso, o termo propriedade de estagnação é, algumas vezes, reservado para as propriedades associadas ao estado real, e o termo *propriedade total* é usado para o estado de estagnação isoentrópico.

Fica evidente, a partir da análise da Figura 17.1, que a entalpia é a mesma para os dois estados de estagnação, real e isoentrópico (admitindo que o processo real seja adiabático). Portanto, para um gás ideal, a temperatura de estagnação real é a mesma que a temperatura de estagnação isoentrópica. Contudo, a pressão de estagnação real pode ser menor que a pressão de estagnação isoentrópica. Por essa razão, o termo pressão total (significando pressão de estagnação isoentrópica) tem significado particular.

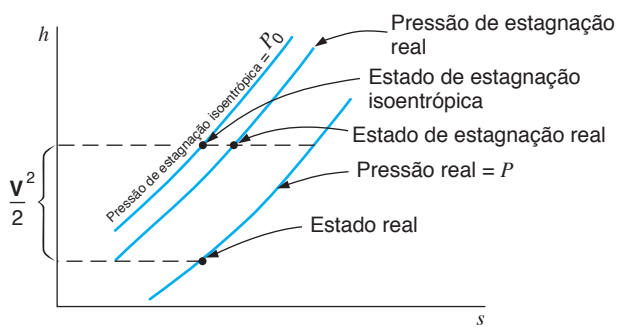

Figura 17.1
Diagrama entalpia–entropia ilustrando a definição do estado de estagnação.

EXEMPLO 17.1

Ar, a 150 kPa e 300 K, escoa em um conduto com velocidade de 200 m/s. Determine a temperatura e a pressão de estagnação isoentrópica.

Solução:
Se admitirmos que o ar se comporte como um gás ideal e que o calor específico seja constante e dado pela Tabela A.5, a aplicação da Equação 17.1 resulta em

$$\frac{\mathbf{V}^2}{2} = h_0 - h = C_{P0}\left(T_0 - T\right)$$

$$\frac{(200)^2}{2\times 1000} = 1{,}004\left(T_0 - 300\right)$$

$$T_0 = 319{,}9 \text{ K}$$

A pressão de estagnação pode ser determinada da relação:

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{(k-1)/k}$$

$$\frac{319{,}9}{300} = \left(\frac{P_0}{150}\right)^{0{,}286}$$

$$P_0 = 187{,}8 \text{ kPa}$$

Nós também poderíamos ter utilizado a tabela para o ar (Tabela A.7) na resolução do exemplo. Essa tabela foi obtida a partir da Tabela A.8. Assim, a variação do calor específico com a temperatura seria considerada. Como os estado real e o de estagnação isoentrópica apresentam a mesma entropia, podemos utilizar o seguinte procedimento: Usando a Tabela A.7,

$$T = 300 \text{ K} \qquad h = 300{,}47 \text{ kJ/kg} \qquad P_r = 1{,}1146$$

$$h_0 = h + \frac{\mathbf{V}^2}{2} = 300{,}47 + \frac{(200)^2}{2\times 1000} = 320{,}47 \text{ kJ/kg}$$

$$T_0 = 319{,}9 \text{ K} \qquad P_{r0} = 1{,}3956$$

$$P_0 = 150\,\frac{1{,}3956}{1{,}1146} = 187{,}8 \text{ kPa}$$

17.2 A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO PARA UM VOLUME DE CONTROLE

Antes de prosseguirmos, será vantajoso desenvolver a equação da conservação da quantidade de movimento para um volume de controle. A segunda lei de Newton estabelece que a soma das forças externas que agem sobre um corpo, numa dada direção, é proporcional à taxa de variação da quantidade de movimento nessa direção. Então, a equação referente à direção x é:

$$\frac{d(m\mathbf{V}_x)}{dt} \propto \sum F_x$$

Para o sistema de unidades utilizado neste livro, essa proporcionalidade pode ser diretamente escrita como uma igualdade. Assim,

$$\frac{d(m\mathbf{V}_x)}{dt} = \sum F_x \qquad (17.2)$$

A Equação 17.2 é válida para um corpo de massa fixa, ou, em linguagem termodinâmica, para um sistema. Agora deduziremos a equação da conservação da quantidade de movimento para volumes de controle e seguiremos um procedimento semelhante ao utilizado na dedução da equação da continuidade e da primeira e segunda leis da termodinâmica adequadas a volumes de controle.

Considere o volume de controle mostrado na Figura 17.2. O volume de controle é fixo em relação ao seu sistema de coordenadas. Observe que os escoamentos que cruzam a superfície de controle transportam quantidade de movimento para dentro ou para fora do volume de controle.

Podemos utilizar um procedimento similar ao empregado na obtenção das equações de conservação da massa, primeira e segunda leis da termodinâmica

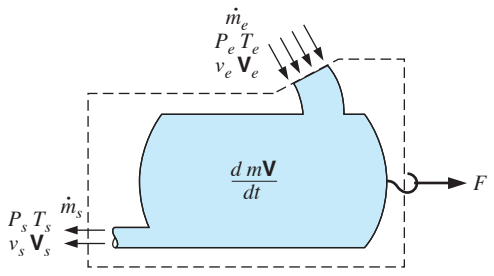

Figura 17.2
Esquema utilizado no desenvolvimento da equação de conservação da quantidade de movimento num volume de controle.

adequadas para volumes de controle, Equações 6.1, 6.7 e 9.2, respectivamente, no desenvolvimento da equação de conservação da quantidade de movimento na direção x para o volume de controle. A expressão que resulta desse procedimento é

$$\text{Taxa de variação} = \sum F_x + \text{entradas} - \text{saídas} \qquad (17.3)$$

Note que apenas as forças que atuam na massa contida no volume de controle (por exemplo, a força gravitacional) e na superfície de controle (por exemplo, o atrito) devem ser levadas em consideração na equação anterior e que os escoamentos que cruzam a superfície de controle podem contribuir para a taxa de variação da quantidade de movimento.

A equação da quantidade de movimento, na direção x, que pode ser obtida da Equação 17.3 é

$$\frac{d(m\mathbf{V}_x)}{dt} = \sum F_x + \sum \dot{m}_e \mathbf{V}_{ex} - \sum \dot{m}_s \mathbf{V}_{sx} \qquad (17.4)$$

Equações análogas podem ser escritas para as direções y e z.

$$\frac{d(m\mathbf{V}_y)}{dt} = \sum F_y + \sum \dot{m}_e \mathbf{V}_{ey} - \sum \dot{m}_s \mathbf{V}_{sy} \qquad (17.5)$$

$$\frac{d(m\mathbf{V}_z)}{dt} = \sum F_z + \sum \dot{m}_e \mathbf{V}_{ez} - \sum \dot{m}_s \mathbf{V}_{sz} \qquad (17.6)$$

No caso de um volume de controle sem entrada ou saída de massa, ou seja, um sistema fechado, essas equações se reduzem à Equação 17.2 em cada uma das direções.

Neste capítulo estamos interessados, principalmente, nos escoamentos em regime permanente e nos quais existe um único fluxo de entrada e um único fluxo de saída no V.C. com propriedades uniformes. A hipótese de regime permanente significa que as taxas de variação da quantidade de movimento no volume de controle nas Equações 17.4, 17.5, e 17.5 são iguais a zero. Ou seja,

$$\frac{d(m\mathbf{V}_x)_{\text{v.c.}}}{dt} = 0 \qquad \frac{d(m\mathbf{V}_y)_{\text{v.c.}}}{dt} = 0 \qquad \frac{d(m\mathbf{V}_z)_{\text{v.c.}}}{dt} = 0 \qquad (17.7)$$

Portanto, as equações de conservação da quantidade de movimento para um volume de controle, que engloba um escoamento que ocorre em regime permanente e que apresenta propriedades uniformes nas seções de alimentação e descarga são

$$\sum F_x = \sum \dot{m}_s \left(\mathbf{V}_s\right)_x - \sum \dot{m}_e \left(\mathbf{V}_e\right)_x \qquad (17.8)$$

$$\sum F_y = \sum \dot{m}_s \left(\mathbf{V}_s\right)_y - \sum \dot{m}_e \left(\mathbf{V}_e\right)_y \qquad (17.9)$$

$$\sum F_z = \sum \dot{m}_s \left(\mathbf{V}_s\right)_z - \sum \dot{m}_e \left(\mathbf{V}_e\right)_z \qquad (17.10)$$

Para o caso especial em que há somente um único fluxo de entrada e um único de saída no volume de controle, essas equações ficam reduzidas a

$$\sum F_x = \dot{m}\left[\left(\mathbf{V}_s\right)_x - \left(\mathbf{V}_e\right)_x\right] \qquad (17.11)$$

$$\sum F_y = \dot{m}\left[\left(\mathbf{V}_s\right)_y - \left(\mathbf{V}_e\right)_y\right] \qquad (17.12)$$

$$\sum F_z = \dot{m}\left[\left(\mathbf{V}_s\right)_z - \left(\mathbf{V}_e\right)_z\right] \qquad (17.13)$$

EXEMPLO 17.2

Um homem está empurrando um carrinho de mão (Figura 17.3), sobre um piso plano, no qual cai 1 kg/s de areia. O homem está andando com velocidade de 1 m/s e a areia tem uma velocidade de 10 m/s ao cair no interior do carrinho. Determine a força que o homem precisa exercer no carrinho de mão e a reação do solo sobre o carrinho devida à queda da areia.

Análise e Solução:
Considere uma superfície de controle em torno do carrinho. Utilizando a Equação 17.4, referente à direção x, temos:

$$\sum F_x = \frac{d\left(m\mathbf{V}_x\right)_{\text{v.c.}}}{dt} + \sum \dot{m}_s \left(\mathbf{V}_s\right)_x - \sum \dot{m}_e \left(\mathbf{V}_e\right)_x$$

Analisemos esse problema do ponto de vista de um observador solidário ao carrinho. Para esse observador, $\mathbf{V}_x$ do material no carrinho é constante e igual a zero. Portanto,

$$\frac{d\left(m\mathbf{V}_x\right)_{\text{v.c.}}}{dt} = 0$$

Entretanto, para esse observador, a areia que cruza a superfície de controle apresenta um componente de velocidade x igual a –1 m/s, e o fluxo de massa que deixa o volume de controle, $\dot{m}$, é igual a –1 kg/s. Assim,

$$F_x = (1 \text{ kg/s}) \times (1 \text{ m/s}) = 1 \text{ N}$$

Se considerarmos o ponto de vista de um observador estacionado na superfície da terra, concluímos que $\mathbf{V}_x$ da areia é zero. Portanto,

$$\sum \dot{m}_s \left(\mathbf{V}_s\right)_x - \sum \dot{m}_e \left(\mathbf{V}_e\right)_x = 0$$

Entretanto, para esse observador existe uma variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle, ou seja

$$\sum F_x = \frac{d\left(m\mathbf{V}_x\right)_{\text{v.c.}}}{dt} = (1 \text{ m/s}) \times (1 \text{ kg/s}) = 1 \text{ N}$$

Consideremos, a seguir, a direção vertical (y).

$$\sum F_y = \frac{d\left(m\mathbf{V}_y\right)_{\text{v.c.}}}{dt} + \sum \dot{m}_s \left(\mathbf{V}_s\right)_y - \sum \dot{m}_e \left(\mathbf{V}_e\right)_y$$

Para os dois observadores, o fixo e o móvel, o primeiro termo desaparece, porque $\mathbf{V}_y$ da massa no volume de controle é zero. Entretanto, para a massa que cruza a superfície de controle, $\mathbf{V}_y$ = 10 m/s e $\dot{m}$ = – 1 kg/s. Assim,

$$F_y = (10 \text{ m/s}) \times (-1 \text{ kg/s}) = -10 \text{ N}$$

O sinal negativo indica que o sentido da força é oposto ao sentido de $\mathbf{V}_y$.

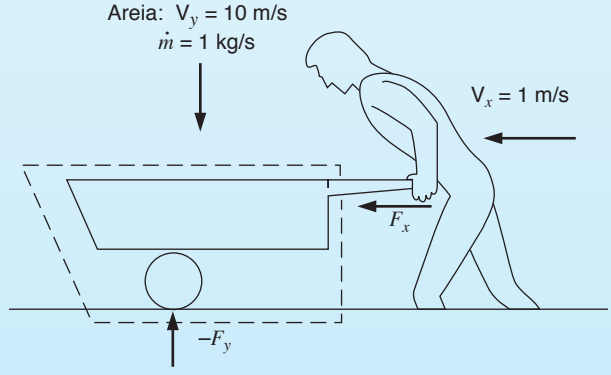

Figura 17.3
Esboço para o Exemplo 17.2.

17.3 FORÇAS QUE ATUAM SOBRE UMA SUPERFÍCIE DE CONTROLE

Consideramos, na última seção, a equação da conservação da quantidade de movimento para um volume de controle. Agora, desejamos calcular a força líquida sobre a superfície de controle que causa essa variação da quantidade de movimento. Para isso, considere o sistema que envolve a curva de um conduto, mostrado na Figura 17.4. A superfície de controle é designada pelas linhas tracejadas e é escolhida de tal modo que o fluxo seja normal à superfície de controle nas seções em que o fluido cruza a fronteira do sistema. Vamos admitir que as forças de cisalhamento nas seções em que o fluido atravessa a fronteira do sistema sejam desprezíveis.

A Figura 17.4*a* mostra as velocidades e a Figura 17.4*b* mostra as forças envolvidas. A força R é a resultante de todas as forças externas sobre o sistema, exceto a provocada pela pressão das vizinhanças. A influência da pressão das vizinhanças, P_0, age em toda a fronteira, exceto em A_e e A_s, em que o fluido atravessa a superfície de controle (P_e e P_s representam as pressões absolutas nesses pontos).

As forças líquidas que atuam no sistema nas direções x e y, F_x e F_y, são iguais à soma das componentes das forças de pressão e da força externa R nas direções respectivas. A influência da pressão das vizinhanças P_0 é, na maior parte das vezes, facilmente levada em consideração, observando-se que ela age em toda a fronteira do sistema, exceto em A_e e A_s. Assim, podemos escrever

$$\sum F_x = (P_e A_e)_x - (P_0 A_e)_x + (P_s A_s)_x - (P_0 A_s)_x + R_x$$
$$\sum F_y = (P_e A_e)_y - (P_0 A_e)_y + (P_s A_s)_y - (P_0 A_s)_y + R_y$$

Essas equações podem ser simplificadas, recombinando os termos de pressão.

$$\sum F_x = \left[(P_e - P_0)A_e\right]_x + \left[(P_s - P_0)A_s\right]_x + R_x$$
$$\sum F_y = \left[(P_e - P_0)A_e\right]_y + \left[(P_s - P_0)A_s\right]_y + R_y \qquad (17.14)$$

Note que é necessário empregar, em todos os cálculos, o sinal adequado para cada pressão e força.

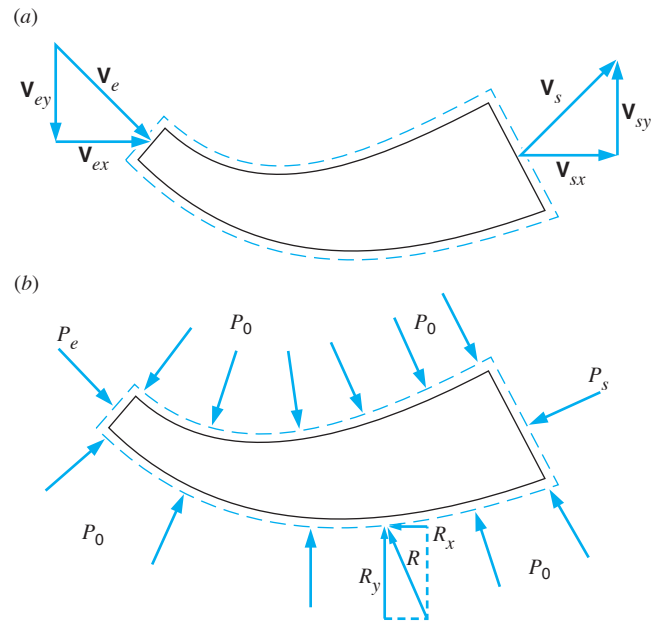

Figura 17.4
Forças que atuam sobre uma superfície de controle.

As Equações 17.8, 17.9 e 17.14 podem ser combinadas do seguinte modo:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= \sum \dot{m}_s (\mathbf{V}_s)_x - \sum \dot{m}_e (\mathbf{V}_e)_x \\ &= \sum\left[(P_e - P_0)A_e\right]_x + \sum\left[(P_s - P_0)A_s\right]_x + R_x \\ \sum F_y &= \sum \dot{m}_s (\mathbf{V}_s)_y - \sum \dot{m}_e (\mathbf{V}_e)_y \\ &= \sum\left[(P_e - P_0)A_e\right]_y + \sum\left[(P_s - P_0)A_s\right]_y + R_y\end{aligned} \qquad (17.15)$$

Se existir somente um fluxo de entrada e um de saída na superfície de controle, as Equações 17.11, 17.12 e 17.14 podem ser combinadas e fornecer:

$$\sum F_x = \dot{m}(\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_e)_x = \left[(P_e - P_0)A_e\right]_x + \left[(P_s - P_0)A_s\right]_x + R_x$$
$$\sum F_y = \dot{m}(\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_e)_y = \left[(P_e - P_0)A_e\right]_y + \left[(P_s - P_0)A_s\right]_y + R_y \qquad (17.16)$$

Uma equação semelhante poderia ser escrita para a direção z. Essas equações são muito úteis pois permitem determinar as forças que estão envolvidas num processo que está sendo analisado num volume de controle.

EXEMPLO 17.3

Um motor a jato está sendo testado numa bancada de ensaio (Figura 17.5). A área da seção de alimentação do compressor é igual a 0,2 m^2 e o ar entra no compressor a 95 kPa e 100 m/s. A pressão atmosférica é 100 kPa. A área da seção de descarga do motor é igual a 0,1 m^2 e os produtos de combus-

tão deixam essa seção à pressão de 125 kPa e com velocidade de 450 m/s. A relação ar–combustível é 50 kg ar/kg combustível, e o combustível entra no motor a baixa velocidade. A vazão de ar que entra no motor é de 20 kg/s. Determine o empuxo R_x sobre o motor.

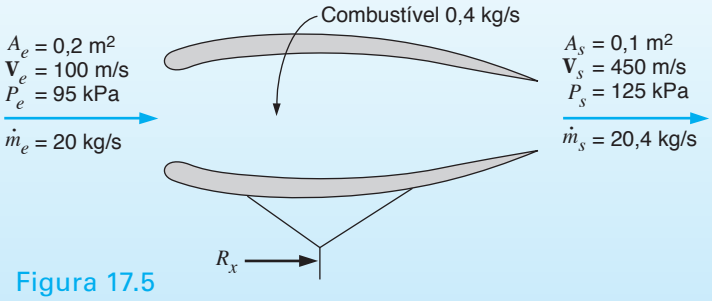

Figura 17.5
Esboço para o Exemplo 17.3.

Análise e Solução:
Vamos admitir que as forças e velocidades sejam positivas quando apontam para a direita. Utilizando a Equação 17.16

$$R_x + \left[\left(P_e - P_0\right)A_e\right]_x + \left[\left(P_s - P_0\right)A_s\right]_x = \left(\dot{m}_s\mathbf{V}_s - \dot{m}_e\mathbf{V}_e\right)_x$$

$$R_x + \left[(95-100)\times 0{,}2\right] - \left[(125-100)\times 0{,}1\right] = \frac{20{,}4\times 450 - 20\times 100}{1000}$$

$$R_x = 10{,}68 \text{ kN}$$

Observe que a quantidade de movimento do combustível que entra no motor foi desprezada.

17.4 ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL, ADIABÁTICO E EM REGIME PERMANENTE DE UM FLUIDO INCOMPRESSÍVEL NUM BOCAL

Um bocal é um dispositivo no qual a energia cinética de um fluido é aumentada segundo um processo adiabático. Essa elevação envolve uma diminuição na pressão que é provocada por uma variação apropriada da área de escoamento. Um difusor é um dispositivo que possui a função inversa, isto é, elevar a pressão pela desaceleração do fluido. Nesta seção discutiremos os bocais e os difusores, que genericamente serão denominados *bocais*.

Considere o bocal mostrado na Figura 17.6. Vamos admitir que o fluido que escoa no bocal seja incompressível, que o escoamento seja adiabático, unidimensional e que ocorra em regime permanente. Da equação da continuidade, concluímos que

$$\dot{m}_s = m_e = \rho A_e\mathbf{V}_e = \rho A_s\mathbf{V}_s$$

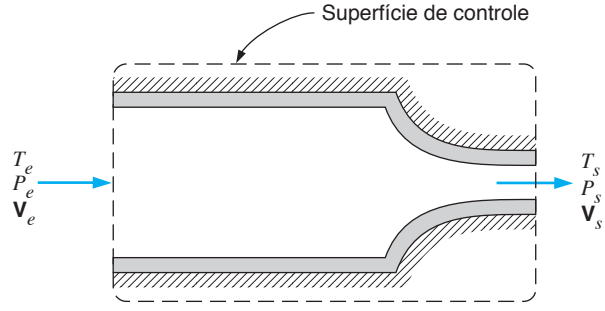

Figura 17.6
Esquema de um bocal.

ou

$$\frac{A_e}{A_s} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{V}_e} \tag{17.17}$$

A primeira lei da termodinâmica para esse processo é

$$h_s - h_e + \frac{\mathbf{V}_s^2 - \mathbf{V}_e^2}{2} + \left(Z_s - Z_e\right)g = 0 \tag{17.18}$$

A partir da segunda lei, concluímos que $s_s \geq s_e$, em que a igualdade vale para um processo reversível.

Portanto, da relação

$$Tds = dh - vdP$$

concluímos que, para um processo reversível,

$$h_s - h_e = \int_e^s vdP \tag{17.19}$$

Se admitirmos que o fluido seja incompressível, a Equação 17.19 pode ser integrada e fornece:

$$h_s - h_e = v(P_s - P_e) \tag{17.20}$$

Substituindo esse resultado na Equação 17.18, obtemos

$$v\left(P_s - P_e\right) + \frac{\mathbf{V}_s^2 - \mathbf{V}_e^2}{2} + \left(Z_s - Z_e\right)g = 0 \tag{17.21}$$

Essa é a equação de Bernoulli (que foi deduzida na Seção 9.3, Equação 9.17). Para o escoamento adiabático, reversível, unidimensional e em regime permanente de um fluido incompressível num bocal, a equação de Bernoulli representa uma combinação da primeira com a segunda lei da termodinâmica.

EXEMPLO 17.4

Água entra no difusor de uma bomba com velocidade de 30 m/s, pressão de 350 kPa e temperatura de 25 °C. O fluido deixa o difusor com velocidade de 7 m/s e pressão de 600 kPa. Determine a pressão na seção de saída de um difusor reversível que é alimentado com água nas condições de entrada fornecidas e que apresenta a velocidade de saída indicada acima. Determine o aumento da entalpia, energia interna e entropia para o difusor real.

Análise e Solução:
Inicialmente, consideremos uma superfície de controle em torno do bocal reversível, com as condições de entrada e a velocidade de saída dadas. A equação de Bernoulli, Equação 17.21, é uma combinação da primeira com a segunda lei da termodinâmica para esse processo.
Como não há variação de energia potencial, essa equação fica reduzida a

$$v\left[\left(P_s\right)_{\text{iso}} - P_e\right] + \frac{\mathbf{V}_s^2 - \mathbf{V}_e^2}{2} = 0$$

em que $(P_s)_{\text{iso}}$ representa a pressão de saída para o escoamento no difusor reversível. Das tabelas de propriedades termodinâmicas da água, v = 0,001003 m^3/kg.

$$P_{s,\,\text{iso}} - P_e = \frac{(30)^2 - (7)^2}{0{,}001003 \times 2 \times 1000} = 424 \text{ kPa}$$

$$P_{s,\,\text{iso}} - 774 \text{ kPa}$$

A seguir, consideraremos uma superfície de controle em torno do difusor real. Para esse processo, a variação de entalpia pode ser determinada pela primeira lei, Equação 17.18,

$$h_s - h_e = \frac{\mathbf{V}_e^2 - \mathbf{V}_s^2}{2} = \frac{(30)^2 - (7)^2}{2 \times 1000} = 0{,}4255 \text{ kJ/kg}$$

A variação da energia interna pode ser determinada a partir da definição de entalpia.

$$h_s - h_e = (u_s - u_e) + (P_s v_s - P_e v_e)$$

Assim, para um fluido incompressível,

$$u_s - u_e = h_s - h_e - v(P_s - P_e)$$
$$= 0{,}4255 - 0{,}001003(600 - 350) = 0{,}17475 \text{ kJ/kg}$$

A variação de entropia pode ser calculada, aproximadamente, a partir da relação

$$Tds = du + Pdv$$

admitindo que a temperatura seja constante (o que é aproximadamente correto nesse caso) e notando que, para um fluido incompressível, $dv = 0$. Com essas hipóteses,

$$s_s - s_e = \frac{u_s - u_e}{T} = \frac{0{,}17475}{298{,}2} = 0{,}000586 \text{ kJ/kg K}$$

Note que ocorreu um aumento de entropia. Isso é verdadeiro, pois o processo é adiabático e irreversível.

17.5 VELOCIDADE DO SOM EM UM GÁS IDEAL

Quando ocorre uma perturbação de pressão em um fluido compressível, a perturbação caminha com uma velocidade que depende do estado do fluido. Uma onda sonora é uma perturbação muito pequena de pressão; a velocidade do som, também chamada de velocidade sônica, é um parâmetro importante na análise do escoamento de fluidos compressíveis. Determinaremos, agora, uma expressão para a velocidade do som num gás ideal em função das propriedades do gás.

Considere uma perturbação provocada pelo movimento do pistão na extremidade do tubo mostrado na Figura 17.7*a*. Assim, uma onda caminha pelo tubo com velocidade c, que é a velocidade do som. Admita que, após a passagem da onda, as propriedades do gás variem de uma quantidade infinitesimal e que o gás está se movendo com velocidade $d\mathbf{V}$ em direção à frente da onda.

Esse processo está mostrado na Figura 17.7*b* do ponto de vista de um observador que caminha com a frente de onda. Considere a superfície de controle mostrada nessa segunda figura. Como esse processo ocorre em regime permanente, podemos escrever a primeira lei da seguinte forma:

$$h + \frac{c^2}{2} = (h + dh) + \frac{(c - d\mathbf{V})^2}{2}$$
$$dh - cd\mathbf{V} = 0 \qquad (17.22)$$

Utilizando a equação da continuidade,

$$\rho Ac = (\rho + d\rho)\, A(c - d\mathbf{V})$$
$$cd\rho - \rho d\mathbf{V} = 0 \qquad (17.23)$$

Considerando também as relações entre as propriedades

$$Tds = dh - \frac{dP}{\rho}$$

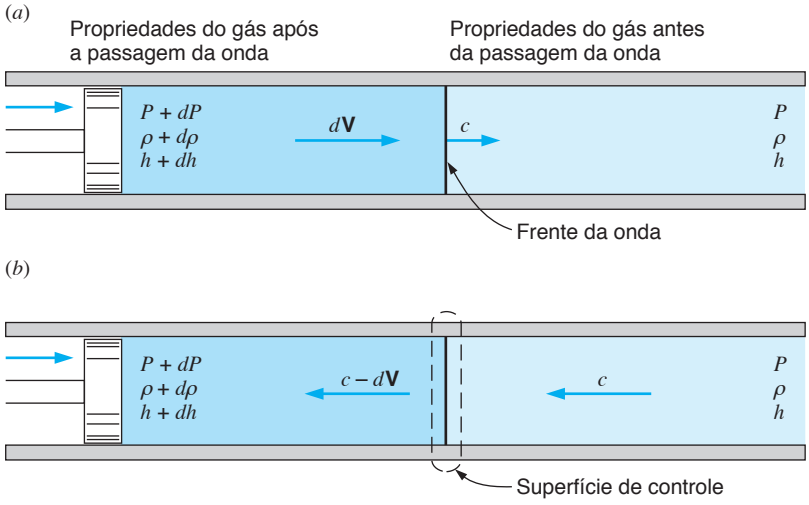

Figura 17.7
Diagrama ilustrativo da velocidade do som. (*a*) Observador imóvel; (*b*) Observador caminhando com a frente de onda.

Se o processo é isoentrópico, $ds = 0$, essa equação pode ser combinada com a Equação 17.22 o que resulta em

$$\frac{dP}{\rho} - c\,d\mathbf{V} = 0 \tag{17.24}$$

Essa equação pode ser combinada com a Equação 17.23 para fornecer

$$\frac{dP}{d\rho} = c^2$$

Como admitimos que o processo é isoentrópico, é melhor reescrevermos a equação como uma derivada parcial.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = c^2 \tag{17.25}$$

Podemos também deduzir essa equação a partir da equação de conservação da quantidade de movimento. Para o volume de controle da Figura 17.7*b*, essa equação apresenta a forma:

$$PA - (P + dP)A = \dot{m}(c - d\mathbf{V} - c) = \rho Ac(c - d\mathbf{V} - c)$$
$$dP = \rho c\,d\mathbf{V} \tag{17.26}$$

Combinando essa equação com a Equação 17.23, obtemos a Equação 17.25, ou seja,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = c^2$$

É muito útil calcular a velocidade do som em um gás ideal com a Equação 17.25. Nós determinamos, no Capítulo 8, que a seguinte relação é válida para um processo isoentrópico de um gás ideal que apresenta calores específicos constantes.

$$\frac{dP}{P} - k\frac{d\rho}{\rho} = 0$$

ou,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = \frac{kP}{\rho}$$

Substituindo essa equação na Equação 17.25, obtemos a velocidade de som em um gás ideal

$$c^2 = \frac{kP}{\rho} \tag{17.27}$$

Como para um gás ideal,

$$\frac{P}{\rho} = RT$$

essa equação também pode ser reescrita na forma

$$c^2 = kRT \tag{17.28}$$

EXEMPLO 17.5

Determine a velocidade do som no ar a 300 K e a 1000 K.

Solução:
Utilizando a Equação 17.28, temos

$$c = \sqrt{kRT}$$
$$= \sqrt{1,4 \times 0,287 \times 300 \times 1000} = 347,2 \text{ m/s}$$

Analogamente, a 1000 K, e admitindo que k = 1,4,

$$c = \sqrt{1,4 \times 0,287 \times 1000 \times 1000} = 633,9 \text{ m/s}$$

Note a variação significativa da velocidade do som com o aumento da temperatura.
O número de Mach, M, é definido pela razão entre a velocidade real, $\mathbf{V}$, e a velocidade do som, c.

$$M = \frac{\mathbf{V}}{c} \tag{17.29}$$

Quando $M > 1$ o escoamento é supersônico, quando $M < 1$ o escoamento é subsônico e quando $M = 1$ o escoamento é sônico. A importância do número de Mach na análise dos problemas que envolvem escoamentos de fluidos ficará evidente nas próximas seções.

QUESTÕES CONCEITUAIS

a. A temperatura de estagnação é sempre maior que a do escoamento livre? Por quê?
b. Examinando a Equação 17.25, classifique por ordem de magnitude a velocidade do som para um sólido, um líquido e um gás.
c. A velocidade do som em um gás ideal depende da pressão? E em um gás real?

17.6 ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL, EM REGIME PERMANENTE, ADIABÁTICO E REVERSÍVEL DE UM GÁS IDEAL EM BOCAIS

A Figura 17.8 mostra um bocal ou difusor com seções convergente e divergente. A seção transversal que apresenta a menor área é chamada de garganta.

Nossas primeiras considerações se relacionam com as condições que determinam se um bocal ou difusor deve ser convergente ou divergente e as condições que prevalecem na garganta. As seguintes relações podem ser escritas para o volume de controle mostrado:

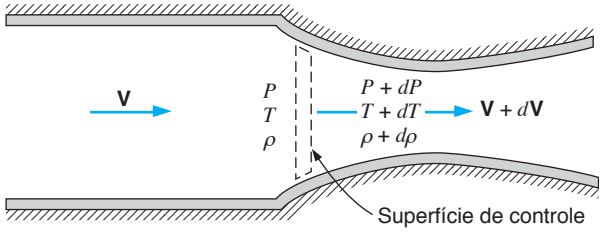

Figura 17.8
Escoamento adiabático, reversível, unidimensional e em regime permanente num bocal.

Primeira lei

$$dh + \mathbf{V}\, d\mathbf{V} = 0 \tag{17.30}$$

Relação de propriedades:

$$Tds = dh - \frac{dP}{\rho} = 0 \tag{17.31}$$

Equação da continuidade:

$$\rho A \mathbf{V} = \dot{m} = \text{ constante}$$
$$\frac{dP}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{d\mathbf{V}}{\mathbf{V}} = 0 \tag{17.32}$$

Combinando as Equações 17.30 e 17.31 podemos obter

$$dh = \frac{dP}{\rho} = -\mathbf{V} d\mathbf{V}$$
$$d\mathbf{V} = -\frac{1}{\rho \mathbf{V}} dP$$

Substituindo esta relação na Equação 17.32

$$\frac{dA}{A} = \left(-\frac{d\rho}{\rho} - \frac{d\mathbf{V}}{\mathbf{V}}\right) = -\frac{d\rho}{\rho}\left(\frac{dP}{dP}\right) + \frac{1}{\rho \mathbf{V}^2} dP$$
$$= \frac{-dP}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dP} - \frac{1}{\mathbf{V}^2}\right) = \frac{dP}{\rho}\left(-\frac{1}{(dP/d\rho)} + \frac{1}{\mathbf{V}^2}\right)$$

Como o escoamento é isoentrópico,

$$\frac{dP}{d\rho} = c^2 = \frac{\mathbf{V}^2}{M^2}$$

e, portanto,

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \mathbf{V}^2}\left(1 - M^2\right) \tag{17.33}$$

Essa é uma equação bastante significativa, pois dela podemos extrair as seguintes conclusões acerca da forma adequada para os bocais e difusores:

Para um bocal, $dP < 0$. Portanto,

para um bocal subsônico,
$M < 1$, $d\mathbf{A} < 0$, e o bocal é convergente
para um bocal supersônico,
$M > 1$, $d\mathbf{A} > 0$, e o bocal é divergente

Para um difusor, $dP > 0$. Portanto,

para um difusor subsônico,
$M < 1$, $d\mathbf{A} > 0$, e o difusor é divergente
para um difusor supersônico,
$M > 1$, $d\mathbf{A} < 0$, e o difusor é convergente

Quando $M = 1$, $d\mathbf{A} = 0$, o que significa que a velocidade sônica somente pode ser encontrada na garganta de um bocal ou difusor. Essas conclusões estão resumidas na Figura 17.9.

Agora desenvolveremos algumas relações entre as propriedades reais, as propriedades de estagnação e o número de Mach. Essas relações são muito úteis na modelagem do escoamento isoentrópico de um gás ideal em bocais.

A Equação 17. 1 fornece a relação entre a entalpia, a entalpia de estagnação e a energia cinética.

$$h + \frac{\mathbf{V}^2}{2} = h_0$$

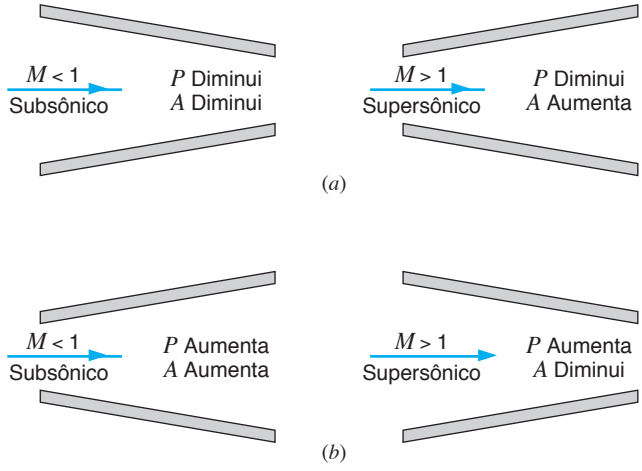

Figura 17.9
Variações de áreas exigidas para (*a*) bocais e (*b*) difusores.

Para um gás ideal que apresenta calor específico constante, a Equação 17.1 pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{V}^2 = 2C_{p0}\left(T_0 - T\right) = 2\frac{kRT}{k-1}\left(\frac{T_0}{T} - 1\right)$$

Como

$$c^2 = kRT$$

$$\mathbf{V}^2 = \frac{2c^2}{k-1}\left(\frac{T_0}{T} - 1\right)$$

$$\frac{\mathbf{V}^2}{c^2} = M^2 = \frac{2}{k-1}\left(\frac{T_0}{T} - 1\right)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}M^2 \tag{17.34}$$

Para um processo isoentrópico,

$$\left(\frac{T_0}{T}\right)^{k/(k-1)} = \frac{P_0}{P} \qquad \left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/(k-1)} = \frac{\rho_0}{\rho}$$

Portanto,

$$\frac{P_0}{P} = \left[1 + \frac{(k-1)}{2}M^2\right]^{k/(k-1)} \tag{17.35}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \frac{(k-1)}{2}M^2\right]^{1/(k-1)} \tag{17.36}$$

A Tabela A.12 fornece os valores de P/P_0, ρ/ρ_0, e T/T_0 em função de M e são relativas a um gás ideal que apresenta k igual a 1,4. Para outros valores de k utilize o programa de computador fornecido no site da editora. As condições na garganta do bocal podem ser encontradas, notando que $M = 1$ na garganta do bocal. As propriedades na garganta são indicadas por um asterisco (*). Assim,

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} \tag{17.37}$$

$$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \tag{17.38}$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/(k-1)} \tag{17.39}$$

As propriedades na garganta de um bocal, quando $M = 1$, são frequentemente chamadas de pressão crí-

tica, temperatura crítica e massa específica crítica. Já as relações dadas pelas Equações 17.37, 17.38 e 17.39 são chamadas de *relação crítica de temperatura*, de *pressão* e de *massa específica*. A Tabela 17. 1 fornece essas relações para vários valores de k.

TABELA 17.1
Relações críticas de pressão, de massa específica e de temperatura para escoamentos isoentrópicos de gases ideais

	$k = 1{,}1$	$k = 1{,}2$	$k = 1{,}3$	$k = 1{,}4$	$k = 1{,}67$
P^*/P_0	0,5847	0,5644	0,5457	0,5283	0,4867
ρ^*/ρ_0	0,6139	0,6209	0,6276	0,6340	0,6497
T^*/T_0	0,9524	0,9091	0,8696	0,8333	0,7491

17.7 DESCARGA[1] DE UM GÁS IDEAL NUM BOCAL ISOENTRÓPICO

Vamos considerar agora a descarga por unidade de área[2], $\dot{m}/A$, num bocal. Utilizando a equação da continuidade,

$$\begin{aligned}\frac{\dot{m}}{A} &= \rho\mathbf{V} = \frac{P\mathbf{V}}{RT}\sqrt{\frac{kT_0}{kT_0}} \\ &= \frac{P\mathbf{V}}{\sqrt{kRT}}\sqrt{\frac{k}{R}}\sqrt{\frac{T_0}{T}}\sqrt{\frac{1}{T_0}} \\ &= \frac{PM}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{k}{R}}\sqrt{1+\frac{k-1}{2}M^2} \qquad (17.40)\end{aligned}$$

Combinando essa equação com as Equações 17.35 e 17.40, a descarga por unidade de área pode ser expressa em termos da pressão de estagnação, temperatura de estagnação, número de Mach e propriedade dos gases.

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{P_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{k}{R}} \times \frac{M}{\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{(k+1)/2(k-1)}} \qquad (17.41)$$

Na garganta, $M = 1$ e, portanto, a descarga por unidade da área na garganta, $\dot{m}/A^*$, pode ser encontrada utilizando a Equação 17.41 para $M = 1$. Assim,

$$\frac{\dot{m}}{A^*} = \frac{P_0}{\sqrt{T_0}}\sqrt{\frac{k}{R}} \times \frac{M}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{(k+1)/2(k-1)}} \qquad (17.42)$$

[1] Descarga e vazão mássica do escoamento através de um bocal ou difusor serão utilizados de forma indistinta neste capítulo (N. T.).
[2] Descarga por unidade de área é fluxo mássico (N. T.).

A relação das áreas, $\boldsymbol{A/A^*}$, pode ser obtida pela divisão da Equação 17.42 pela Equação 17.41.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M}\left[\left(\frac{2}{k+1}\right)\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)\right]^{(k+1)/2(k-1)} \qquad (17.43)$$

A relação $\boldsymbol{A/A^*}$ é a relação entre a área do ponto em que o número de Mach é M e a área da garganta, e os valores de $\boldsymbol{A/A^*}$, em função do número de Mach, são dados na Tabela A.12 do Apêndice. A Figura 17. 10 mostra a variação de $\boldsymbol{A/A^*}$ com o número de Mach. Note que ela está de acordo com nossas conclusões prévias de um bocal subsônico ser convergente e um bocal supersônico ser divergente.

A última observação a ser feita acerca do escoamento isoentrópico de um gás ideal num bocal envolve o efeito da variação da pressão à jusante da seção de saída do bocal sobre a descarga.

Considere, inicialmente, um bocal convergente como o mostrado na Figura 17. 11. A figura também mostra a relação de pressões P/P_0 ao longo do comprimento do bocal. As condições à montante são as de estagnação, que são admitidas constantes. A pressão no plano de saída do bocal é designada P_S e a pressão à

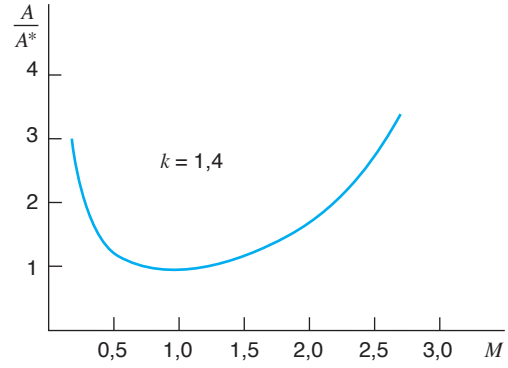

Figura 17.10
Relação de áreas em função do número de Mach para um bocal com escoamento adiabático e reversível.

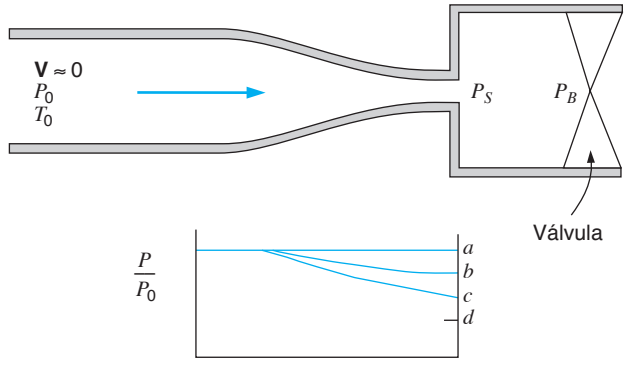

Figura 17.11
Relação de pressão em função da pressão à jusante num bocal convergente.

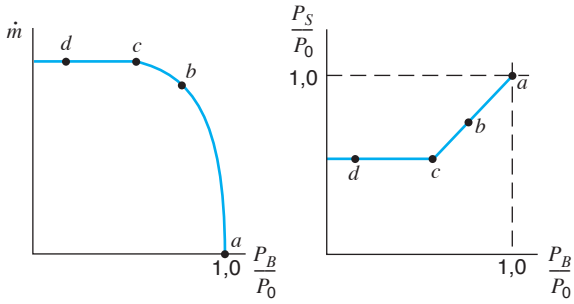

Figura 17.12
Descarga e pressão de saída em função da pressão à jusante para um bocal convergente.

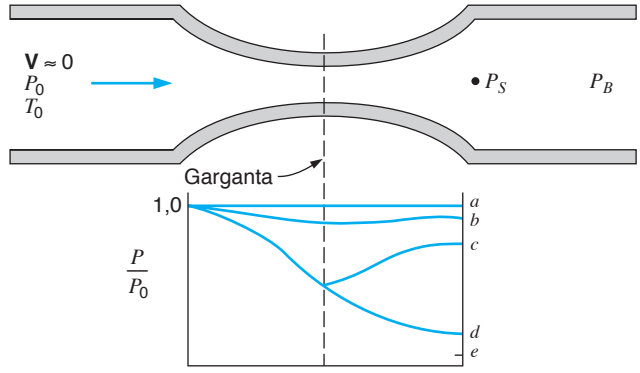

Figura 17.13
Relação de pressão em função da pressão à jusante para um bocal convergente-divergente (escoamento reversível).

jusante é P_B. Analisaremos como se comportam a descarga e a pressão de saída, P_S/P_0, quando a pressão à jusante P_B é diminuída. Esses valores estão indicados na Figura 17.12.

Quando $P_B/P_0 = 1$ certamente não existirá escoamento e $P_S/P_0 = 1$ como indicado pelo ponto a. Deixemos que a pressão à jusante, P_B, seja abaixada até o valor indicado pelo ponto b, de tal forma que P_B/P_0 seja maior que a relação de pressão crítica. A descarga terá certo valor e $P_S = P_B$. O número de Mach na saída será menor do que 1. Deixemos que a pressão à jusante se reduza até a pressão crítica indicada pelo ponto c. O número de Mach na saída agora é unitário e P_S é igual a P_B. Quando P_B cai abaixo da pressão crítica, indicada pelo ponto d, não haverá portanto aumento na descarga, e P_S permanece constante, com um valor igual ao da pressão crítica, e o número de Mach na saída é unitário. A queda de pressão de P_S a P_B ocorre externamente ao bocal. Nessas condições, diz-se que o bocal está blocado, o que significa que, para as condições de estagnação dadas, está passando pelo bocal a maior descarga possível.

Considere, a seguir, um bocal convergente-divergente com uma configuração similar (Figura 17.13). O ponto a indica a condição em que $P_B = P_0$ e não existe escoamento. Quando P_B é reduzida até a pressão indicada pelo ponto b, de forma que P_B/P_0 seja menor que 1, mas consideravelmente maior que a relação crítica de pressão, a velocidade aumenta na seção convergente e $M < 1$ na garganta. Portanto, a parte divergente atua como um difusor subsônico no qual a pressão aumenta e a velocidade diminui. O ponto c indica a pressão à jusante na qual $M = 1$ na garganta, mas a parte divergente atua como um difusor subsônico (com $M = 1$ na entrada) no qual a pressão aumenta e a velocidade diminui. O ponto d indica outra pressão à jusante que permite o escoamento isoentrópico e, nesse caso, a parte divergente atua como um bocal supersônico, com a diminuição de pressão e aumento da velocidade. Entre as pressões à jusante indicadas pelos pontos c e d, uma solução isoentrópica não é possível e ocorrerão as ondas de choque. Esse assunto será discutido na próxima seção. Quando a pressão à jusante é reduzida abaixo daquela designada pelo ponto d, a pressão no plano de saída, P_S, permanece constante e a queda de pressão de P_S a P_B ocorre externamente ao bocal. Isso é indicado pelo ponto e.

EXEMPLO 17.6

A seção de saída de um bocal convergente apresenta área igual a 500 mm^2. Ar entra no bocal a 1000 kPa (pressão de estagnação) e a 360 K (temperatura de estagnação). Determine a descarga para pressões à jusante de 800 kPa, 528 kPa e 300 kPa. Admita que o escoamento seja isoentrópico.

Análise e Solução:
Vamos admitir que o k do ar seja igual a 1,4 e utilizaremos a Tabela A.12. A relação crítica de pressão P^*/P_0 é 0,528. Assim, para uma pressão à jusante de 528 kPa, $M = 1$ na saída do bocal e o bocal está blocado.

Reduzindo a pressão à jusante, a descarga não aumentará. Para uma pressão à jusante de 528 kPa,

$$\frac{T^*}{T_0} = 0{,}8333 \qquad T^* = 300 \text{ K}$$

Na saída

$$\mathbf{V} = c = \sqrt{kRT}$$
$$= \sqrt{1{,}4 \times 0{,}287 \times 300 \times 1000} = 347{,}2 \text{ m/s}$$
$$\rho^* = \frac{P^*}{RT^*} = \frac{528}{0{,}287 \times 300} = 6{,}1324 \text{ kg/m}^3$$
$$\dot{m} = \rho A \mathbf{V}$$

Aplicando essa relação na seção da garganta,

$$\dot{m} = 6{,}1324 \times 500 \times 10^{-6} \times 347{,}2 = 1{,}0646 \text{ kg/s}$$

Para uma pressão à jusante de 800 kPa, $P_S/P_0 = 0{,}8$ (o subscrito S designa as propriedades na seção de saída). Da Tabela A. 12,

$$M_S = 0{,}573 \qquad T_S/T_0 = 0{,}9381$$
$$T_S = 337{,}7 \text{ K}$$
$$c_S = \sqrt{kRT_S} = \sqrt{1{,}4 \times 0{,}287 \times 337{,}7 \times 1000} = 368{,}4 \text{ m/s}$$
$$\mathbf{V}_S = M_S c_S = 211{,}1 \text{ m/s}$$

$$\rho_S = \frac{P_S}{RT_S} = \frac{800}{0{,}287 \times 337{,}7} = 8{,}2542 \text{ kg/m}^3$$
$$\dot{m} = \rho A \mathbf{V}$$

Aplicando essa relação na seção de saída,

$$\dot{m} = 8{,}2542 \times 500 \times 10^{-6} \times 211{,}1 = 0{,}8712 \text{ kg/s}$$

Para uma pressão à jusante menor que a pressão crítica, que nesse caso é de 528 kPa, o bocal está blocado e a descarga é a mesma que aquela para a pressão crítica. Portanto, para uma pressão de saída de 300 kPa, a descarga é de 1,0646 kg/s.

EXEMPLO 17.7

A relação entre as áreas da seção de saída e da garganta de um bocal convergente–divergente é 2. O ar entra nesse bocal à pressão de 1000 kPa (pressão de estagnação) e a 360 K (temperatura de estagnação). A área da garganta é igual a 500 mm^2. Determine a descarga, a pressão, a temperatura, o número de Mach e a velocidade na seção de saída do bocal para as seguintes condições:

a) Velocidade sônica na garganta, seção divergente atuando como bocal (correspondente ao ponto d na Figura 17.13).

b) Velocidade sônica na garganta, seção divergente atuando como difusor (corresponde ao ponto c na Figura 17.13).

Análise e Solução:

a) Na Tabela A. 12 encontramos dois números de Mach para $\boldsymbol{A}/\boldsymbol{A}^* = 2$. Um deles é maior que 1 e outro menor que 1. Quando a seção divergente atua como um bocal supersônico, usamos o valor para $M > 1$ na Tabela A. 12.

$$\frac{A_S}{A^*} = 2{,}0 \qquad M_S = 2{,}197$$
$$\frac{P_S}{P_0} = 0{,}0939 \qquad \frac{T_S}{T_0} = 0{,}5089$$

Portanto

$$P_S = 0{,}0939(1000) = 93{,}9 \text{ kPa}$$
$$T_S = 0{,}5089(360) = 183{,}2 \text{ K}$$
$$c_S = \sqrt{kRT_S} = \sqrt{1{,}4 \times 0{,}287 \times 183{,}2 \times 1000} = 271{,}3 \text{ m/s}$$
$$\mathbf{V}_S = M_S c_S = 2{,}197(271{,}3) = 596{,}1 \text{ m/s}$$

A descarga pode ser determinada considerando tanto a seção da garganta como a seção de saída. Entretanto, geralmente é preferível determinar a descarga nas condições da garganta. Como, nesse caso, $M = 1$ na garganta, o cálculo é idêntico àquele para o escoamento no bocal convergente do Exemplo 17.6 na condição blocada.

b) Da Tabela A. 12

$$\frac{A_S}{A^*} = 2{,}0 \qquad M = 0{,}308 \qquad \frac{P_S}{P_0} = 0{,}0936 \qquad \frac{T_S}{T_0} = 0{,}9812$$
$$P_S = 0{,}0936(1000) = 936 \text{ kPa}$$
$$T_S = 0{,}9812(360) = 353{,}3 \text{ K}$$
$$c_S = \sqrt{kRT_S} = \sqrt{1{,}4 \times 0{,}287 \times 353{,}3 \times 1000} = 376{,}8 \text{ m/s}$$
$$\mathbf{V}_S = M_S c_S = 0{,}308(376{,}3) = 116 \text{ m/s}$$

Como $M = 1$ na garganta, a vazão mássica é a mesma do item (a), que também é igual à vazão no bocal convergente do Exemplo 17.6 operando na condição blocada.

No exemplo anterior, não existe uma solução (escoamento) isoentrópica se a pressão à jusante estiver entre 936 kPa e 93,9 kPa. Se a pressão à jusante estiver nessa faixa, ocorrerá o choque normal no bocal ou ondas de choque oblíquas externamente ao bocal. O problema do choque normal será considerado na próxima seção.

QUESTÕES CONCEITUAIS

d. Um bocal adiabático convergente pode produzir escoamento supersônico?
e. A fim de maximizar a vazão mássica de ar que escoa através de um bocal, quais propriedades podem ser alteradas, e em que sentido (aumento ou diminuição)?
f. Como variam a temperatura e a pressão de estagnação em um escoamento isoentrópico reversível?

17.8 CHOQUE NORMAL NO ESCOAMENTO DE UM GÁS IDEAL NUM BOCAL

Uma onda de choque envolve uma mudança de estado extremamente rápida e abrupta. No choque normal, essa mudança de estado ocorre em um plano normal à direção de escoamento. A Figura 17.14 mostra uma superfície de controle que engloba um choque normal. Podemos agora determinar as relações que descrevem o escoamento. Admitindo o regime permanente, podemos escrever as relações apresentadas logo abaixo, em que os índices x e y indicam, respectivamente, as condições à montante e à jusante da onda de choque. Observe que calor e trabalho não cruzam a superfície de controle.

Primeira lei :

$$h_x + \frac{\mathbf{V}_x^2}{2} = h_y + \frac{\mathbf{V}_y^2}{2} = h_{0x} = h_{0y} \tag{17.44}$$

Equação da continuidade:

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho_x \mathbf{V}_x = \rho_y \mathbf{V}_y \tag{17.45}$$

Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$A(P_x - P_y) = \dot{m}(\mathbf{V}_y - \mathbf{V}_x) \tag{17.46}$$

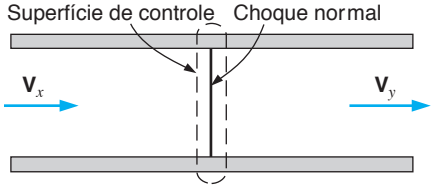

Figura 17.14
Choque normal unidimensional.

Segunda lei: como o processo é adiabático,

$$s_y - s_x = s_{\text{ger}} \geq 0 \tag{17.47}$$

As equações de energia e da continuidade podem ser combinadas para formar uma equação que, quando representada no diagrama h–s, é chamada linha de Fanno. Analogamente, as equações da quantidade de movimento e da continuidade podem ser combinadas para formar uma equação que, quando representada no diagrama h–s, é conhecida como linha de Rayleigh. Essas duas linhas são vistas no diagrama h–s da Figura 17.15. Note que os pontos de entropia máxima, em cada linha (pontos a e b), correspondem a $M = 1$. As partes inferiores de cada linha correspondem a velocidades supersônicas e as partes superiores a velocidades subsônicas.

Os dois pontos para os quais todas as três equações são satisfeitas são os pontos x e y. Note que x está localizado na região supersônica e y na subsônica. Como a segunda lei requer que $s_y - s_x \geq 0$ num processo adiabático, concluímos que o choque normal só pode ocorrer de x para y. Isso significa que a velocidade muda de supersônica ($M > 1$) antes do choque para subsônica ($M < 1$) após o choque.

Agora, deduziremos as equações que descrevem o choque normal. Se admitirmos que os calores específicos sejam constantes, concluímos, a partir da primeira lei (Equação 17.44), que

$$T_{0x} = T_{0y} \tag{17.48}$$

Isto é, não há mudança da temperatura de estagnação através do choque normal. Introduzindo a Equação 17.34 obtemos

$$\frac{T_{0x}}{T_x} = 1 + \frac{k-1}{2} M_x^2 \qquad \frac{T_{0y}}{T_y} = 1 + \frac{k-1}{2} M_y^2$$

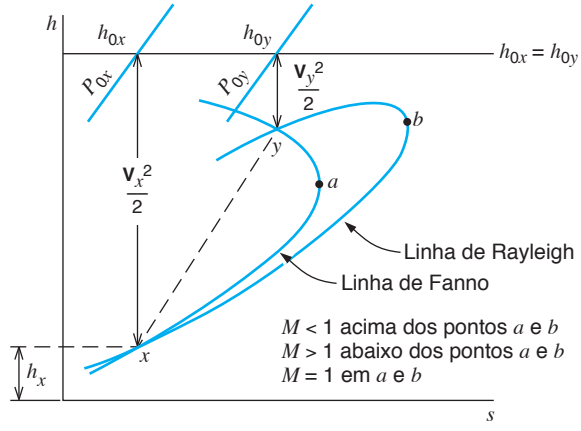

Figura 17.15
Estados finais para um choque normal e unidimensional.

e substituindo na Equação 17.48, temos

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{1+\frac{k-1}{2}M_x^2}{1+\frac{k-1}{2}M_y^2} \tag{17.49}$$

A equação de estado, a definição do número de Mach e a relação $c = \sqrt{kRT}$ podem ser introduzidas na equação da continuidade do seguinte modo:

$$\rho_x \mathbf{V}_x = \rho_y \mathbf{V}_y$$

Mas

$$\rho_x = \frac{P_x}{RT_x} \qquad \rho_y = \frac{P_y}{RT_y}$$

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{P_y \mathbf{V}_y}{P_x \mathbf{V}_x} = \frac{P_y M_y c_y}{P_x M_x c_x} = \frac{P_y M_y \sqrt{T_y}}{P_x M_x \sqrt{T_x}}$$

$$= \left(\frac{P_y}{P_x}\right)^2 \left(\frac{M_y}{M_x}\right)^2 \tag{17.50}$$

Combinando as Equações 17.49 e 17.50, ou seja, combinando a equação da energia com a da continuidade, obtemos a equação da linha de Fanno.

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{M_x\sqrt{1+\frac{k-1}{2}M_x^2}}{M_y\sqrt{1+\frac{k-1}{2}M_y^2}} \tag{17.51}$$

As equações da conservação da quantidade de movimento e da continuidade podem ser combinadas e isso fornece a equação da linha de Rayleigh.

$$P_x - P_y = \frac{\dot{m}}{A}\left(\mathbf{V}_y - \mathbf{V}_x\right) = \rho_y \mathbf{V}_y^2 - \rho_x \mathbf{V}_x^2$$

$$P_x + \rho_x \mathbf{V}_x^2 = P_y + \rho_y \mathbf{V}_y^2$$

$$P_x + \rho_x M_x^2 c_x^2 = P_y + \rho_y M_y^2 c_y^2$$

$$P_x + \frac{P_x M_x^2}{RT_x}\left(kRT_x\right) = P_y + \frac{P_y M_y^2}{RT_y}\left(kRT_y\right)$$

$$P_x\left(1+kM_x^2\right) = P_y\left(1+kM_y^2\right)$$

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{1+kM_x^2}{1+kM_y^2} \tag{17.52}$$

As Equações 17.51 e 17.52 podem ser combinadas para fornecer uma equação que relaciona M_x e M_y.

$$M_y^2 = \frac{M_x^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1}M_x^2 - 1} \tag{17.53}$$

A Tabela A.13 fornece as funções de choque normal, incluindo M_y em função de M_x e ela se aplica para um gás ideal que apresenta $k = 1{,}4$. Observe que M_x é sempre supersônico e que M_y é sempre subsônico. Isso concorda com o estabelecido previamente: num choque normal a velocidade muda de supersônica para subsônica. Essas tabelas fornecem as relações de pressão, massa específica, temperatura e pressão de estagnação através de um choque normal em função de M_x. Esses dados são determinados a partir das Equações 17.49, 17.50 e da equação de estado. Observe que ocorre sempre uma diminuição de pressão de estagnação através de um choque normal e um aumento na pressão estática.

EXEMPLO 17.8

Considere o bocal convergente–divergente do Exemplo 17.7, no qual a seção divergente atua como um bocal supersônico (Figura 17.16). Admita que exista um choque normal no plano de saída do bocal. Determine a pressão estática, a temperatura e a pressão de estagnação imediatamente à jusante do choque normal.

Esboço: Figura 17.16

Análise e Solução:
Da Tabela A.13

$$M_x = 2{,}197 \qquad M_y = 0{,}547 \qquad \frac{P_y}{P_x} = 5{,}46$$

$$\frac{T_y}{T_x} = 1{,}854 \qquad \frac{P_{0y}}{P_{0x}} = 0{,}630$$

$$P_y = 5{,}46 \times P_x = 5{,}46(93{,}9) = 512{,}7 \text{ kPa}$$

$$T_y = 1{,}854 \times T_y = 1{,}854(183{,}2) = 339{,}7 \text{ K}$$

$$P_{0y} = 0{,}630 \times P_{0x} = 0{,}630(1000) = 630 \text{ kPa}$$

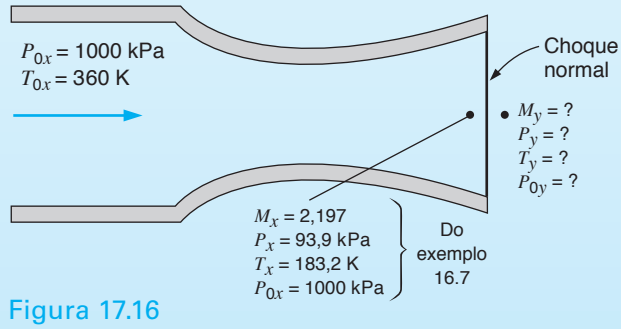

Figura 17.16
Esboço para o Exemplo 17.8.

Vamos utilizar esse exemplo para concluir a nossa discussão sobre o escoamento num bocal convergente–divergente. Por conveniência, a Figura 17.13 é repetida aqui, na Figura 17.17, com a adição dos pontos f, g e h. Considere o ponto d. Já havíamos observado que, com essa pressão à jusante, a pressão no plano de saída, P_S, é igual à pressão à jusante P_B e é mantido o escoamento isoentrópico no bocal. Façamos com que a pressão à jusante seja elevada até a do ponto f. A pressão P_S, no plano de saída, não é influenciada por esse aumento na pressão à jusante, e o aumento na pressão de P_S para P_B ocorre fora do bocal. Façamos com que a pressão à jusante seja elevada até aquela indicada pelo ponto g, que é o suficiente para provocar a permanência de um choque normal no plano de saída do bocal. A pressão no plano de saída P_S (à jusante do choque) é igual à pressão à jusante, P_B, e $M < 1$, na saída do bocal. Esse é o caso do Exemplo 17.8. Façamos agora com que a pressão à jusante possa ser elevada até a correspondente ao ponto h. Quando a pressão à jusante é elevada de g para h, o choque normal se move para o interior do bocal do modo indicado. Como $M < 1$ à jusante do choque normal, a porção divergente do bocal, que está à jusante do choque, atua como um difusor subsônico. Quando a pressão à jusante é elevada de h para c, o choque se move mais a montante e desaparece na garganta do bocal onde a pressão à jusante corresponde a c. Isso é razoável porque não existem velocidades supersônicas quando a pressão à jusante corresponde a c e, portanto, não é possível a ocorrência de ondas de choque.

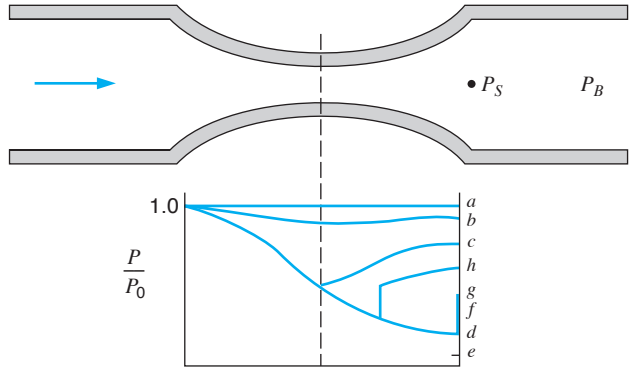

Figura 17.17
Relação de pressão em função da pressão à jusante para um bocal convergente–divergente (escoamento reversível).

EXEMPLO 17.9

Considere o bocal convergente–divergente dos Exemplos 17.7 e 17.8. Admita que exista uma onda de choque normal estacionada no ponto onde $M = 1{,}5$. Determine a pressão, a temperatura e o número de Mach na seção de saída do bocal. Admita que o escoamento seja isoentrópico, exceto para o choque normal (Figura 17.18).

Esboço: Figura 17.18.

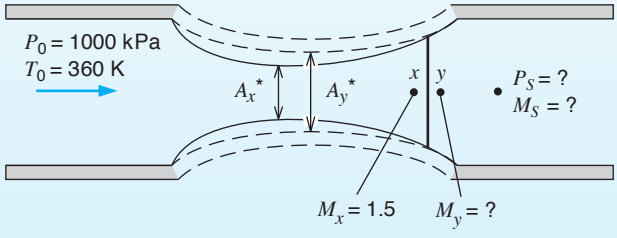

Figura 17.18
Esboço para o Exemplo 17.9.

Análise e Solução:
As propriedades no ponto x podem ser determinadas com a Tabela A.12, porque o escoamento é isoentrópico até o ponto x.

$$M_x = 1{,}5 \qquad \frac{P_x}{P_{0x}} = 0{,}2724$$

$$\frac{T_x}{T_{0x}} = 0{,}6897 \qquad \frac{A_x}{A_x^*} = 1{,}1762$$

Portanto,

$$P_x = 0{,}2724(1000) = 272{,}4 \text{ kPa}$$
$$T_x = 0{,}6897(360) = 248{,}3 \text{ K}$$

As propriedades no ponto y podem ser determinadas a partir das funções de choque normal, Tabela A.13.

$$M_y = 0{,}7011 \qquad \frac{P_y}{P_x} = 2{,}4583$$

$$\frac{T_y}{T_x} = 1{,}320 \qquad \frac{P_{0y}}{P_{0x}} = 0{,}9298$$

$$P_y = 2{,}4583 \qquad P_x = 2{,}4583(272{,}4) = 669{,}6 \text{ kPa}$$

$$T_y = 1{,}320 \qquad T_x = 1{,}320(248{,}3) = 327{,}8 \text{ K}$$

$$P_{0y} = 0{,}9298 \qquad P_{0x} = 0{,}9298(1000) = 929{,}8$$

Como não há variação na temperatura de estagnação através do choque normal,

$$T_{0_x} = T_{0_y} = 360 \text{ K}$$

A parte divergente do bocal, de y a S, opera como um difusor subsônico. Na solução desse problema é conveniente supor que o fluxo em y veio de um bocal isoentrópico que possui uma área de garganta igual a $\boldsymbol{A}_y$. Esse bocal hipotético está representado pela linha pontilhada. Da tabela das funções de escoamento isoentrópico, Tabela A.11, encontramos o seguinte para $M_y = 0{,}7011$.

$$M_y = 0{,}7011 \qquad \frac{A_y}{A_y^*} = 1{,}0938$$

$$\frac{P_y}{P_{0y}} = 2{,}7202 \qquad \frac{T_y}{T_{0y}} = 0{,}9105$$

Da hipótese do problema,

$$\frac{A_S}{A_x^*} = 2{,}0$$

Como o escoamento de y a E é isoentrópico,

$$\frac{A_S}{A_S^*} = \frac{A_S}{A_y^*} = \frac{A_S}{A_x^*} \times \frac{A_x^*}{A_x} \times \frac{A_x}{A_y} \times \frac{A_y}{A_y^*}$$

$$= \frac{A_S}{A_y^*} = 20 \times \frac{1}{1{,}1762} \times 1 \times 1{,}0938 = 1{,}860$$

Das tabelas de funções de escoamento isoentrópico para $\boldsymbol{A}/\boldsymbol{A}^* = 1{,}860$ e $M < 1$

$$M_S = 0{,}339 \qquad \frac{P_S}{P_{0S}} = 0{,}9222 \qquad \frac{T_S}{T_{0S}} = 0{,}9771$$

$$\frac{P_S}{P_{0S}} = \frac{P_S}{P_{0y}} = 0{,}9222$$

$$P_S = 0{,}9222\left(P_{0y}\right) = 0{,}9222(929{,}8) = 857{,}5 \text{ kPa}$$

$$T_S = 0{,}9771\left(T_{0S}\right) = 0{,}9771(360) = 351{,}7 \text{ K}$$

Ao considerarmos o choque normal, ignoramos a influência da viscosidade e da condutibilidade térmica sobre o processo. Isso, com certeza, não é uma hipótese realista. Além disso, a espessura da onda de choque real é finita. Entretanto, os resultados que podem ser obtidos a partir do desenvolvimento aqui efetuado fornecem uma boa visão qualitativa do choque normal e também apresentam uma concordância razoável com os dados experimentais.

17.9 COEFICIENTES DO BOCAL E DO DIFUSOR

Consideramos, até este ponto, somente o escoamento isoentrópico e os choques normais. Conforme indicado no Capítulo 9, o escoamento isoentrópico num bocal fornece um padrão em relação ao qual podemos comparar o comportamento do escoamento num bocal real. Os três parâmetros importantes utilizados para comparar o escoamento real com o escoamento ideal são: a eficiência do bocal, o coeficiente de velocidade e o coeficiente de descarga. Esses parâmetros são definidos do seguinte modo:

A eficiência do bocal, η_B, é definida por

$$\eta_B = \frac{\text{Energia cinética real na saída do bocal}}{\text{Energia cinética na saída, na pressão de saída real, para escoamento isoentrópico}} \tag{17.54}$$

A eficiência pode ser definida em função das propriedades. No diagrama h–s da Figura 17.19, o estado $0e$ representa o estado de estagnação do fluido que entra no bocal; o estado $s,real$ representa o estado real na saída do bocal; e o estado s,iso representa o estado que teria sido atingido, na saída do bocal, se o escoamento fosse adiabático, reversível e com a mesma pressão de saída. Portanto, em função desses estados, a eficiência do bocal é

$$\eta_B = \frac{h_{0e} - h_{s,\,\text{real}}}{h_{0e} - h_{s,\,\text{iso}}}$$

As eficiências dos bocais variam, em geral, de 90 a 99%. Os bocais grandes normalmente apresentam

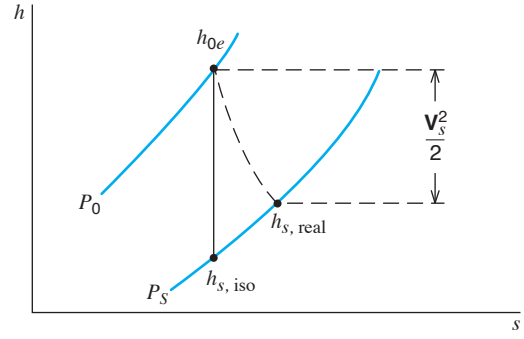

Figura 17.19
Diagrama temperatura–entropia que mostra os efeitos da irreversibilidade num bocal.

eficiências mais elevadas do que os bocais pequenos e os bocais com eixos retos possuem eficiência mais elevada que os bocais com eixos curvos. As irreversibilidades que provocam o desvio do escoamento isoentrópico são principalmente provocadas pelos efeitos de atrito e são, em grande parte, restritas à camada limite. A taxa de variação da área da seção transversal ao longo do eixo do bocal (isto é, o contorno do bocal) é um parâmetro importante no projeto de um bocal eficiente, particularmente na seção divergente. Considerações detalhadas desse assunto estão além dos objetivos deste texto e o leitor deve consultar as referências usuais sobre o assunto.

O coeficiente de velocidade C_V é definido por

$$C_V = \frac{\text{Velocidade real na saída do bocal}}{\text{Velocidade na saída para escoamento isoentrópico na pressão de saída real}} \tag{17.55}$$

Assim, o coeficiente de velocidade é igual à raiz quadrada da eficiência do bocal

$$C_V = \sqrt{\eta_B} \tag{17.56}$$

O coeficiente de descarga, C_D, é definido pela relação

$$C_D = \frac{\text{Vazão mássica real do escoamento}}{\text{Vazão mássica do escoamento isoentrópico}}$$

Na determinação da descarga em condições isoentrópicas, a pressão à jusante é usada se o bocal não estiver blocado. Se o bocal estiver blocado, a descarga com escoamento isoentrópico é baseada no escoamento isoentrópico e na velocidade sônica na seção mínima (isto é, velocidade sônica na saída de um bocal convergente e na garganta de um bocal convergente–divergente)

O desempenho de um difusor normalmente é dado em função da eficiência do difusor. Vamos utilizar o diagrama h–s da Figura 17.20 para visualizar a definição dessa eficiência. Os estados 1 e 01 são os estados real e de estagnação do fluido que entra no difusor. Os estados 2 e 02 são os estados real e de estagnação do fluido que deixa o difusor. O estado 3 não é obtido no difusor, mas é o estado que possui a mesma entropia que o estado inicial e pressão do estado de estagnação isoentrópica do fluido que deixa o difusor. A eficiência do difusor, η_D, é definida por

$$\eta_D = \frac{\Delta h_{\text{iso}}}{\mathbf{V}_1^2/2} = \frac{h_3 - h_1}{h_{01} - h_1} = \frac{h_3 - h_1}{h_{02} - h_1} \tag{17.57}$$

Se admitirmos que o fluido se comporte como um gás ideal com calor específico constante, essa equação fica reduzida a

$$\eta_D = \frac{T_3 - T_1}{T_{02} - T_1} = \frac{\dfrac{(T_3 - T_1)}{T_1} T_1}{\dfrac{\mathbf{V}_1^2}{2C_{p_0}}}$$

$$C_{p_0} = \frac{kR}{k-1} \qquad T_1 = \frac{c_1^2}{kR}$$

$$\mathbf{V}_1^2 = M_1^2 c_1^2 \qquad \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{P_{02}}{P_1}\right)^{(k-1)/k}$$

Portanto,

$$\eta_D = \frac{\left(\dfrac{P_{02}}{P_1}\right)^{(k-1)/k}}{\dfrac{k-1}{2} M_1^2}$$

$$\left(\frac{P_{02}}{P_1}\right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{P_{01}}{P_1}\right)^{(k-1)/k} \times \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{(k-1)/k}$$

$$\left(\frac{P_{02}}{P_1}\right)^{(k-1)/k} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)\left(\frac{P_{02}}{P_1}\right)^{(k-1)/k}$$

$$\eta_D = \frac{\left(1 + \dfrac{k-1}{2} M_1^2\right)\left(\dfrac{P_{02}}{P_1}\right)^{(k-1)/k} - 1}{\dfrac{k-1}{2} M_1^2} \tag{17.58}$$

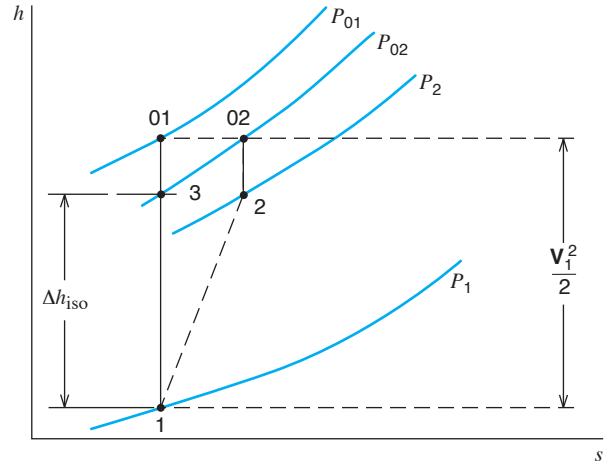

Figura 17.20
Diagrama entalpia–temperatura que mostra a definição da eficiência de um difusor.

17.10 BOCAIS E ORIFÍCIOS COMO MEDIDORES DE VAZÃO

A vazão de um fluido que escoa em um tubo é normalmente determinada pela medição da queda de pressão através de um bocal ou orifício na linha (veja a Figura 17.21). O processo ideal para o escoamento em tal bocal ou orifício é o isoentrópico através de um bocal que possui a mesma queda de pressão, desde a entrada até a saída, e uma seção transversal mínima igual à área mínima do bocal ou orifício. O escoamento real é relacionado com o escoamento ideal pelo coeficiente de descarga definido pela Equação 17.57.

A diferença de pressão medida através de um orifício depende da posição dos pontos de tomadas de pressão, como indica a Figura 17.21. Como o escoamento ideal é baseado na diferença de pressão medida, o coeficiente de descarga depende da posição dos pontos de tomadas de pressão. Além disso, o coeficiente de descarga para um orifício de bordos agudos é consideravelmente menor do que para um bocal de bordos arredondados. Isso é devido, principalmente, à contração do escoamento principal, conhecida como *vena contracta*.

Existem dois procedimentos para determinar o coeficiente de descarga de um bocal ou orifício. Um consiste em seguir um processo padrão de projeto, tal como o estabelecido pela "American Society of Mechanical Engineers"[3], e utilizar o coeficiente de descarga fornecido para o projeto em questão. O outro método, que é mais preciso, consiste em calibrar o bocal ou orifício, determinando-se o coeficiente de descarga da instalação a partir de medidas precisas da vazão real. O processo a ser seguido dependerá da precisão desejada e de outros fatores envolvidos (tais como, tempo, custo, disponibilidade de instrumentos para calibração) em uma dada situação.

Podemos determinar o escoamento ideal referente ao escoamento de um fluido incompressível através de um orifício, que apresenta certa queda de pressão, pelo procedimento exposto na Seção 17.4. É realmente vantajoso combinar as Equações 17.17 e 17.21 para obtermos a seguinte relação, válida para o escoamento reversível:

$$v\left(P_2-P_1\right)+\frac{\mathbf{V}_2^2-\mathbf{V}_1^2}{2}=v\left(P_2-P_1\right)+\frac{\mathbf{V}_2^2-\left(A_2/A_1\right)^2\mathbf{V}_2^2}{2}=0 \tag{17.59}$$

ou

$$v\left(P_2-P_1\right)+\frac{\mathbf{V}_2^2}{2}\left[1-\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right]=0$$

$$\mathbf{V}_2=\sqrt{\frac{2v\left(P_1-P_2\right)}{\left[1-\left(A_2/A_1\right)^2\right]}} \tag{17.60}$$

[3] *Fluid Meters, Their Theory and Application*, ASME, 1959. Flow Measurement, ASME, 1959.

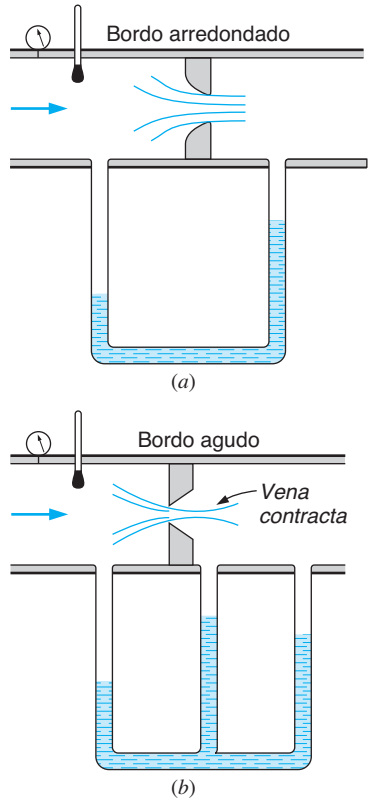

Figura 17.21
Análise de um bocal que funciona como um dispositivo medidor de vazão.

Para um gás ideal, quando a queda de pressão através de um orifício ou bocal é pequena, é frequentemente vantajoso utilizar um procedimento simplificado, como a seguir. Considere o bocal mostrado na Figura 17.22. Concluímos, a partir da primeira lei, que

$$h_e+\frac{\mathbf{V}_e^2}{2}=h_s+\frac{\mathbf{V}_s^2}{2}$$

Admitindo que o calor específico seja constante, temos

$$\frac{\mathbf{V}_s^2-\mathbf{V}_e^2}{2}=h_e-h_s=C_{p0}\left(T_e-T_s\right)$$

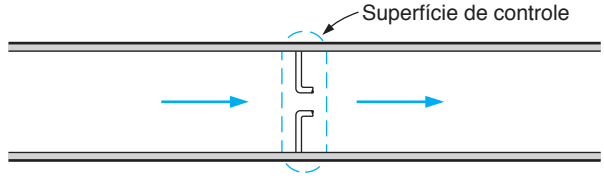

Figura 17.22
Análise de um bocal como dispositivo para a medição de vazão.

Façamos com que ΔP e ΔT representem as diminuições de pressão e de temperatura no escoamento através do bocal. Como estamos considerando que o escoamento é adiabático e reversível, temos

$$\frac{T_s}{T_e} = \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{(k-1)/k}$$

ou

$$\frac{T_e - \Delta T}{T_e} = \left(\frac{P_e - \Delta P}{P_e}\right)^{(k-1)/k}$$

$$1 - \frac{\Delta T}{T_e} = \left(1 - \frac{\Delta P}{P_e}\right)^{(k-1)/k}$$

Utilizando a expansão binomial para o lado direito da equação, obtemos

$$1 - \frac{\Delta T}{T_e} = 1 - \frac{k-1}{k}\frac{\Delta P}{P_e} - \frac{k-1}{2k^2}\frac{\Delta P^2}{P_e^2}\cdots$$

Se $\Delta P/P_e$ é pequeno, esta se reduz a:

$$\frac{\Delta T}{T_e} = \frac{k-1}{k}\frac{\Delta P}{P_e}$$

Substituindo na equação da primeira lei,

$$\frac{\mathbf{V}_s^2 - \mathbf{V}_e^2}{2} = C_{p0}\frac{k-1}{k}\Delta P\frac{T_e}{P_e}$$

Para um gás ideal,

$$C_{p0} = \frac{kR}{k-1} \qquad \text{e} \qquad v_e = R\frac{T_e}{P_e}$$

portanto

$$\frac{\mathbf{V}_s^2 - \mathbf{V}_e^2}{2} = v_e \Delta P$$

Note que essa equação é igual à Equação 17.59, que foi desenvolvida para escoamento incompressível. Assim, a hipótese de escoamento incompressível pode ser utilizada para avaliar as velocidades do escoamento desde que a queda de pressão através de um bocal ou orifício seja pequena.

O tubo de Pitot, Figura 17.23, é um instrumento importante para a medição da velocidade de um fluido. No cálculo da velocidade do escoamento com um tubo de Pitot admite-se que o fluido seja desacelerado isoentropicamente na frente do tubo de Pitot. Portanto, a pressão medida no orifício frontal do tubo é admitida como igual à pressão de estagnação da corrente livre.

Aplicando a primeira lei para esse processo, temos

$$h + \frac{\mathbf{V}^2}{2} = h_0$$

Se, além disso, admitirmos que o escoamento seja incompressível, a primeira lei fica reduzida a (porque $Tds = dh - vdP$)

$$\frac{\mathbf{V}^2}{2} = h_0 - h = v\left(P_0 - P\right)$$

ou

$$\mathbf{V} = \sqrt{2v\left(P_0 - P\right)} \tag{17.61}$$

Se considerarmos o escoamento compressível de um gás ideal que apresenta calor específico constante, a velocidade pode ser determinada pela relação

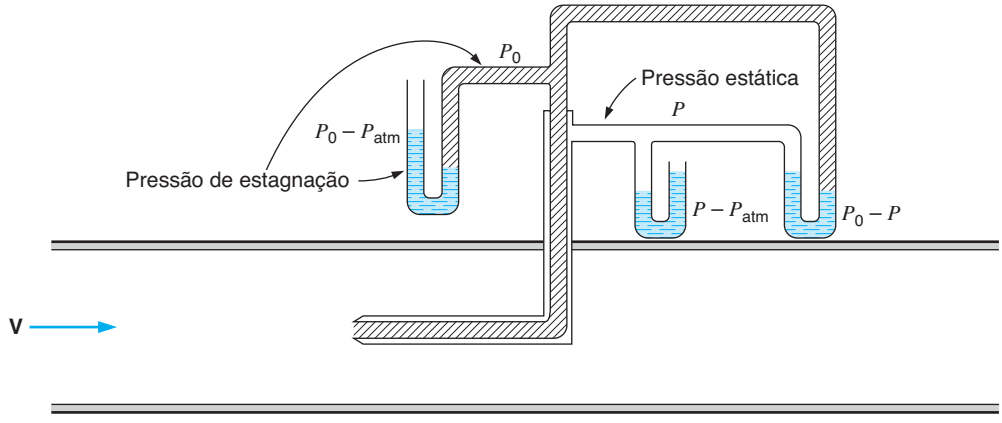

Figura 17.23
Representação esquemática de um tubo de Pitot.

$$\frac{\mathbf{V}^2}{2} = h_0 - h = C_{p0}\left(T_0 - T\right) = C_{p0}T\left(\frac{T_0}{T} - 1\right)$$
$$= C_{p0}T\left[\left(\frac{P_0}{P}\right)^{(k-1)/k} - 1\right] \tag{17.62}$$

É interessante conhecer o erro introduzido no cálculo da velocidade de um escoamento de gás ideal com os dados obtidos com um tubo de Pitot admitindo que o escoamento seja incompressível. Para isso, partiremos da Equação 17.35 e a reordenaremos do seguinte modo:

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{k/(k-1)} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)\left(\frac{\mathbf{V}^2}{c^2}\right)\right]^{k/(k-1)} \tag{17.63}$$

Mas,

$$\frac{\mathbf{V}^2}{2} + C_{p0}T = C_{p0}T_0$$
$$\frac{\mathbf{V}^2}{2} + \frac{kRc^2}{(k-1)kR} = \frac{kRc_0^2}{(k-1)kR}$$
$$1 + \frac{2c^2}{(k-1)\mathbf{V}^2} = \frac{2c_0^2}{(k-1)\mathbf{V}^2} \qquad \text{onde} \qquad c_0 = \sqrt{kRT_0}$$
$$\frac{c^2}{\mathbf{V}^2} = \frac{k-1}{2}\left[\left(\frac{2}{k-1}\right)\left(\frac{c_0^2}{\mathbf{V}^2}\right) - 1\right] = \frac{c_0^2}{\mathbf{V}^2} - \frac{k-1}{2}$$

ou

$$\frac{c^2}{\mathbf{V}^2} = \frac{c_0^2}{\mathbf{V}^2} - \frac{k-1}{2} \tag{17.64}$$

Substituindo na Equação 17.63 e reordenando

$$\frac{P}{P_0} = \left[1 - \frac{k-1}{2}\left(\frac{\mathbf{V}}{c_0}\right)^2\right]^{k/(k-1)} \tag{17.65}$$

Desenvolvendo essa equação pelo teorema do binômio, e incluindo os termos até $(\mathbf{V}/c_0)^4$, obtemos

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{k}{2}\left(\frac{\mathbf{V}}{c_0}\right)^2 + \frac{k}{8}\left(\frac{\mathbf{V}}{c_0}\right)^4$$

Reordenando, obtemos

$$\frac{P_0 - P}{\rho_0\mathbf{V}^2/2} = 1 - \frac{1}{4}\left(\frac{\mathbf{V}}{c_0}\right)^2 \tag{17.66}$$

Para o escoamento incompreensível, a equação correspondente é

$$\frac{P_0 - P}{P_0\mathbf{V}^2/2} = 1$$

Portanto, o segundo termo do lado direito da Equação 17.66 representa o erro provocado pela hipótese de escoamento incompressível. A Tabela 17.2 relaciona esses erros de dois modos: os erros na pressão em função da velocidade e os erros na velocidade em função da pressão.

TABELA 17.2

V/c_0	Velocidade aproximada à temperatura ambiente (25 °C), m/s	Erro na pressão para uma dada velocidade, %	Erro na velocidade para uma dada pressão, %
0,0	0	0	0
0,1	35	0,25	−0,13
0,2	70	1,0	−0,5
0,3	105	2,25	−1,2
0,4	140	4,0	−2,1
0,5	175	6,25	−3,3

QUESTÕES CONCEITUAIS

g. Considere a Figura 17.17 (casos *a*–*h*). Em quais casos há e em quais não há geração de entropia?

h. Como variam a temperatura e a pressão de estagnação no escoamento através de um bocal adiabático com eficiência inferior a 100%?

i. A Tabela A.13 tem uma coluna P_{0y}/P_{0x}. Por que não existe uma para T_{0y}/T_{0x}?

j. Qual é a máxima velocidade (máximo número de Mach) que um escoamento pode apresentar e ainda ser tratado como incompressível, com erro máximo de 2%?

RESUMO

O presente capítulo apresentou uma breve introdução ao assunto de escoamento compressível, com ênfase nas aplicações de escoamento através de bocais e difusores. A abordagem tomou como ponto de partida o estado de estagnação isoentrópico. A equação da quantidade de movimento foi aplicada a um volume de controle que engloba o escoamento e, a partir dela, foi possível identificar os termos das forças que atuam sobre o escoamento. Em especial, foi possível identificar o empuxo que atua em uma turbina a jato, decorrente

da aceleração do escoamento (elevação da quantidade de movimento) na seção de saída.

O escoamento através de um bocal foi primeiro considerado como incompressível, como já abordado no Capítulo 9, o que levou à obtenção da Equação de Bernoulli. Depois foi apresentado o conceito de velocidade do som, que é a velocidade com que uma onda de pressão isoentrópica atravessa um fluido. A velocidade do som, c, é uma propriedade termodinâmica e, para um gás ideal, pode ser expressa como uma função de outras propriedades. Para o escoamento compressível em um bocal, foi identificada a importância do número de Mach, que determina a natureza do escoamento. Para um número de Mach menor que um, o escoamento é subsônico e, no escoamento através de um bocal convergente a velocidade aumenta no sentido do escoamento. Por outro lado, quando o número de Mach é maior que um, o escoamento é supersônico (ou hipersônico) e é preciso um bocal divergente para aumentar a velocidade. Comentários análogos podem ser feitos para um difusor. Se a razão de pressão no escoamento através de um bocal for muito elevada, pode ocorrer $M = 1$ na garganta (menor área do dispositivo) e, nessa seção, as propriedades do fluido são as críticas (T^*, P^* e ρ^*). Foi discutido em detalhes como a vazão mássica do escoamento através de um bocal convergente ou convergente–divergente depende da pressão de descarga. Vários tipos de escoamento adiabático reversível (isto é, isoentrópico) podem se desenvolver, por exemplo: a) completamente subsônico; b) sônico apenas na garganta e depois subsônico; c) sônico na garganta e depois supersônico no trecho divergente. A descarga do escoamento é máxima quando o bocal está blocado, situação em que $M = 1$ na garganta. Nestas condições, diminuir a pressão de descarga não aumenta a vazão mássica do escoamento.

Quando a pressão de descarga é tal que não é possível obter um escoamento isoentrópico, o que ocorre é o surgimento de um choque normal em algum ponto do escoamento. Através do choque normal são satisfeitas as equações de conservação–continuidade, energia (linha de Fanno) e quantidade de movimento (linha de Rayleigh). Caminhando no sentido do escoamento, ao se cruzar o choque passa-se da condição supersônica de escoamento para a subsônica, há queda da pressão de estagnação e aumento da entropia. Se for admitida a possibilidade de que o choque possa ocorrer na seção divergente do bocal, na seção de saída, ou até mesmo fora do bocal, é possível determinar a solução do escoamento para qualquer valor de pressão de descarga, conforme mostrado na Figura 17.17.

Nas duas últimas seções do capítulo foram abordadas questões mais práticas sobre o escoamento através de bocais e difusores. Nelas foram introduzidos certos coeficientes de escoamento que, por serem constantes em uma ampla faixa de condições de escoamento, são de grande utilidade. Bocais e orifícios são dispositivos frequentemente utilizados para medir vazão de fluidos e é importante saber quando tratar o escoamento como compressível.

Após estudar o material deste capítulo você deve ser capaz de:

- Determinar as propriedades de estagnação de um dado escoamento.
- Aplicar a equação da quantidade de movimento a um volume de controle genérico.
- Entender as simplificações feitas para considerar um escoamento incompressível e suas consequências.
- Entender o que é a velocidade do som e como calculá-la para um gás ideal.
- Entender a importância do número de Mach e quais são as decorrências quando seu valor é conhecido.
- Saber as relações entre as propriedades do escoamento – pressão, temperatura e densidade – para escoamento isoentrópico e como elas variam com o número de Mach do escoamento.
- Entender a dependência entre a área de escoamento e o número de Mach.
- Determinar a vazão mássica do escoamento (descarga) isoentrópico através de um bocal.
- Saber o que é escoamento blocado e sob que condições ele ocorre.
- Saber o que é um choque normal e quando ele ocorre.
- Relacionar as propriedades à montante e à jusante do choque.
- Relacionar as propriedades do choque com as condições de entrada e saída do bocal.
- Compreender a importância das propriedades de estagnação e quando elas variam.
- Utilizar a eficiência do bocal, ou algum coeficiente de escoamento, na solução do escoamento.
- Entender como bocais e orifícios podem ser utilizados como dispositivos de medição de vazão de escoamentos.

CONCEITOS E EQUAÇÕES PRINCIPAIS

Entalpia de estagnação:

$$h_0 = h + \frac{1}{2}\mathbf{V}^2$$

Equação da quantidade de movimento na direção x:

$$\frac{d\left(m\mathbf{V}_x\right)}{dt} = \sum F_x + \sum \dot{m}_e \mathbf{V}_{ex} - \sum \dot{m}_s \mathbf{V}_{sx}$$

Equação de Bernoulli: $v\left(P_s - P_e\right) + \frac{1}{2}\left(\mathbf{V}_s^2 - \mathbf{V}_e^2\right) + \left(Z_s - Z_e\right)g = 0$

Velocidade do som de um gás ideal: $c = \sqrt{kRT}$

Número de Mach: $M = \mathbf{V}/c$

Relação área–pressão: $\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho \mathbf{V}^2}\left(1 - M^2\right)$

Escoamento isoentrópico – relações entre as propriedades locais (com número de Mach M) e as propriedades de estagnação

Relação de pressões: $P_0 = P\left[1 + \frac{k-1}{2}M^2\right]^{k/(k-1)}$

Relação de densidades: $\rho_0 = \rho\left[1 + \frac{k-1}{2}M^2\right]^{1/(k-1)}$

Relação de temperaturas: $T_0 = T\left[1 + \frac{k-1}{2}M^2\right]$

Vazão mássica: $\dot{m} = AP_0\sqrt{\frac{k}{RT_0}}M \Big/ \left[1 + \frac{k-1}{2}M^2\right]^{(k+1)/2(k-1)}$

Temperatura crítica: $T^* = T_0\frac{2}{k+1}$

Pressão crítica: $P^* = P_0\left[\frac{2}{k+1}\right]^{k/(k-1)}$

Massa específica crítica: $\rho^* = \rho_0\left[\frac{2}{k+1}\right]^{1/(k-1)}$

Vazão mássica crítica: $\dot{m} = A^* P_0\sqrt{\frac{k}{RT_0}}\left[\frac{2}{k+1}\right]^{(k+1)/2(k-1)}$

Choque normal:

$$M_y^2 = \left[M_x^2 + \frac{2}{k-1}\right] \Big/ \left[\frac{2k}{k-1}M_x^2 - 1\right]$$

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{1 + kM_x^2}{1 + kM_y^2}$$

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{1 + \frac{k-1}{2}M_x^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_y^2}$$

$$P_{0y} = P_y\left[1 + \frac{k-1}{2}M_y^2\right]^{k/(k-1)}$$

$$s_y - s_x = C_P \ln\frac{T_y}{T_x} - R\ln\frac{P_y}{P_x} > 0$$

Eficiência de um bocal: $\eta_B = \frac{h_{0e} - h_{s,\,\text{real}}}{h_{0e} - h_{s,\,\text{iso}}}$

Coeficiente de descarga: $C_D = \frac{\dot{m}_{\text{atual}}}{\dot{m}_{\text{iso}}}$

Eficiência de um difusor: $\eta_D = \frac{\Delta h_{\text{iso}}}{\mathbf{V}_1^2/2}$

TABELA A.12
Funções de escoamento compressível para escoamento isoentrópico unidimensional (gás ideal com calor específico e massa molecular constantes; $k = 1{,}4$).

M	M^*	A/A^*	P/P_0	ρ/ρ_0	T/T_0
0,0	0,00000	∞	1,00000	1,00000	1,00000
0,1	0,10944	5,82183	0,99303	0,99502	0,99800
0,2	0,21822	2,96352	0,97250	0,98028	0,99206
0,3	0,32572	2,03506	0,93947	0,95638	0,98232
0,4	0,43133	1,59014	0,89561	0,92427	0,96899
0,5	0,53452	1,33984	0,84302	0,88517	0,95238
0,6	0,63481	1,18820	0,78400	0,84045	0,93284
0,7	0,73179	1,09437	0,72093	0,79158	0,91075
0,8	0,82514	1,03823	0,65602	0,73999	0,88652
0,9	0,91460	1,00886	0,59126	0,68704	0,86059
1,0	1,0000	1,00000	0,52828	0,63394	0,83333
1,1	1,0812	1,00793	0,46835	0,58170	0,80515
1,2	1,1583	1,03044	0,41238	0,53114	0,77640
1,3	1,2311	1,06630	0,36091	0,48290	0,74738
1,4	1,2999	1,11493	0,31424	0,43742	0,71839
1,5	1,3646	1,17617	0,27240	0,39498	0,68966
1,6	1,4254	1,25023	0,23527	0,35573	0,66138
1,7	1,4825	1,33761	0.20259	0,31969	0,63371
1,8	1,5360	1,43898	0,17404	0,28682	0,60680
1,9	1,5861	1,55526	0,14924	0,25699	0,58072
2,0	1,6330	1,68750	0,12780	0,23005	0,55556
2,1	1,6769	1,83694	0,10925	0,20580	0,53135
2,2	1.7179	2,00497	0,93422E-01	0,18405	0,50813
2,3	1,7563	2,19313	0,79973E-01	0,16458	0,48591
2,4	1,7922	2,40310	0,68399E-01	0,14720	0,46468
2,5	1,8257	2,63672	0,58528E-01	0,13169	0,44444
2,6	1,8571	2,89598	0,50115E-01	0,11787	0,42517
2,7	1,8865	3,18301	0,42950E-01	0,10557	0,40683
2,8	1,9140	3,50012	0,36848E-01	0,94626E-01	0,38941
2,9	1,9398	3,84977	0,31651E-01	0,84889E-01	0,37286
3,0	1,9640	4,23457	0,27224E-01	0,76226E-01	0,35714
3,5	2,0642	6,78962	0,13111E-01	0,45233E-01	0,28986
4,0	2,1381	10,7188	0,65861E-02	0,27662E-01	0,23810
4,5	2,1936	16,5622	0,34553E-02	0,17449E-01	0,19802
5,0	2,2361	25,0000	0,18900E-02	0,11340E-01	0,16667
6,0	2,2953	53,1798	0,63336E-03	0,51936E-02	0,12195
7,0	2,3333	104,143	0,24156E-03	0,26088E-02	0,09259
8,0	2,3591	190,109	0,10243E-03	0,14135E-02	0,07246
9,0	2,3772	327,198	0,47386E-04	0,81504E-03	0,05814
10,0	2,3905	535,938	0,23563E-04	0,49482E-03	0,04762
∞	2,4495	∞	0,0	0,0	0,0

TABELA A.13
Funções de choque normal para escoamento compressível unidimensional (gás ideal com calor específico e massa molecular constantes; $k = 1,4$).

M_x	M_y	P_y/P_x	ρ_y/ρ_x	T_y/P_x	P_{0y}/P_{0x}	P_{0y}/P_x
1,00	1,00000	1,0000	1,0000	1,0000	1,00000	1,8929
1,05	0,95313	1,1196	1,0840	1,0328	0,99985	2,0083
1,10	0,91177	1,2450	1,1691	1,0649	0,99893	2,1328
1,15	0,87502	1,3763	1,2550	1,0966	0,99669	2,2661
1,20	0,84217	1,5133	1,3416	1,1280	0,99280	2,4075
1,25	0,81264	1,6563	1,4286	1,1594	0,98706	2,5568
1,30	0,78596	1,8050	1,5157	1,1909	0,97937	2,7136
1,35	0,76175	1,9596	1,6028	1,2226	0,96974	2,8778
1,40	0,73971	2,1200	1,6897	1,2547	0,95819	3,0492
1,45	0,71956	2,2863	1,7761	1,2872	0,94484	3,2278
1,50	0,70109	2,4583	1,8621	1,3202	0,92979	3,4133
1,55	0,68410	2,6362	1,9472	1,3538	0,91319	3,6057
1,60	0,66844	2,8200	2,0317	1,3880	0,89520	3,8050
1,65	0,65396	3,0096	2,1152	1,4228	0,87599	4,0110
1,70	0,64054	3,2050	2,1977	1,4583	0,85572	4,2238
1,75	0,62809	3,4063	2,2791	1,4946	0,83457	4,4433
1,80	0,61650	3,6133	2,3592	1,5316	0,81268	4,6695
1,85	0,60570	3,8263	2,4381	1,5693	0,79023	4,9023
1,90	0,59562	4,0450	2,5157	1,6079	0,76736	5,1418
1,95	0,58618	4,2696	2,5919	1,6473	0,74420	5,3878
2,00	0,57735	4,5000	2,6667	1,6875	0,72087	5,6404
2,05	0,56906	4,7362	2,7400	1,7285	0,69751	5,8996
2,10	0,56128	4,9783	2,8119	1,7705	0,67420	6,1654
2,15	0,55395	5,2263	2,8823	1,8132	0,54105	6,4377
2,20	0,54706	5,4800	2,9512	1,8569	0,62814	6,7165
2,25	0,54055	5,7396	3,0186	1,9014	0,60553	7,0018
2,30	0,53441	6,0050	3,0845	1,9468	0,58329	7,2937
2,35	0,52861	6,2762	3,1490	1,9931	0,56148	7,5920
2,40	0,52312	6,5533	3,2119	2,0403	0,54014	7,8969
2,45	0,51792	6,8363	3,2733	2,0885	0,51931	8,2083
2,50	0,51299	7,1250	3,3333	2,1375	0,49901	8,5261
2,55	0,50831	7,4196	3,3919	2,1875	0,47928	8,8505
2,60	0,50387	7,7200	3,4490	2,2383	0,46012	9,1813
2,70	0,49563	8,3383	3,5590	2,3429	0,42359	9,8624
2,80	0,48817	8,9800	3,6636	2,4512	0,38946	10,569
2,90	0,48138	9,6450	3,7629	2,5632	0,35773	11,302
3,00	0,47519	10,333	3,8571	2,6790	0,32834	12,061
4,00	0,43496	18,500	4,5714	4,0469	0,13876	21,068
5,00	0,41523	29,000	5,0000	5,8000	0,06172	32,653
10,00	0,38758	116,5	5,7143	20,387	0,00304	129,22

PROBLEMAS CONCEITUAIS

17.1 Qual temperatura um termômetro ou um termopar medem? É necessário que você corrija a leitura deles?

17.2 O empuxo de uma turbina é determinado a partir da equação da quantidade de movimento aplicada ao volume de controle global. Qual é a força real aplicada?

17.3 A maioria dos compressores tem um pequeno difusor na saída, de forma a reduzir a velocidade do gás junto às pás móveis, elevando assim a pressão no fluxo de saída. O que isso provoca na pressão de estagnação?

17.4 Um difusor é um bocal divergente utilizado para diminuir a velocidade do escoamento. Existe um valor limite para o número de Mach no caso em que se deseja que o difusor cumpra essa finalidade?

17.5 Faça um gráfico esquemático da variação de **V**, T, P, ρ, e M para um escoamento subsônico em um bocal convergente com $M = 1$ na seção de saída.

17.6 Faça um gráfico esquemático da variação de **V**, T, P, ρ, e M para um escoamento sônico $M = 1$ em um bocal divergente com $m = 2$ na seção de saída.

17.7 É possível abaixar suficientemente a pressão na seção de descarga para produzir um escoamento isoentrópico supersônico?

17.8 Há algum benefício na utilização de um bocal que opere com choque normal em seu interior?

17.9 Pode haver choque normal à montante da garganta de um bocal?

17.10` No Exemplo 17.7, em que a velocidade na seção de descarga é elevada, a temperatura nessa seção é 183 K. Esse fluxo pode ser utilizado para resfriar uma sala?

17.11 Propõe-se o uso de um bocal convergente–divergente para obtenção de um escoamento supersônico na seção de descarga. Qual é o principal requisito que esse bocal deve satisfazer?

17.12 Para aumentar a vazão em um bocal com choque, o escoamento pode ser aquecido/resfriado ou comprimido/expandido à montante ou à jusante do bocal. Avalie como cada uma dessas oito alternativas pode contribuir favorável ou desfavoravelmente para a elevação da vazão pretendida.

17.13 Admita que um bocal convergente-divergente opere na condição h da Figura 17.17. Que tipo de bocal com escoamento reversível pode ter a mesma pressão de descarga[4]?

PROBLEMAS PARA ESTUDO

Propriedades de Estagnação

17.14 Um termômetro imóvel acusa a temperatura de 80 °C em um escoamento de ar com velocidade de 200 m/s. Qual é a temperatura real do ar?

17.15 Vapor d'água é descarregado a 250 m/s de um bocal. Sabendo que a pressão e a temperatura na seção de saída do bocal são, respectivamente, iguais a 500 kPa e 350 °C, determine a temperatura e a pressão de estagnação isoentrópicas.

17.16 Vapor d'água a 1600 kPa, 300 °C escoa por uma tubulação e a pressão de estagnação é de 1800 kPa. Determine a velocidade e a temperatura de estagnação.

17.17 Um objeto qualquer a 2000 m/s, proveniente do espaço, atinge a atmosfera terrestre, que em suas altas camadas está a 5 kPa e 100 K. Estime a temperatura que a superfície do objeto atinge.

17.18 Os produtos da combustão de um motor a jato deixam o motor com uma velocidade relativa ao avião igual a 400 m/s, com temperatura de 480 °C e pressão de 75 kPa. Admitindo que os produtos de combustão apresentem $k = 1{,}32$ e $C_p = 1{,}15$ kJ/kg K, determine a pressão e a temperatura de estagnação dos produtos (em relação ao avião).

17.19 Vapor escoa por um bocal à pressão de 400 kPa. A pressão de estagnação é medida em 600 kPa e a temperatura é de 350 °C. Qual é a velocidade do escoamento e a temperatura?

17.20 Um meteorito derrete e queima quando sua temperatura atinge 3000 K. Qual deve ser a velocidade do meteorito para que sua superfície alcance essa temperatura ao atingir o ar a 5 kPa e 50 K.

17.21 Um compressor descarrega ar, com temperatura e pressão de estagnação iguais a 150 °C e 300 kPa, numa tubulação. A velocidade na seção de entrada da tubulação é igual a 125 m/s. Sabendo que a área da seção transversal da tubulação é 0,02 m^2, determine a pressão e a temperatura estáticas do ar na seção de entrada da tubulação. Qual é a vazão mássica de ar nessa tubulação?

17.22 Um motorista impõe uma velocidade de 110 km/h no seu automóvel e, então, coloca a mão para

[4] Pressão de descarga: pressão no reservatório para o qual o escoamento é descarregado (N. T.).

fora da janela numa direção tal que o "vento" atinge a palma de sua mão frontalmente. Admita que a temperatura e a pressão no ambiente onde está sendo realizado esse experimento sejam iguais a 25 °C e 101,3 kPa. Considerando que a área frontal da mão do motorista é igual a 0,01 m^2, determine a força que atua na mão do motorista. Qual é a temperatura do ar na superfície da mão do motorista?

17.23 Um escoamento de ar apresenta temperatura e pressão ao longe iguais a 20 °C e 100 kPa. Um manômetro indica que a pressão de estagnação desse escoamento é igual a 108 kPa. Nestas condições, determine a velocidade do escoamento.

Quantidade de Movimento e Forças

17.24 Uma vazão de 10 kg/s de água a 20 °C e 200 kPa entra numa curva de 90° de um tubo de 40 mm de diâmetro, conforme mostrado na Figura P17.24. Na seção de saída dessa curva, o escoamento encontra-se a 20 °C e 190 kPa. Despreze o efeito gravitacional e determine as forças de ancoragem F_x e F_y.

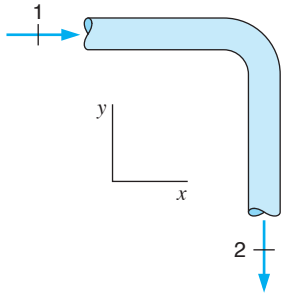

Figura P17.24

17.25 Uma turbina aeronáutica é alimentada com um escoamento de ar que apresenta velocidade igual a 150 m/s. O ar, ao longe, está a 5 °C e 75 kPa e a turbina descarrega os produtos de combustão a 450 m/s, 75 kPa e 600 K. Determine a vazão mássica de ar e o empuxo dessa turbina. Despreze a vazão mássica de combustível nesses cálculos.

17.26 Qual força deve ser aplicada em uma pistola de água para que o escoamento de 0,1 kg/s de água saia a 20 m/s? Qual deve ser a pressão aplicada na câmara da pistola?

17.27 Na decolagem de um avião, sua turbina a jato recebe ar a 20 °C e 100 kPa, a uma velocidade de 35 m/s. O diâmetro da seção de entrada da turbina é 1,5 m e o da seção de saída é 0,4. Despreze a vazão de combustível e determine o empuxo líquido da turbina.

17.28 Um bocal de uma turbina hidráulica está localizado a 175 m da superfície livre do reservatório d'água que alimenta as turbinas. A pressão na seção de entrada do bocal é igual a 80% da pressão hidrostática provocada por essa coluna (20% foram perdidos por atrito) e a água entra no bocal a 15°C. Sabendo que a água sai do bocal à pressão atmosférica normal e que o escoamento no bocal é reversível e adiabático, determine a velocidade e a energia cinética por kg de água na seção de descarga do bocal.

17.29 Um canhão d'água dispara um jato horizontal de 1 kg/s com velocidade de 100 m/s. O canhão é alimentado com água bombeada de um tanque. No tanque, a pressão é de 100 kPa e a temperatura da água é igual a 15 °C. Desprezando as possíveis variações de energia potencial, determine a área da seção transversal do canhão d'água, a pressão na seção de descarga da bomba e a força necessária para manter o canhão imobilizado.

17.30 A Figura P17.30 mostra um arranjo para bombear água de um lago e descarregá-la através de um bocal. A pressão na descarga da bomba é 700 kPa e a temperatura é 20 °C. O bocal está localizado 10 m acima da bomba. Admitindo que a pressão atmosférica seja igual a 100 kPa e que o escoamento seja reversível, determine a velocidade da água na seção de descarga do bocal.

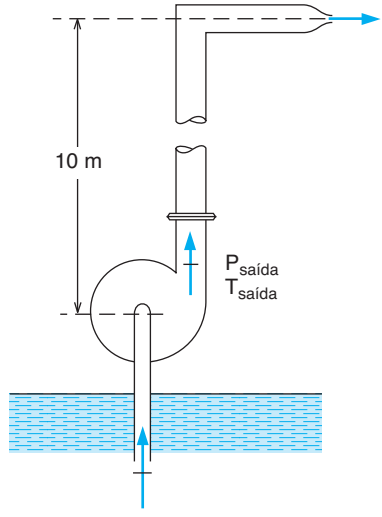

Figura P17.30

17.31 Um reservatório armazena 1 m^3 de água a 20 °C e 100 kPa. A altura da superfície livre da água no reservatório em relação ao nível do chão é 5 m. Uma torneira, posicionada no plano do chão e que é alimentada com água do reservatório, é aberta e a água passa a escoar do reservatório para o ambiente. Considerando que o canal de escoamento na torneira pode ser modelado como um furo com diâmetro igual a 15 mm e que as perdas no escoamento de água nos

tubos são muitos pequenas, determine o tempo necessário para esvaziar o reservatório.

Escoamento Adiabático Unidimensional e Velocidade do Som

17.32 Determine a velocidade do som no ar a 0 °C e a 30 °C. Admita que a pressão no ar seja igual a 100 kPa. Calcule, nas mesmas condições, as velocidades do som no dióxido de carbono e no argônio.

17.33 Obtenha uma expressão para a força de ancoragem R_x em um escoamento incompressível como o da Figura 17.6. Mostre que ela pode ser escrita como

$$R_x = \frac{\mathbf{V}_e - \mathbf{V}_s}{\mathbf{V}_e + \mathbf{V}_s}\left(P_e A_e + P_s A_s\right)$$

17.34 Estime a velocidade do som no vapor d'água a 6 MPa e 400 °C com a Equação 17.25 e a tabela de vapor. Utilize os valores relativos aos estados em que a entropia é igual àquela do estado fornecido e as pressões são iguais a 5 e 7 MPa para avaliar os termos da Equação 17.25. Calcule também a velocidade do som no vapor, no mesmo estado, admitindo que este se comporte como um gás ideal.

17.35 Use o programa CATT3 para resolver o problema anterior.

17.36 O som gerado por um relâmpago é escutado 5 segundos após sua identificação visual. Admitindo que a temperatura do ambiente seja 20 °C, determine a distância entre o observador e o ponto onde foi gerado o som do relâmpago.

17.37 Determine a velocidade do som no dióxido de carbono a 2500 kPa, 60 °C usando tabelas e, depois, o programa CATT3. Compare os resultados com os da Equação 17.28.

17.38 Um avião voa a 900 km/h a uma altitude de 12 km, onde o ar atmosférico encontra-se a –40 °C e 45 kPa. Determine o número de Mach e a temperatura de estagnação no nariz do avião.

17.39 A velocidade do som na água líquida a 25 °C é cerca de 1500 m/s. Determine a pressão de estagnação e a temperatura para um escoamento com M = 0,1, a 25 °C e 100 kPa. É possível obter valores elevados de Mach para um escoamento com água líquida?

Escoamento Reversível em Bocais

17.40 Vapor d´água a 15 m/s, 1800 kPa, 300 °C expande num bocal convergente até uma pressão de 1600 kPa. Determine a velocidade de descarga e a relação A_s/A_e.

17.41 A menor seção transversal de escoamento num bocal convergente apresenta área igual a 0,1 m^2 e o bocal é alimentado com um escoamento de ar a 175 kPa e 1000 K. Sabendo que a velocidade do escoamento na seção de alimentação do bocal é 100 m/s, determine a pressão na seção de descarga do bocal que proporciona vazão máxima no dispositivo. Calcule, nessa condição, a vazão de ar no bocal.

17.42 Um bocal convergente–divergente apresenta garganta com área da seção transversal igual a 100 mm^2 e área da seção de descarga igual a 175 mm^2. O bocal é alimentado com hélio à pressão total de 1 MPa e temperatura de estagnação igual a 375 K. Qual é a pressão à jusante do bocal para que o escoamento seja subsônico em todo o bocal e com M = 1 na garganta?

17.43 Até que pressão deve ser expandido o vapor d´água do Problema 17.40 para que se obtenha M = 1? Admita calor específico constante.

17.44 Um avião voa a 1000 km/h numa altitude de 6 km, onde o ar atmosférico encontra-se a –12°C e 40 kPa. Na seção de saída do difusor da turbina, o ar escoa a 100 m/s. Admita que o escoamento seja adiabático e determine a pressão e a temperatura do ar na seção de saída. Determine também a relação A_e/A_s (razão entre as áreas da seção de entrada e de saída do difusor).

17.45 Ar escoa em um bocal convergente-divergente cuja seção de descarga tem área igual a 1,59 vezes a área da garganta, que é de 0,005 m^2. O estado de estagnação na seção de entrada é 1 MPa e 600 K. Determine a pressão de descarga para a qual o escoamento é subsônico em todo o bocal, com M = 1 na garganta. Qual é a vazão mássica do escoamento?

17.46 Um bocal, alimentado com ar, é projetado considerando que o escoamento é adiabático e reversível e com o número de Mach na seção de saída igual 2,6. A pressão e temperatura de estagnação são iguais a 2 MPa e 150 °C. A descarga é de 5 kg/s e k pode ser admitido constante e igual a 1,4. Determine a temperatura, a pressão e as áreas das seções transversais de saída e da garganta do bocal.

17.47 Ar a 600 kPa, 600 K e M - 0,2 escoa em um bocal convergenteñdivergente com M = 1 na garganta. Admita que o escoamento seja reversível e que a área da seção de saída seja o dobro da área da garganta. Determine a pressão e a temperatura de descarga que garantem um escoamento subsônico na seção de descarga.

17.48 Ar a 150 kPa e 290 K expande para a atmosfera, a 100 kPa, através de um bocal convergente do-

tado de uma seção de descarga de 0,01 m^2. Admita que o bocal seja ideal e determine o erro percentual da vazão mássica calculada com a hipótese de escoamento incompressível.

17.49 Determine a pressão e a temperatura na seção de descarga para que o escoamento do Problema 17.47 seja supersônico na seção de descarga.

17.50 Ar é expandido num bocal. A condição de estagnação na entrada é de 2 MPa e 600 K e a pressão de descarga é de 1,9 MPa. Se a área da seção de descarga é de 0,003 m^2, determine a vazão mássica do escoamento.

17.51 Um tanque de 1 m^3, isolado termicamente, contém ar a 1 MPa, 560 K. Um pequeno bocal convergente faz a descarga desse ar para a atmosfera, que se encontra a 100 kPa. A seção de saída do bocal tem área de 2×10^{-5} m^2. Pede-se:

a) determine a vazão de descarga inicial do tanque;
b) determine a vazão de descarga do tanque quando a massa no tanque é metade da massa inicial.

17.52 Um bocal convergente-divergente apresenta garganta com diâmetro de 0,05 m e seção de descarga com diâmetro igual a 0,1 m. A pressão e a temperatura de estagnação na seção de alimentação do bocal são iguais a 500 kPa e 500 K. Determine a pressão na seção de descarga do bocal que propicia a máxima vazão no equipamento e o valor dessa vazão máxima para escoamentos com os seguintes gases: ar, hidrogênio e dióxido de carbono.

17.53 Ar é expandido num bocal de 2 MPa e 600 K até a pressão estática de 0,2 MPa. A vazão mássica de ar no bocal é igual a 5 kg/s. Admitindo que o escoamento seja adiabático e reversível, determine as áreas da garganta e da seção de saída do bocal.

17.54 Ar escoa por um bocal convergente-divergente cuja área da seção de descarga é o dobro da área da garganta, que é de 0,005 m^2. O estado de estagnação na entrada é de 1 MPa e 600 K. Determine a pressão de descarga que promove um escoamento reversível e supersônico na seção de descarga, com $M = 1$ na garganta. Qual é a vazão mássica?

17.55 Repita o problema anterior, agora para uma condição em que o escoamento é subsônico na seção de descarga.

17.56 Hélio a 500 kPa, 500 K e 100 m/s é introduzido em um bocal convergenteñdivergente. Determine a pressão e a temperatura na garganta para escoamento reversível com $M = 1$ na garganta.

17.57 Considere novamente o Problema 17.51. Depois de algum tempo após o início do processo, o escoamento torna-se subsônico. Quais são a massa de ar contida no tanque e a vazão mássica de descarga no instante em que isso ocorre?

17.58 Um bocal convergente fica blocado[5] quando a condição de estagnação na entrada é de 400 kPa e 400 K. Para aumentar a vazão mássica, um compressor isoentrópico é colocado à montante do bocal e eleva a pressão de estagnação para 500 kPa. O que acontece com a vazão?

17.59 Um tanque de 1 m^3, não isolado termicamente, contém ar a 1 MPa, 560 K. Um pequeno bocal convergente faz a descarga desse ar para a atmosfera a 100 kPa. A seção de saída do bocal tem área de 2×10^{-5} m^2. Pede-se:

a) determine a vazão de descarga inicial do tanque;
b) determine a vazão de descarga do tanque quando a massa no tanque for metade da massa inicial.

17.60 Considere novamente o problema anterior. Depois de algum tempo, após o início do processo, o escoamento torna-se subsônico. Quais são a massa de ar contida no tanque e a vazão mássica de descarga no instante em que isso ocorre.

Choque Normal

17.61 Gases de combustão (admita ar) com pressão total de 125 kPa e temperatura total de 650 °C entram no bocal convergente de uma turbina a jato. A pressão atmosférica é de 45 kPa e o escoamento é adiabático, com vazão mássica de 25 kg/s. Determine a área da seção de saída do bocal.

17.62 Refaça o problema anterior para uma mistura com $k = 1{,}3$ e massa molecular de 31.

17.63 Em que número de Mach ocorrerá o choque normal no bocal do Problema 17.52 se a pressão à jusante for igual à média entre os valores correspondentes aos pontos c e d da Figura 17.17? Considere que o fluido que escoa no bocal seja ar atmosférico.

17.64 Considere o bocal do Problema 17.53. Determine qual é a pressão à jusante que provoca o choque normal no plano de saída do bocal. Qual será a descarga nessas condições?

17.65 À montante de um choque normal, a condição do ar é de pressão total de 500 kPa, temperatura de estagnação de 500 K e $M_x = 1{,}2$. De-

[5] Um bocal está blocado quando M=1 na seção de menor diâmetro. Nessas condições, a vazão mássica de descarga é máxima para a condição de estagnação fixada na entrada do bocal (N.T.).

termine a pressão de estagnação à jusante do choque.

17.66 Qual é a geração de entropia por quilograma de fluido escoando no choque do Exemplo 17.9?

17.67 Considere o difusor de um avião a jato supersônico que voa a M = 1,4, numa altitude tal que a temperatura é de –20 °C e a pressão atmosférica é de 50 kPa. Considere as duas alternativas de operação apresentadas a seguir e, para cada uma delas, determine a área de garganta requerida para uma vazão mássica de 50 kg/s:

a) o difusor é adiabático reversível e na seção de saída o escoamento é subsônico;

b) um choque normal ocorre na entrada do difusor; exceto pelo choque, o escoamento é adiabático e reversível e a velocidade na seção de saída é menor que a do som (vide Figura P17.67); admita um difusor convergente-divergente com M = 1 na garganta. Figura P17.67 (choque normal).

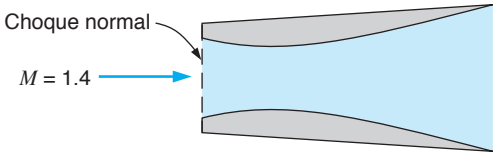

Figura P.17.67

17.68 Em um escoamento de ar com choque normal, a condição à montante do choque é de pressão total de 400 kPa, temperatura de estagnação de 600 K e M_x = 1,2. Determine a temperatura T_x à montante, a entropia gerada no choque por quilograma de ar e a velocidade do ar à jusante do choque.

17.69 Considere o bocal do Problema 17.42. Qual deve ser a pressão de descarga para que o choque normal ocorra exatamente na seção de descarga (essa situação é o caso g mostrado na Figura 17.17)?

17.70 Determine a geração de entropia específica no choque do problema anterior.

Bocais, Difusores e Orifícios

17.71 Uma turbina a vapor utiliza bocais convergentes. Uma estimativa da descarga deve ser feita por meio da queda de pressão através de bocais de um estágio. As condições de entrada nesses bocais são 600 kPa e 300 °C e a queda de pressão medida no escoamento nesses bocais é de 200 kPa. Sabendo que o coeficiente de descarga dos bocais é igual a 0,94 e que a área total das seções de saída dos bocais, nesse estágio, é 0,005 m^2, determine a descarga nos bocais.

17.72 Ar entra num difusor com velocidade de 200 m/s, pressão estática de 70 kPa e temperatura de –6 °C. A velocidade na saída do difusor é 60 m/s e a pressão estática na seção de saída é 80 kPa. Determine a temperatura estática na seção de saída e a eficiência do difusor. Compare as pressões de estagnação da entrada e da saída do difusor.

17.73 Repita o Problema 17.44 admitindo que o difusor tenha uma eficiência de 80%.

17.74 Um orifício de bordos agudos é utilizado para medir o escoamento de ar num tubo. O diâmetro do tubo é igual a 100 mm e o diâmetro do orifício é 25 mm. À montante do orifício a pressão absoluta é 150 kPa e a temperatura 35 °C. A queda de pressão no escoamento através do orifício é 15 kPa e o coeficiente de descarga é 0,62. Determine a vazão mássica de ar no tubo.

17.75 Um bocal pode ser utilizado para medir, com precisão, a vazão de ar. Um bocal, com área mínima de 700 mm^2 é alimentado com gás de exaustão de um motor automotivo diluído com ar. A temperatura e a pressão total na seção de entrada do bocal são respectivamente iguais a 50 °C e 100 kPa. Sabendo que o bocal está montado à montante de um ventilador e que ele opera em condição crítica, determine qual deve ser a depressão provocada pelo ventilador, a vazão mássica no bocal e o trabalho consumido no ventilador. Admita que o ventilador descarregue o fluido à pressão ambiente (100 kPa).

17.76 Ar é expandido num bocal de 700 kPa, 200 °C para 150 kPa. A eficiência do bocal é de 90% e a vazão mássica do escoamento é de 4 kg/s. Determine a área e a velocidade na seção de saída, assim como a geração de entropia por quilograma de ar. Compare esses resultados com os do caso de bocal adiabático reversível.

17.77 Vapor d´água a 1 MPa e 400 °C é expandido até 200 kPa em um bocal com 90% de eficiência, com uma vazão mássica de 10 kg/s. Determine, na seção de saída, a área de escoamento e a velocidade do vapor.

17.78 Vapor d´água a 800 kPa e 350 °C escoa no interior de um bocal convergenteñdivergente que tem uma garganta com área de 350 mm^2. Na seção de saída, a pressão é de 150 kPa e a velocidade é de 800 m/s. Na região convergente, o escoamento é adiabático reversível. Determine a área da seção de saída do bocal, a eficiência do bocal e a entropia gerada no processo.

17.79 O diâmetro da seção de descarga de um bocal convergente é igual a 20 mm e o bocal é alimentado com ar a 20 °C e 101 kPa (propriedades de estagnação). A eficiência isoentrópica desse bocal é 95% e a queda de pressão identificada no escoamento é 500 mm de coluna d'água. Nessas

condições, determine a vazão mássica de ar no bocal. Repita o problema considerando que o ar se comporte como um fluido incompressível.

17.80 O coeficiente de descarga de um orifício de bordos agudos é determinado, em certas condições, utilizando-se um gasômetro calibrado. O orifício ensaiado apresenta diâmetro igual a 20 mm e o diâmetro do tubo em que está instalado o orifício é 50 mm. A pressão absoluta à montante do orifício é 200 kPa e a queda de pressão do escoamento através do orifício é equivalente a 82 mm de Hg. A temperatura do ar na seção de entrada do orifício é 25 °C e a descarga medida pelo gasômetro é 0,04 kg/s. Nessas condições, determine o coeficiente de descarga do orifício.

17.81 Um bocal convergente, com área mínima de 2000 mm^2 e coeficiente de descarga igual a 0,95, é utilizado para medir a vazão de ar consumida num motor. A diferença de pressão medida no escoamento através do bocal é 2,5 kPa. Sabendo que as condições atmosféricas são: T = 25 °C e P = 100 kPa, determine a vazão mássica no bocal admitindo que o escoamento seja incompressível. Determine também a vazão mássica admitindo que o escoamento seja compressível, adiabático e reversível.

Problemas de Revisão

17.82 Um compressor adiabático reversível é alimentado com 1 kg/s de ar que apresenta temperatura e pressão de estagnação iguais a 20 °C e 100 kPa. A área da seção transversal da tubulação de alimentação é 0,1 m^2. O compressor descarrega o ar numa tubulação que apresenta área da seção transversal igual a 0,01 m^2 e a pressão de estagnação nesse local é 500 kPa. Determine a potência necessária para operar o compressor, a velocidade, a pressão e a temperatura estáticas na tubulação de descarga do compressor.

17.83 No Problema 17.46, a área da garganta é de 0,001272 m^2 e a área da seção de saída é de 2,896 vezes esse valor. Admita que a pressão de descarga seja elevada para 1,4 MPa e que o escoamento permaneça isoentrópico, exceto pelo choque normal. Comprove que o número de Mach do choque (M_x) é um valor próximo de 2 e determine o número de Mach e a temperatura na seção de saída, assim como a vazão mássica do escoamento.

17.84 Em que número de Mach ocorrerá o choque normal no bocal do Problema 17.53 se a pressão à jusante for igual a 1,4 MPa?

PROBLEMAS ABERTOS, PROJETOS E APLICAÇÃO DE COMPUTADORES

17.85 Escreva um programa de computador que calcule, para o ar, a temperatura e a pressão de estagnação a partir da pressão e temperatura estáticas e da velocidade. Admita que o calor específico do ar seja constante. Inclua no programa um procedimento inverso, ou seja, a partir de três variáveis de entrada quaisquer o programa determina as outras duas.

17.86 Utilize o programa executável fornecido no site da editora para resolver o Problema 17.78. A partir dos dados fornecidos pelo programa determine a relação entre os calores específicos e a velocidade do som, utilizando a Equação 17.28, na seção de entrada do equipamento.

17.87 Escreva um programa de computador que simule os processos descritos nos Problemas 17.51 e 17.59. Investigue o tempo necessário para que a pressão interna atinja 125 kPa em função do tamanho da seção de descarga do bocal. Construa uma tabela que apresente os valores das variáveis significativas do processo em função do tempo decorrido.

17.88 Uma bomba pode fornecer água à pressão de 400 kPa, consumindo uma potência de 0,5 kW, quando alimentada com o fluido a 15 °C e 100 kPa. As tubulações de alimentação e descarga da bomba apresentam o mesmo diâmetro. Projete um bocal de modo a obter uma velocidade de descarga igual a 20 m/s. Construa uma tabela que relacione a velocidade de saída e a vazão mássica com a área de descarga do bocal. Considere que a potência consumida na bomba é constante.

17.89 Nós consideramos, em todos os problemas deste texto, que as eficiências das bombas e compressores são constantes. Na realidade, as eficiências dependem das vazões mássicas e do estado do fluido na seção de alimentação desses equipamentos. Investigue, na literatura, as características dos compressores e ventiladores disponíveis no mercado.

17.90 A variação na pressão do escoamento de ar através do difusor de um carburador pode ser representativa. Admitindo que o escoamento no difusor seja crítico, quando o motor está em marcha lenta e que a atmosfera esteja na condição padrão, estime qual é a temperatura e a pressão do ar na seção de alimentação do cilindro.

17.91 É necessário medir a vazão num experimento que pode consumir de 0,05 a 0,10 quilograma de ar por segundo. Projete um bocal convergente (ou dois que serão utilizados em paralelo) adequado para essa faixa e que possa ser montado à montante de um ventilador que descarrega o ar a 110 kPa (o ar é consumido, no experimento, nessa pressão). Qual será a variável medida e qual é a precisão que pode ser obtida com o arranjo projetado?

17.92 O pós-queimador ("afterburner") de um motor a jato é montado entre a turbina e o bocal de aceleração dos gases de combustão (bocal de descarga). Estude o efeito da variação de temperatura, na seção de entrada do bocal de aceleração dos gases, sobre a velocidade dos gases na seção de saída desse bocal. Admita que a pressão na seção de entrada do bocal seja fixa (com ou sem pós-queimador). Esses bocais operam com escoamento subsônico ou supersônico?