

Escoamento em Canal Aberto 10

Nós analisaremos neste capítulo os escoamentos em canais e em condutos que não estão completamente ocupados por um fluido. Note que, nestes casos, sempre existe uma superfície livre entre o fluido que escoar (que normalmente é água) e o fluido acima (que usualmente é o ar atmosférico). O principal mecanismo que promove estes escoamentos é o peso do fluido. Se o regime do escoamento é o permanente e o escoamento é plenamente desenvolvido, a componente da força peso na direção do escoamento é equilibrada pela força de cisalhamento identificada na interface entre o fluido e as superfícies do canal. A inércia do fluido só é importante nos escoamentos transitórios ou que não são plenamente desenvolvidos.

Os escoamentos em canal aberto são diferentes daqueles em condutos discutidos no Cap. 8 porque o gradiente de pressão não é relevante para os escoamentos em canais ou em condutos não totalmente preenchidos com um fluido. Qualquer tentativa de impor um gradiente de pressão na direção do escoamento não resulta em nada porque a inércia e os efeitos viscosos no gás (atmosfera) localizado acima do líquido são desprezíveis. Assim, a distribuição de pressão no líquido é a hidrostática se o escoamento é plenamente desenvolvido e ocorre em regime permanente.

Os escoamentos em canais abertos são muito importantes. A drenagem natural de água nos riachos e sistemas de rios é um exemplo complexo de escoamento em canal aberto. Apesar da geometria do problema destes sistemas ser complicada, as propriedades do escoamento resultante são muito importantes dos pontos de vista econômico, ecológico e social. Outros exemplos de escoamentos em canais abertos são aqueles encontrados nas calhas de uma edificação, nos sistemas de esgoto e águas pluviais, nas sarjetas das ruas e nas lâminas de água de chuva que se formam nos estacionamentos.

As características e a complexidade dos escoamentos em canal aberto variam bastante. O escoamento de água pluvial num tubo com inclinação constante e parcialmente ocupado com água é muito mais simples do que o escoamento no rio Mississippi pois este apresenta seção transversal variável, curvas, inclinação do fundo variável e características não uniformes nas margens do rio. Devido a estas características, a maioria das informações sobre escoamentos em canal aberto são baseadas em correlações obtidas com experimentos realizados em modelos ou em protótipos. Atualmente, os métodos analíticos e numéricos tem fornecido algumas informações úteis sobre o comportamento destes escoamentos.

O objetivo deste capítulo é apresentar os conceitos básicos dos escoamentos em canal aberto. Nós vamos apresentar este material de forma sucinta devido a variedade do material disponível sobre este tipo de escoamento. Informações adicionais sobre o assunto podem ser encontradas nas referências apresentadas no final do capítulo.

10.1 Características Gerais dos Escoamentos em Canal Aberto

Nós vimos que existem muitos modos de classificar o escoamento em condutos (em desenvolvimento, plenamente desenvolvido, laminar, turbulento etc.). A existência de uma superfície livre nos escoamentos em canal aberto permite que existam outras classificações de escoamento. Note que agora o fluido "escolhe" a posição da superfície livre e a configuração do escoamento (porque ele não preenche totalmente o tubo ou conduto). Assim, nós detectamos novos fenômenos nos escoamentos em canais abertos. Nós apresentaremos a seguir algumas das possíveis classificações destes escoamentos.

O modo com que a profundidade do escoamento, y , varia com o tempo, t , e com a distância ao longo do canal, x , podem ser utilizado para classificar o escoamento. Por exemplo, o escoamento é transitório quando a profundidade numa dada posição do canal varia ao longo do tempo. Alguns escoamentos transitórios podem ser encarados como escoamentos em regime per-

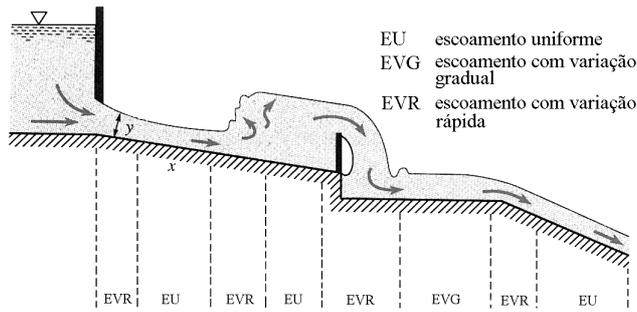


Figura 10.1 Classificação dos escoamentos em canal aberto.

manente se o referencial do observador for alterado. Por exemplo, uma pororoca que se move para cima de um rio é um escoamento transitório para um observador posicionado na margem do rio mas é um escoamento em regime permanente para um observador que se desloca ao longo da margem com velocidade igual a da frente de onda da pororoca. Existem escoamentos que são transitórios para qualquer observador. Os escoamentos nas ondas geradas pelo vento num lago se enquadram nesta categoria. Nós consideraremos apenas os escoamentos em canal aberto em regime permanente neste livro.

Um escoamento em canal aberto é classificado como uniforme (EU) se a profundidade do escoamento não varia ao longo do canal ($dy/dx = 0$). De modo contrário, o escoamento é não uniforme, ou variado, se a profundidade varia com a distância ao longo do canal ($dy/dx \neq 0$). Escoamentos não uniformes são classificados como escoamentos com variação rápida (EVR) se a profundidade do escoamento varia consideravelmente numa distância relativamente pequena ($dy/dx \sim 1$). Escoamentos com variação gradual (EVG) são aqueles em que a profundidade do escoamento varia pouco ao longo do canal ($dy/dx \ll 1$). A Fig. 10.1 mostra alguns exemplos destes tipos de escoamento. É oportuno observar que a importância relativa dos vários tipos de forças (pressão, peso, atrito e inércia) são diferentes em cada um destes tipos de escoamento.

Os escoamentos em canal aberto, dependendo das várias condições envolvidas, podem ser laminares, de transição ou turbulentos. O tipo de escoamento no canal é função do número de Reynolds, $Re = \rho VR_h / \mu$, onde V é a velocidade média do escoamento e R_h é o raio hidráulico do canal (veja a Sec. 10.4). Uma regra geral é: o escoamento no canal aberto é laminar se $Re < 500$, turbulento se $Re > 12500$ e de transição se $500 < Re < 12500$. Os valores que definem os limites dos regimes são aproximados e é necessário um conhecimento preciso da geometria do canal para estabelecer valores limite mais precisos. É incomum encontrarmos escoamentos em canal aberto laminares porque a maioria destes escoamentos envolve água (que apresenta uma viscosidade bem reduzida) e apresentam comprimentos característicos relativamente grandes. Por exemplo, um escoamento de água a 20°C ($\nu = 1,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) com velocidade média $V = 0,3 \text{ m/s}$ num rio que apresenta raio hidráulico $R_h = 3,1 \text{ m}$ apresenta $Re = VR_h / \nu = 9,3 \times 10^5$ (o escoamento é turbulento). Entretanto, o escoamento numa lâmina de água sobre uma estrada com velocidade média $V = 0,08 \text{ m/s}$ e $R_h = 6 \text{ mm}$ (nestes casos o raio hidráulico é aproximadamente igual a profundidade do escoamento, veja a Sec. 10.4) apresenta $Re = 480$ (o escoamento é laminar).

Todos os escoamentos em canal aberto considerados neste livro são homogêneos, ou seja, o fluido apresenta propriedades uniformes no campo de escoamento. Em algumas ocasiões, os escoamentos estratificados são importantes. Nestas ocasiões nós encontramos duas ou mais camadas de fluidos que apresentam massas específicas diferentes escoando no canal. Uma camada de óleo sobre a água é um bom exemplo deste tipo de escoamento.

Os escoamentos em canal aberto sempre apresentam uma superfície livre. Esta superfície pode ser alterada de uma configuração não perturbada (relativamente plana) e formar ondas que se deslocam através da superfície com uma velocidade que depende do seu tamanho (peso, comprimento) e das propriedades do canal (profundidade, velocidade do escoamento etc.). As características de um escoamento em canal aberto dependem muito de como o fluido se movimenta e como uma onda típica se desloca em relação ao fluido. O parâmetro adimensional que descreve este

comportamento é o número de Froude, $Fr = V/(gl)^{1/2}$, onde l é um comprimento característico do escoamento. Este parâmetro adimensional foi introduzido no Cap. 7 e será novamente analisado na Sec. 10.2. O caso especial do escoamento com número de Froude unitário, $Fr = 1$, é denominado escoamento crítico. Se o número de Froude é menor do que 1, o escoamento é subcrítico (ou tranquilo) e se o escoamento apresenta número de Froude maior do que 1 é denominado supercrítico (ou rápido).

10.2 Ondas Superficiais

A característica principal dos escoamentos que apresentam uma superfície livre (como nos escoamentos em canais abertos) é a oportunidade da superfície distorcer em várias formas. A superfície de um lago ou do oceano raramente é "lisa como um espelho". Normalmente, estas superfícies apresentam formas distorcidas e que estão sempre mudando de forma. Estas alterações estão associadas as ondas superficiais que podem ser altas, baixas, longas (a distância entre as cristas das ondas é grande), curtas. Note que algumas ondas quebram e outras são muito calmas. Apesar do estudo geral do movimento das ondas estar fora do escopo deste livro é necessário conhecer certas propriedades fundamentais das ondas simples para que se torne possível analisar os escoamentos em canal aberto. O leitor interessado neste assunto pode encontrar informações adicionais na literatura, por exemplo, nas Refs. [1, 2 e 3].

10.2.1 Velocidade da Onda

Considere a situação ilustrada na Fig. 10.2a onde uma onda simples com pequena altura, δy , é produzida na superfície de um canal pelo movimento de uma parede. Inicialmente, $t = 0$, a parede estava em repouso e depois apresenta velocidade constante e igual a δV . A água no canal também estava em repouso no instante inicial. Um observador fixo observará a onda solitária se deslocando pelo canal com velocidade c (velocidade da onda), nenhum movimento no fluido localizado a montante da onda e uma velocidade δV no fluido localizado atrás da onda. Para um observador que se desloca ao longo do canal com velocidade c , o escoamento parecerá em regime permanente (veja a Fig. 10.2b). Para este observador, a velocidade do fluido será $\mathbf{V} = -c\hat{i}$ na região a direita do observador e $\mathbf{V} = (-c + \delta V)\hat{i}$ na região a esquerda do observador.

As relações entre os vários parâmetros envolvidos neste escoamento podem ser obtidas pela aplicação das equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento ao volume de controle indicado na Fig. 10.2b. Se admitirmos que o escoamento é unidimensional e uniforme, a aplicação da equação da continuidade (Eq. 5.12) ao volume de controle resulta em

$$-cyb = (-c + \delta V)(y + \delta y)b$$

onde b é a largura do canal. Simplificando,

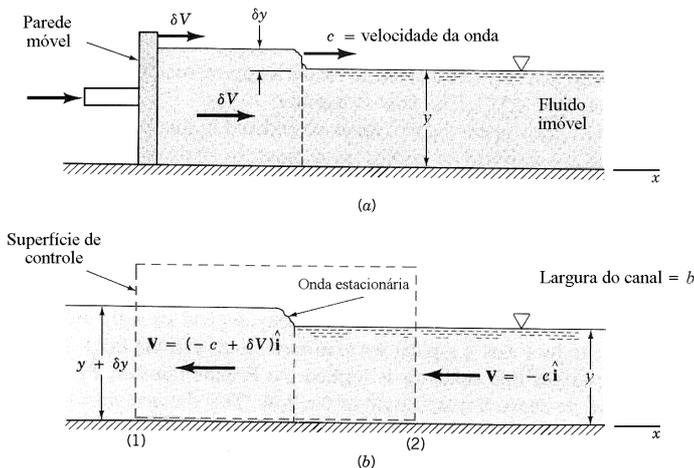


Figura 10.2 (a) Produção de uma onda simples num canal visto por um observador estacionário. (b) Onda vista por um observador que se desloca com velocidade igual a da onda.

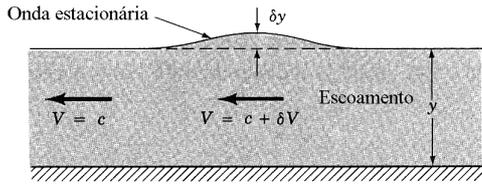


Figura 10.3 Onda estacionária simples.

$$c = \frac{(y + \delta y)\delta V}{\delta y}$$

Se admitirmos que a amplitude da onda é muito pequena, ou seja, $\delta y \ll y$, a equação anterior pode ser reescrita do seguinte modo:

$$c = y \frac{\delta V}{\delta y} \tag{10.1}$$

De modo análogo, o resultado da aplicação da equação da quantidade de movimento (Eq. 5.22) é

$$\frac{1}{2} \gamma y^2 b - \frac{1}{2} \gamma (y + \delta y)^2 b = \rho b c y [(c - \delta V) - c]$$

onde nós escrevemos a vazão em massa do escoamento como $\dot{m} = \rho b c y$. Nós admitimos que a variação de pressão no fluido é a hidrostática, ou seja, as forças de pressão nas seções transversais (1) e (2) são $F_1 = \gamma y_{c1} A_1 = \gamma (y + \delta y)^2 b / 2$ e $F_2 = \gamma y_{c2} A_2 = \gamma y^2 b / 2$. Se nós considerarmos novamente que a amplitude da onda é pequena, ou seja, $(\delta y)^2 \ll y \delta y$, a equação anterior pode ser reduzida a

$$\frac{\delta V}{\delta y} = \frac{g}{c} \tag{10.2}$$

Combinando as Eqs. 10.1 e 10.2, nós podemos obter a expressão da velocidade da onda, ou seja,

$$c = (g y)^{1/2} \tag{10.3}$$

A velocidade de uma onda solitária de pequena amplitude, como a mostrada na Fig. 10.2, é proporcional a raiz quadrada da profundidade do escoamento, y , e é independente da amplitude da onda, δy . Note que a aceleração da gravidade é relevante no processo e que a massa específica do fluido não é importante. Isto ocorre porque o movimento da onda é resultado do balanço entre os efeitos inerciais (proporcionais a ρ) e o peso ou efeitos da pressão hidrostática (proporcionais a $\gamma = \rho g$). Observe que a razão entre estas forças elimina a massa específica mas retém a aceleração da gravidade.

A velocidade da onda também pode ser calculada com o conjunto de equações formado pelas equações da continuidade e da energia. A Fig. 10.3 mostra uma onda superficial simples. O escoamento ocorre em regime permanente para um observador que se move com velocidade igual a da onda, c . Como a pressão é constante em qualquer ponto da superfície livre, o resultado da equação de Bernoulli para este escoamento invíscido é

$$\frac{V^2}{2g} + y = \text{constante}$$

Diferenciando esta equação, temos

$$\frac{V \delta V}{g} + \delta y = 0$$

Se nós diferenciarmos a equação da continuidade, $Vy = \text{constante}$, nós obtemos

$$y \delta V + V \delta y = 0$$

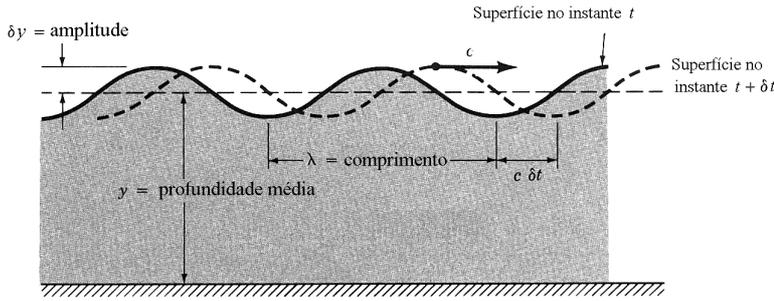


Figura 10.4 Onda senoidal superficial.

Nós podemos combinar estas duas equações para eliminar δV e δy . Lembrando que $V = c$ para esta situação (o observador se move com velocidade c), é possível obter a velocidade da onda fornecida pela Eq. 10.3. Os resultados anteriores são restritos a ondas de pequenas amplitudes porque nós admitimos que o escoamento é unidimensional (i.e. $\delta y/y \ll 1$). Uma análise avançada e os resultados experimentais mostram que a velocidade de uma onda solitária com amplitude finita é maior do que a calculada com a Eq. 10.3. Uma primeira aproximação para a velocidade deste tipo de onda é (Ref. [4])

$$c \approx (gy)^{1/2} \left(1 + \frac{\delta y}{y} \right)^{1/2}$$

Observe que quanto maior for a amplitude da onda maior é a velocidade da onda.

Uma descrição mais geral do movimento das ondas pode ser obtida considerando as ondas contínuas com forma senoidal mostradas na Fig. 10.4. A partir da combinação de ondas com vários comprimentos de onda, λ , e amplitudes, δy , é possível descrever matematicamente as formas complexas das superfícies encontradas na natureza (como as ondas geradas pelo vento num lago). Note que esta descrição normalmente é baseada nas séries de Fourier onde cada termo da série representa uma onda (comprimento e amplitude definidos) que compostos fornecem uma função que define a superfície livre.

Uma análise mais avançada das ondas superficiais senoidais de pequena amplitude mostra que a velocidade da onda varia em função do comprimento de onda e com a profundidade do escoamento. A Ref. [1] indica a seguinte relação para a velocidade destas ondas

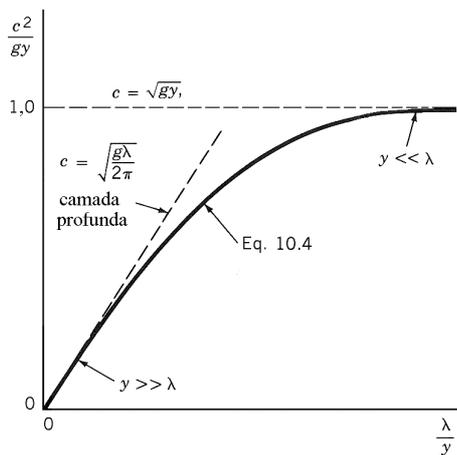


Figura 10.5 Velocidade da onda em função do comprimento de onda.

$$c = \left[\frac{g \lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \right]^{1/2} \quad (10.4)$$

Este resultado está mostrado na Fig. 10.5. Nos casos onde a profundidade da água é muito maior do que o comprimento de onda ($y \gg \lambda$, como no oceano), a velocidade da onda é independente de y e é dada por

$$c = \left(\frac{g \lambda}{2\pi} \right)^{1/2}$$

Isto ocorre porque $\tanh(2\pi y/\lambda) \rightarrow 1$ quando $y/\lambda \rightarrow \infty$. De outro lado, se a camada de fluido é fina ($y \ll \lambda$, como sempre ocorre em canais abertos), a velocidade da onda é dada por $c = (gy)^{1/2}$. Note que este resultado é igual ao obtido na análise da onda solitária indicada na Fig. 10.2. Esta conclusão também pode ser obtida a partir da Eq. 10.4 porque $\tanh(2\pi y/\lambda) \rightarrow 2\pi y/\lambda$ quando $y/\lambda \rightarrow 0$. Estes dois casos limites estão mostrados na Fig. 10.5. Para camadas com profundidades moderadas ($y \sim \lambda$), a velocidade da onda deve ser calculada com a Eq. 10.4 completa. Note que, para uma dada profundidade, as ondas com comprimentos de onda longos apresentam velocidades maiores. Para os propósitos deste capítulo, nós consideraremos que a velocidade da onda é dada por $(gy)^{1/2}$.

10.2.2 Efeitos do Número de Froude

Considere uma onda elementar se deslocando na superfície de um fluido como a mostrada na Fig. 10.2a. Se a camada de fluido está imóvel, a onda se move para a direita com velocidade c em relação ao fluido e a um observador estacionário. Agora, se o fluido está escoando para a esquerda com velocidade $V < c$, a onda (que se move com velocidade c em relação ao fluido) se deslocará para a direita com velocidade $V - c$ em relação ao observador estacionário. De modo análogo, se o fluido escoar para a esquerda com velocidade $V = c$, a onda permanecerá estacionária mas se $V > c$ a onda será carregada para a esquerda com velocidade $V - c$.

As idéias acima podem ser expressas na forma adimensional se utilizarmos o número de Froude, $Fr = V/(gy)^{1/2}$. Observe que nós admitimos que a profundidade do escoamento, y , é a dimensão característica do escoamento. Deste modo, o número de Froude, $Fr = V/(gy)^{1/2} = V/c$, é igual a relação entre as velocidades do escoamento e da onda.

Nós podemos observar as seguintes características quando uma onda é produzida na superfície de um escoamento (como aquela que é produzida quando uma pedra é jogada num rio). Se a velocidade do escoamento é nula, a velocidade da onda é igual em todas as direções. Se o escoamento é quase estacionário ou se move de um modo tranqüilo ($V < c$), a onda pode se mover para regiões acima do ponto onde a pedra caiu. Neste caso, nós dizemos que os pontos localizados a montante do ponto de geração da onda estão em comunicação hidráulica com os pontos a jusante do ponto de geração da onda. Ou seja, um observador a montante do ponto de perturbação pode identificar que ocorreu uma perturbação na superfície porque ela pode propagar até o observador. Lembre que os efeitos viscosos, que até agora foram desprezados, poderão dissipar as ondas. Este tipo de escoamento, $V < c$, ou $Fr < 1$, são conhecidos como subcríticos.

De outro lado, se o escoamento é rápido de modo que sua velocidade é maior do que a velocidade da onda (i.e., $V > c$), o observador localizado a montante do ponto de perturbação não poderá identificar se houve ou não a perturbação. Escoamentos deste tipo, $V > c$, ou $Fr > 1$, são conhecidos como supercríticos (● 10.1 – Movimento de uma bicicleta numa poça d'água).

As características de um escoamento em canal aberto dependem se o escoamento é subcrítico ou supercrítico. As características do escoamento subcrítico podem ser totalmente opostas as do escoamento supercrítico. Por exemplo, como será apresentado na Sec. 10.3, uma protuberância no fundo de um rio (como uma tora submersa) pode provocar tanto uma depressão na superfície do rio quanto um aumento da cota da superfície livre do escoamento (em relação da cota referente ao escoamento sem a protuberância no fundo do rio). O valor do número de Froude indica qual destas situações irá ocorrer. De modo análogo, é possível produzir descontinuidades do tipo degrau no nível da superfície livre do escoamento (denominado ressalto hidráulico, veja a Sec. 10.6.1) se o escoamento é supercrítico. Entretanto, se o escoamento é subcrítico, as alterações do nível da superfície livre precisam ser suaves e contínuas. Certos escoamentos em canal aberto, tal como aquele no vertedouro de soleira espessa (veja a Sec. 10.6.3), só operam em condições críticas.

Pode parecer estranho mas existem muitas semelhanças entre os escoamentos em canais abertos de um líquido e os escoamentos compressíveis de um gás. O parâmetro adimensional que define o tipo de escoamento em cada um dos casos é definido como a razão entre a velocidade do escoamento, V , e a velocidade de propagação de um onda (a velocidade de uma onda superficial nos escoamentos em canais abertos e a velocidade do som nos escoamentos compressíveis). Muitas das diferenças entre escoamentos subcríticos ($Fr < 1$) e supercríticos ($Fr > 1$) em escoamentos em canal aberto apresentam análogos nos escoamentos compressíveis [que podem ser subsônicos ($Ma < 1$) e supersônicos ($Ma > 1$), onde Ma é o número de Mach]. Algumas destas semelhanças serão discutidas neste capítulo e no Cap. 11.

10.3 Considerações Energéticas

A Fig. 10.6 apresenta um segmento típico de um canal aberto. A inclinação do fundo do canal é constante e igual a $S_0 = (z_1 - z_2)/l$. As profundidades do escoamento e as velocidades são y_1, y_2, V_1 e V_2 (veja a figura). Note que a profundidade do fluido é medida na direção vertical e que a distância x é medida na horizontal. O valor de S_0 é muito pequeno na maioria dos escoamentos em canal aberto (o fundo do canal é quase horizontal). Por exemplo, o rio Mississippi apresenta um declive de 448 m numa extensão de 3781 km ($S_0 = 0,00012$). Em tais circunstâncias os valores de x e y podem ser tomados como a distância ao longo do canal e a profundidade normal ao fundo do canal. Observe que os erros associados com estas aproximações são muito pequenos.

Se nós admitirmos que o perfil de velocidade é uniforme em qualquer seção transversal do canal, a equação da energia para este escoamento (Eq. 5.84) apresenta a seguinte forma

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \quad (10.5)$$

onde h_L é a perda de carga devida aos efeitos viscosos que ocorrem entre as seções (1) e (2) e $z_1 - z_2 = S_0 l$. A distribuição de pressão é essencialmente a hidrostática em qualquer seção transversal. Assim, nós temos que $p_1/\gamma = y_1$ e $p_2/\gamma = y_2$. Deste modo, a Eq. 10.5 pode ser reescrita do seguinte modo:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + S_0 l = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad (10.6)$$

A determinação da perda de carga em função dos parâmetros do escoamento é uma das dificuldades na análise dos escoamentos em canal aberto (de modo similar ao que ocorreu na análise dos escoamentos em condutos – veja o Cap. 8). Apesar disto, nós vamos reescrever o termo associado a perda de carga em função da inclinação da linha da energia, $S_f = h_L/l$. Esta inclinação também é conhecida como a inclinação de atrito (veja a Fig. 10.6). Nós vimos no Cap. 3 que a linha da energia está localizada a uma distância (relativa a um plano de referência) igual a soma da distância entre o fundo do canal e o plano de referência com a carga de pressão (p/γ) e com a carga de velocidade ($V^2/2g$). Assim, a Eq. 10.6 pode ser transformada em

$$y_1 - y_2 = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} + (S_f - S_0)l \quad (10.7)$$

Se a perda de carga é nula, a linha de energia é horizontal ($S_f = 0$) e a energia total do escoamento pode ser redistribuída entre energia cinética e potencial de um modo conservativo. Se o fundo do canal é horizontal ($S_0 = 0$) e a perda de carga é nula ($S_f = 0$), a Eq. 10.7 fica reduzida a

$$y_1 - y_2 = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g}$$

10.3.1 Energia Específica

O conceito de energia específica, E , definido por

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (10.8)$$

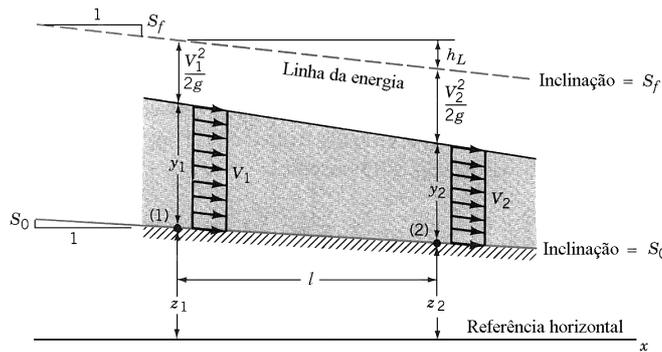


Figura 10.6 Canal aberto típico.

é sempre útil nas análises dos escoamentos em canal aberto. A equação da energia, Eq. 10.7, pode ser reescrita, em função de E , como

$$E_1 = E_2 + (S_f + S_0)l \tag{10.9}$$

Se as perdas de carga são desprezíveis, $S_f = 0$, temos $(S_f - S_0)l = -S_0 l = z_2 - z_1$ e a soma da energia específica com a elevação do fundo do canal permanece constante (i.e., $E_1 + z_1 = E_2 + z_2$).

Se nós considerarmos um canal simples com seção transversal retangular (largura b), a energia específica pode ser escrita em função da vazão em volume por unidade de largura do canal, $q = Q/b = Vy/b = Vy$, do seguinte modo:

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^2} \tag{10.10}$$

Para um dado canal com largura invariável, o valor de q permanece constante ao longo do canal mas a profundidade, y , pode variar. Para entendermos melhor o escoamento num canal nós consideraremos o diagrama de energia específica, um gráfico de E em função de y para um dado q (veja a Fig. 10.7).

Para um dado conjunto de q e E , a Eq. 10.10 se torna uma equação cúbica com soluções y_{sub} , y_{sup} e y_{neg} . Se a energia específica é grande o suficiente (i.e., $E > E_{min}$, onde E_{min} é uma função de q), duas soluções são positivas e a outra é negativa. A raiz negativa, representada pela curva tracejada na Fig. 10.7, não apresenta significado físico e pode ser ignorada. Assim, para uma dada vazão e energia específica existem duas profundidades possíveis a menos que a linha vertical referente a E não intercepte a curva de energia específica correspondente ao valor de q fornecido (i.e., $E < E_{min}$). Estas duas profundidades são denominadas profundidades alternativas.

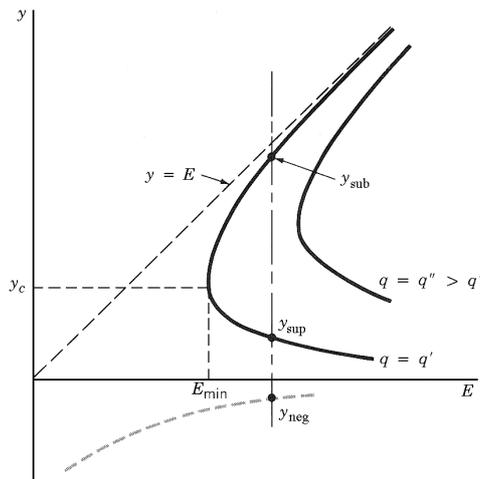


Figura 10.7 Diagrama de energia específica.

Quando o valor de E é razoavelmente alto, os ramos superior e inferior do diagrama de energia específica (y_{sub} e y_{sup}) se aproximam, respectivamente, de $y = E$ e $y = 0$. Estes limites correspondem ao escoamento de baixa velocidade num canal muito profundo ($E = y + V^2/2g \rightarrow y$ quando $y \rightarrow \infty$ com $q = Vy = \text{constante}$) ou a um escoamento muito rápido num canal raso ($E = y + V^2/2g \rightarrow V^2/2g$ quando $y \rightarrow 0$).

Como está indicado na Fig. 10.7, $y_{\text{sup}} < y_{\text{sub}}$. Assim, como $q = Vy$ é constante ao longo da curva, segue que $V_{\text{sup}} > V_{\text{sub}}$, onde os subscritos "sub" e "sup" nas velocidades correspondem as profundidades indicadas no diagrama. Observe que o diagrama de energia específica apresenta duas regiões separadas pelo ponto relativo a E_{min} . Nós agora vamos mostrar que as condições do escoamento neste ponto correspondem a condição crítica ($Fr = 1$) e que as condições relativas a parte superior da curva correspondem a escoamentos subcríticos (por isto utilizamos o subscrito "sub") e a parte inferior da curva corresponde a escoamentos supercríticos (por isto utilizamos o subscrito "sup").

Para determinar o valor de E_{min} nós vamos utilizar a Eq. 10.10 e calcular $dE/dy = 0$. Deste modo

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{g y^3} = 0$$

ou

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (10.11)$$

onde o subscrito "c" indica condições em E_{min} . Substituindo esta equação na Eq. 10.10, temos

$$E_{\text{min}} = \frac{3y_c}{2}$$

Combinando a Eq. 10.11 com $V_c = q/y_c$, temos

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \frac{(y_c^{3/2} g^{1/2})}{y_c} = (g y_c)^{1/2}$$

ou $Fr_c = V_c / (g y_c)^{1/2} = 1$. Assim, as condições críticas ocorrem no ponto onde $E = E_{\text{min}}$. Note que o ramo superior da curva da energia específica corresponde a escoamentos em canais mais profundos e com velocidade mais baixa (quando comparados com as condições em E_{min}). Logo, tais escoamentos são subcríticos ($Fr < 1$). De outro lado, os escoamentos situados na parte inferior do diagrama são supercríticos. Assim, para uma dada vazão em volume, q , existem duas profundidades possíveis para o escoamento se $E > E_{\text{min}}$ – uma subcrítica e outra supercrítica.

Exemplo 10.1

Água esco sobre a comporta deslizante instalada num canal retangular que apresenta largura constante (veja a Fig. E10.1a). Descreva este escoamento utilizando o diagrama de energia específica. Admita que o escoamento é invíscido.

Solução O fundo do canal é horizontal ($z_1 = z_2$). Deste modo, $S_0 = 0$. Como o escoamento é invíscido ($S_f = 0$), a equação da energia (Eq. 10.9) fica reduzida a $E_1 = E_2$. Apesar da vazão em volume não ser conhecida, nós sabemos que $q_1 = q_2$ e que o diagrama da energia específica para este escoamento é do tipo mostrado na Fig. E10.1b. O escoamento a montante da comporta é subcrítico enquanto o escoamento a jusante da comporta é supercrítico. Nós vamos considerar que o valor de q do escoamento do problema é q_0 . Deste modo, nós podemos identificar os pontos importantes no diagrama de energia específica (Fig. E10.1b). Observe que, para uma dada vazão, um conjunto de profundidades, y_1 e y_2 , define a energia específica do escoamento.

A vazão em volume pode permanecer constante no canal mesmo que a profundidade a montante aumente. Isto é indicado pelas profundidades y_1 e y_2 , na Fig. E10.1c. De fato, para que isto aconteça, a abertura da comporta precisa diminuir para fornecer uma área de escoamento menor ($y_2 < y_1$) e a profundidade a montante precisa aumentar para fornecer uma carga maior ($y_1 > y_2$). De outro lado, a profundidade a jusante da comporta permanece fixa se a comporta fica na

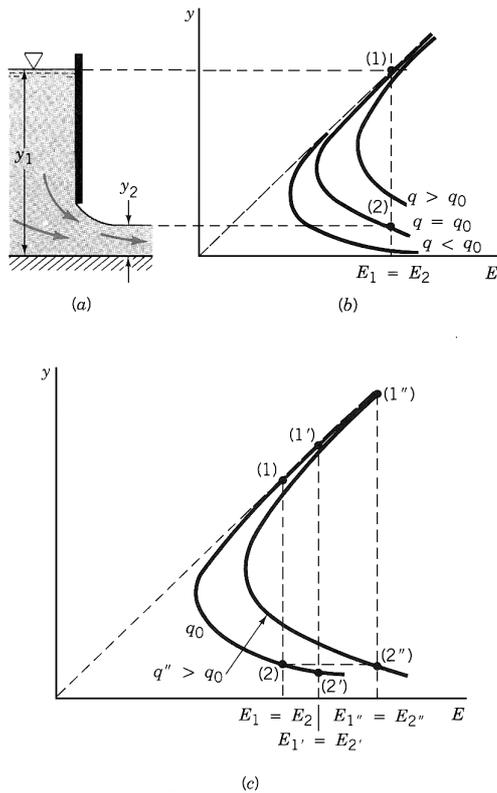


Figura E10.1

mesma posição ($y_2'' = y_2$). Nesta situação, a vazão aumentará enquanto a profundidade a montante da comporta aumenta de $y_1'' > y_1$. Esta condição está indicada pela curva referente a $q'' > q_0$ na Fig. E10.1c.

Exemplo 10.2

Água escoa num canal retangular com largura constante e que apresenta uma rampa com altura igual a 0,15 m (veja a Fig. E10.2a). A vazão de água por unidade de largura de canal é 0,532 m²/s. Por enquanto despreze a presença da protuberância desenhada com linha tracejada. Se a profundidade do escoamento a montante da rampa é 0,70 m, determine a elevação da superfície da água a jusante da rampa, $y_2 + z_2$. Despreze os efeitos viscosos.

Solução Neste caso nós encontramos $S_0 l = z_1 - z_2$ e $h_L = 0$. A aplicação da equação da energia (Eq. 10.6) resulta em

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Para as condições do problema ($z_1 = 0$, $z_2 = 0,15$ m e $V_1 = q/y_1 = 0,76$ m/s), temos

$$0,58 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \tag{1}$$

A equação da continuidade fornece a segunda equação. Assim,

$$y_2 V_2 = y_1 V_1$$

ou

$$y_2 V_2 = 0,532 \tag{2}$$

Combinando as Eqs. (1) e (2),

$$y_2^3 - 0,58y_2^2 + 0,0144 = 0$$

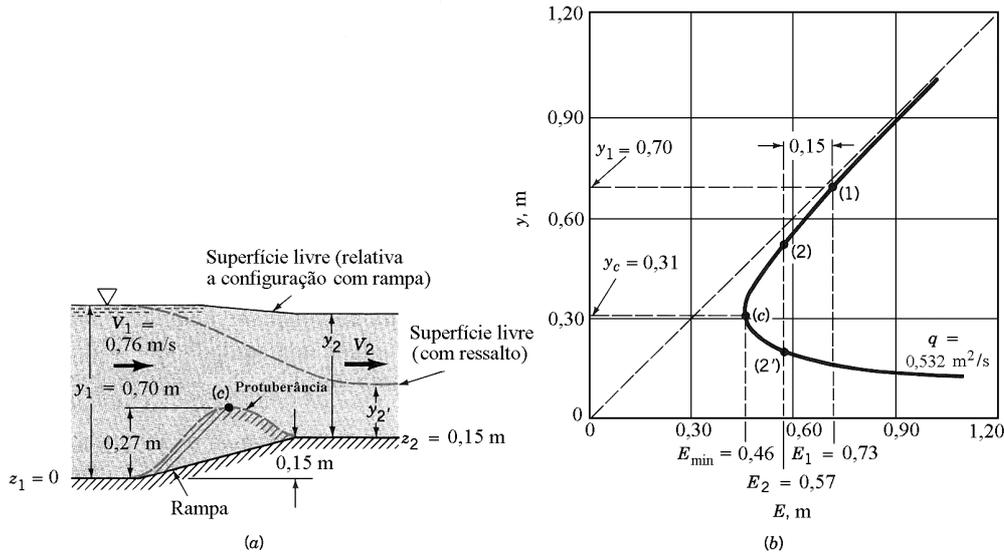


Figura E10.2

As soluções desta equação são

$$y_2 = 0,53 \text{ m} \quad y_2 = 0,19 \text{ m} \quad y_2 = -0,14 \text{ m}$$

Note que a solução negativa não apresenta significado físico e que este resultado é consistente com aquele encontrado na discussão da energia específica (lembre das três raízes indicadas na Fig. 10.7). As possíveis elevações da superfície livre são

$$y_2 + z_2 = 0,58 + 0,15 = 0,73 \text{ m}$$

e

$$y_2 + z_2 = 0,19 + 0,15 = 0,34 \text{ m}$$

A questão que surge é: Qual das duas elevações será encontrada no escoamento? Nós poderemos responder esta pergunta se utilizarmos o diagrama de energia específica. Lembrando que ele pode ser obtido a partir da aplicação da Eq. 10.10, temos

$$E = y + \frac{0,0144}{y^2}$$

O diagrama de energia específica está mostrado na Fig. E10.2b. O escoamento a montante da rampa é subcrítico e a condição a jusante da rampa pode ser subcrítica ou supercrítica (estas condi-

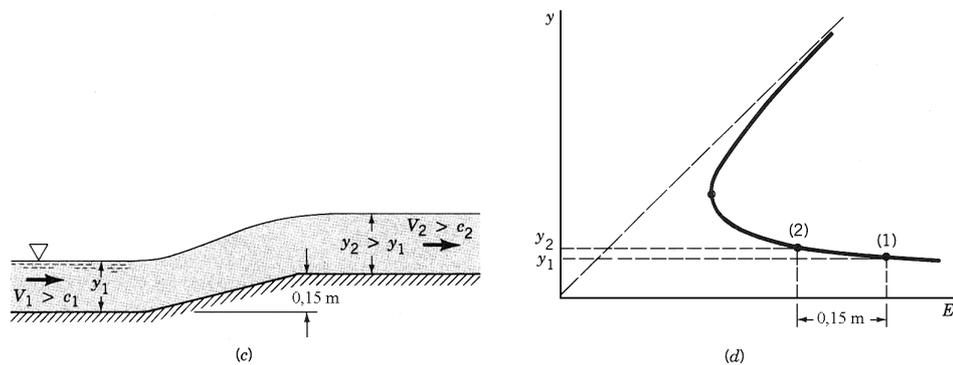


Figura E10.2 (continuação)

ções correspondem aos pontos 2 e 2' do diagrama). Note que a distância entre as condições do escoamento a montante e a jusante da rampa indicadas no diagrama é sempre igual a 0,15 m. Isto ocorre porque $E_1 = E_2 + (z_2 - z_1) = E_2 + 0,15$ m.

O valor de q é constante num canal com largura uniforme, ou seja, o escoamento no canal entre as seções (1) e (2) ou (2') devem estar representados sobre a curva referente a $q = 0,532$ m²/s. Qualquer desvio é o resultado de uma alteração do valor de q ou da relaxação da hipótese de escoamento unidimensional. Para permanecer na curva e para ir do ponto (1) até o ponto (2'), em torno do ponto crítico (ponto c), é necessário que exista uma redução da energia específica para E_{\min} . Para que isto aconteça é necessário que exista uma determinada elevação no fundo do canal (protuberância) de modo que as condições críticas ocorram acima dela (veja a Fig. E10.2a). Neste caso, como $E_1 = y_1 + 0,144/y^2 = 0,73$ m temos $E_{\min} = 3y_c/2 = 3(q^2/g)^{1/3}/2 = 0,46$ m. Assim, o topo desta protuberância deve estar localizado em $z_c - z_1 = E_1 - E_{\min} = 0,73 - 0,46 = 0,27$ m acima do fundo do canal na seção (1). Observe que, deste modo, o escoamento poderia ser acelerado até a condição supercrítica ($FR_2 > 1$). A superfície livre deste escoamento está indicada pela linha tracejada na Fig. E10.2a.

Como o canal mostrado na Fig. 10.2a não apresenta uma protuberância, o escoamento a jusante da rampa será subcrítico e está representado pelo ponto (2). O estado (2') é inacessível para o escoamento no canal sem protuberância. Tais considerações são sempre referidas como a acessibilidade aos regimes de escoamento. Deste modo, a elevação da superfície na seção (2) é

$$y_2 + z_2 = 0,73 \text{ m}$$

Observe que a elevação do escoamento a jusante da rampa, $y_2 + z_2$, é menor do que a elevação do escoamento a montante da rampa.

Se as condições do escoamento a montante da rampa fossem supercríticas, a elevação da superfície livre e a profundidade do escoamento aumentariam ao longo da rampa. Isto está indicado na Fig. E10.2c e o diagrama de energia específica correspondente está mostrado na Fig. E10.2d. Neste caso, o escoamento inicia em (1), no ramo inferior do diagrama (supercrítico), e termina em (2) que está no mesmo ramo (note que $y_2 > y_1$). A elevação da superfície, $y + z$, aumenta porque y e z aumentam de (1) para (2). É interessante ressaltar que o escoamento após a rampa do canal é diferente se o escoamento a montante é supercrítico.

10.3.2 Variação da Profundidade do Escoamento

É possível determinar como varia a profundidade do escoamento ao longo do canal se utilizarmos os conceitos da energia específica e a condição de escoamento crítico ($Fr = 1$). Em alguns casos, a variação da profundidade é tão rápida que a ordem de grandeza do valor de dy/dx é 1. Efeitos complexos, envolvendo fenômenos bidimensionais, são sempre encontrados neste tipo de escoamento.

Nesta seção nós só consideraremos os escoamentos com variação gradual. Em tais escoamentos nós encontramos $dy/dx \ll 1$ e é razoável admitir que o escoamento é unidimensional. Assim, nós temos que a carga total é dada por $H = V^2/2g + y + z$ em qualquer seção do escoamento e a equação da energia (Eq. 10.5) fornece

$$H_1 = H_2 + h_L$$

onde h_L é a perda de carga entre as seções (1) e (2).

Como foi discutido na seção anterior, a inclinação da linha de energia é $dH/dx = dh_L/dx = S_f$ e a inclinação do fundo do canal é $dz/dx = S_0$. Lembrando que

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} + y + z \right) = \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}$$

nós obtemos

$$\frac{dh_L}{dx} = \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} + S_0$$

ou

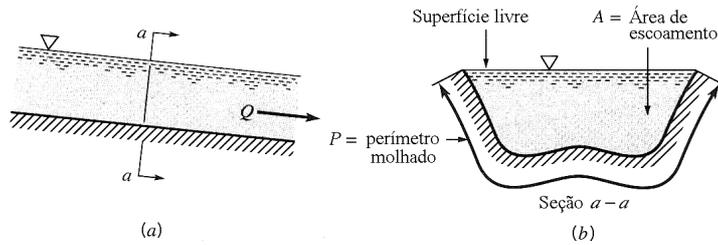


Figura 10.8 Escoamento uniforme num canal aberto.

$$\frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} = S_f - S_0 \quad (10.12)$$

Para uma dada vazão por unidade de largura, q , num canal retangular com largura uniforme b , nós temos que $V = q/y$. Assim,

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{q}{y^2} \frac{dy}{dx} = -\frac{V}{y} \frac{dy}{dx}$$

Utilizando esta equação, o termo de energia cinética da Eq. 10.12 pode ser reescrito como

$$\frac{V}{g} \frac{dV}{dx} = -\frac{V^2}{g y} \frac{dy}{dx} = -Fr^2 \frac{dy}{dx} \quad (10.13)$$

onde $Fr = V/(gy)^{1/2}$ é o número de Froude local do escoamento. Combinando as Eqs. 10.12 e 10.13 e simplificando, temos

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(S_f - S_0)}{(1 - Fr^2)} \quad (10.14)$$

Observe que a taxa de variação da profundidade do escoamento, dy/dx , depende da inclinação local do fundo do canal, da inclinação da linha de energia e do número de Froude. O denominador da Eq. 10.14 mostra porque o comportamento do escoamento subcrítico deve ser o oposto daquele relativo ao escoamento supercrítico.

A Eq. 10.14 é válida para escoamentos em canais com qualquer seção transversal desde que ela seja constante (apesar de nós termos admitido que a seção transversal do canal é retangular na derivação da equação) e que o número de Froude seja interpretado corretamente (Ref. [3]). Neste livro nós consideraremos apenas os escoamentos em canais com seção transversal retangular quando estivermos lidando com esta equação.

10.4 Escoamento com Profundidade Uniforme em Canais

Muitos canais são projetados de modo que a superfície livre do escoamento seja uniforme. Os canais de irrigação normalmente apresentam trechos bastante longos com seção transversal e profundidade uniformes. Já os canais naturais, como os rios, raramente apresentam seções transversais constantes mas a vazão em volume ainda pode ser estimada admitindo que o escoamento é uniforme. Nesta seção nós apresentaremos vários aspectos deste tipo de escoamentos (☉ 10.2 Junção de canais).

Um escoamento com profundidade uniforme ($dy/dx = 0$) pode ser obtido pelo ajuste da inclinação do fundo do canal, S_0 , de modo que ele seja exatamente igual a inclinação da linha de energia, S_f (analise a Eq. 10.14). Do ponto de vista da energia, o escoamento com profundidade uniforme pode ser obtido pelo equilíbrio da variação de energia potencial do escoamento e a energia dissipada pelos efeitos viscosos associados às tensões de cisalhamento no fluido. A próxima seção mostra que conclusões similares podem ser obtidas a partir de um balanço de forças.

10.4.1 Aproximação de Escoamento Uniforme

Nós vamos considerar um escoamento com profundidade uniforme num canal aberto que apresenta seção transversal constante (veja a Fig. 10.8). A área da seção transversal é A e o períme-

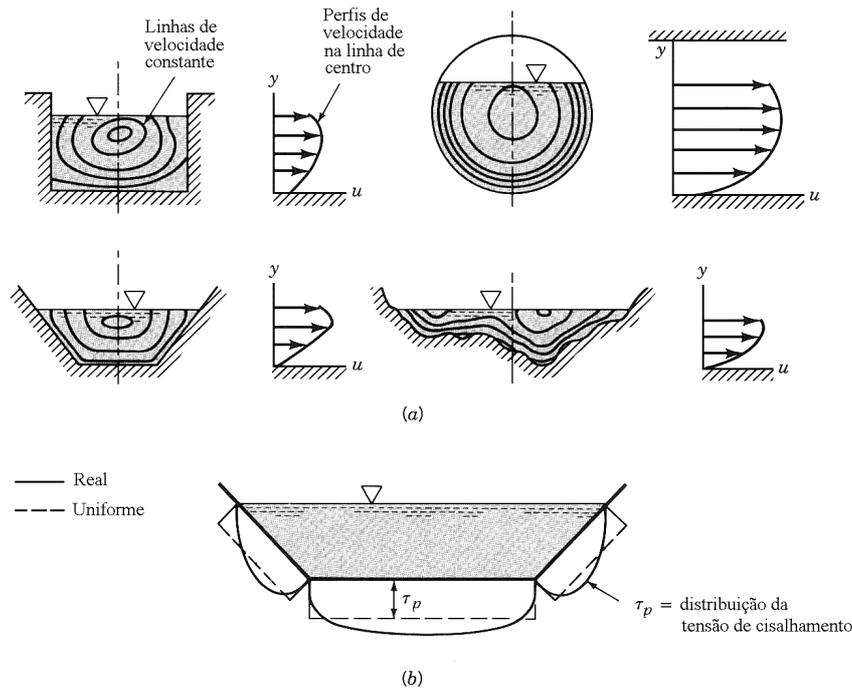


Figura 10.9 Distribuições típicas de velocidade e de tensão de cisalhamento dos escoamentos em canal aberto: (a) distribuição de velocidade numa seção transversal, (b) distribuição de tensão de cisalhamento ao longo do perímetro molhado.

tro molhado (i.e. o comprimento do perímetro da seção transversal em contato com o fluido) é P . Nós vamos admitir que a interação entre o fluido e a atmosfera é desprezível de modo que a porção do perímetro em contato com a atmosfera não vai ser incluída na definição do perímetro molhado.

A distribuição de velocidade real do escoamento num canal aberto não é uniforme porque o fluido precisa aderir as superfícies sólidas. A Fig. 10.9a mostra alguns perfis de velocidade medidos em canais com vários formatos. A velocidade máxima é sempre encontrada em algum local abaixo da superfície livre. A tensão de cisalhamento nas paredes do canal, τ_p , normalmente não é uniforme ao longo do perímetro molhado. A Fig. 10.9b mostra algumas variações típicas.

Felizmente, é possível obter resultados analíticos razoáveis admitindo que os perfis de velocidade do escoamento e de tensão de cisalhamento na parede são uniformes. Lembre que nós utilizamos hipóteses semelhantes na análise dos escoamentos em condutos (Cap. 8) onde o fator de atrito foi utilizado para determinar a perda de carga.

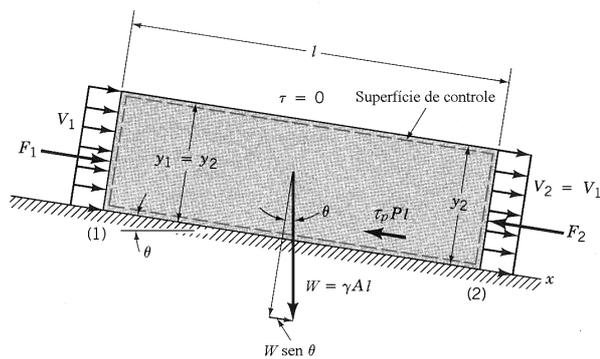


Figura 10.10 Volume de controle para o escoamento uniforme num canal aberto.

10.4.2 As Equações de Chezy e Manning

As equações utilizadas para determinar a vazão em canais abertos foram derivadas há muitos anos e os valores dos coeficientes empíricos destas equações tem sido otimizados desde então. Atualmente, nós temos equações semi empíricas que fornecem resultados adequados para os projetos de engenharia. A utilização de métodos mais refinados na solução destes escoamentos não garante resultados mais precisos porque a descrição dos problemas são complexas e existem muitas incertezas na formulação dos problemas (i.e., é difícil descrever os formatos e as irregularidades do perímetro molhado dos canais – particularmente nos canais naturais).

Se nós admitirmos que o escoamento é uniforme e que ocorre em regime permanente, a componente x da equação da quantidade de movimento (Eq. 5.22) aplicada no volume de controle indicado na Fig. 10.10 fica reduzida a

$$\sum F_x = \rho Q (V_2 - V_1) = 0$$

porque $V_1 = V_2$. A aceleração no escoamento é nula e o fluxo de quantidade de movimento na seção (1) é igual aquele na seção (2). Nestas condições, o escoamento apresenta um equilíbrio de forças na direção do escoamento, ou seja, $\sum F_x = 0$. Assim,

$$F_1 - F_2 - \tau_p Pl + W \text{sen} \theta = 0 \quad (10.15)$$

onde F_1 e F_2 são as forças de pressão hidrostática nas superfícies (1) e (2) do volume de controle. Como a profundidade do escoamento é uniforme ($y_1 = y_2$), segue que $F_1 = F_2$. O termo $W \text{sen} \theta$ é o componente da força peso na direção do escoamento e $\tau_p Pl$ é a componente da força de cisalhamento que atua no fluido na direção do escoamento. Nestas condições, a Eq. 10.15 pode ser reescrita como

$$\tau_p = \frac{W \text{sen} \theta}{Pl} = \frac{W S_0}{Pl}$$

Note que nós utilizamos a aproximação $\text{sen} \theta \approx \tan \theta = S_0$. Esta aproximação é válida porque a inclinação do fundo do canal normalmente é muito pequena (i.e. $S_0 \ll 1$). Como $W = \gamma Al$ e o raio hidráulico é definido por $R_h = A/P$, o balanço de forças pode ser representado por

$$\tau_p = \frac{\gamma Al S_0}{Pl} = \gamma R_h S_0 \quad (10.16)$$

A grande maioria dos escoamentos em canais são turbulentos, ou seja, os números de Reynolds típicos dos escoamentos em canais são maiores do que o valor referente a transição laminar - turbulento. Nós vimos no Cap. 8 que o fator de atrito é independente do número de Reynolds e depende apenas da rugosidade relativa da superfície do tubo quando o número de Reynolds do escoamento nos condutos é bastante grande (escoamentos completamente turbulentos). Nestes casos, a tensão de cisalhamento na parede é proporcional a pressão dinâmica, $\rho V^2/2$, e é independente da viscosidade dinâmica do fluido, ou seja,

$$\tau_p = K \rho \frac{V^2}{2}$$

onde K é uma constante que depende da rugosidade da superfície do tubo.

É razoável considerar que este tipo de dependência também ocorre nos escoamentos em canais abertos com números de Reynolds altos. Nestes casos, a Eq. 10.16 pode ser reescrita do seguinte modo:

$$K \rho \frac{V^2}{2} = \gamma R_h S_0$$

ou

$$V = C (R_h S_0)^{1/2} \quad (10.17)$$

onde a constante C é denominada coeficiente de Chezy. Por isto, a Eq. 10.17 é conhecida como a equação de Chezy e é uma das mais antigas da mecânica dos fluidos pois foi desenvolvida em 1768 pelo engenheiro francês A. Chezy (1718 – 1798) que projetou um canal de transporte de água para

Tabela 10.1
Valores do Coeficiente de Manning, n (Ref. [6]).

Perímetro Molhado	n
A. Canais naturais	
Limpo e reto	0,030
Escoamento vagarosos e com poças	0,040
Rio típico	0,035
B. Planícies inundadas	
Pasto	0,035
Cerrado leve	0,050
Cerrado pesado	0,075
Floresta	0,150
C. Canais escavados na terra	
Limpo	0,022
Com cascalho	0,025
Com vegetação rasteira	0,030
Com rochas	0,035
D. Canais artificiais	
Vidro	0,010
Latão	0,011
Aço, liso	0,012
Aço, pintado	0,014
Aço, rebitado	0,015
Ferro fundido	0,013
Concreto, com acabamento	0,012
Concreto, sem acabamento	0,014
Madeira aplainada	0,012
Tijolo de barro	0,014
Alvenaria	0,015
Asfalto	0,016
Metal corrugado	0,022
Alvenaria muito grosseira	0,025

a cidade de Paris. O valor da constante de Chezy precisa ser determinado experimentalmente e não é adimensional [apresenta dimensão igual a (comprimento)^{1/2}/tempo, ou seja, dimensão igual a da raiz quadrada da aceleração].

Os resultados experimentais mostram que a dependência da inclinação da Eq. 10.17 ($V \sim S_0^{1/2}$) é razoável mas a dependência com o raio hidráulico não é adequada. Em 1889, o engenheiro irlandês R. Manning (1816 – 1897) desenvolveu uma equação modificada para descrever melhor a dependência com o raio hidráulico. A equação de Manning é

$$V = \frac{R_h^{2/3} S_0^{1/2}}{n} \quad (10.18)$$

onde o parâmetro n é o coeficiente de resistência de Manning. O valor deste parâmetro é função das características da superfície molhada do canal e deve ser obtido por via experimental. Note que o parâmetro não é adimensional pois apresenta unidade $s/m^{1/3}$.

Como nós vimos no Cap. 7, é possível escrever qualquer correlação na forma adimensional e com os coeficientes da equação na forma adimensional (lembre do coeficiente de atrito para os escoamentos em condutos e do coeficiente de arrasto no escoamento em torno de objetos). Assim,

a Eq. 10.18 poderia ser expressa na forma adimensional. Infelizmente, a equação de Manning é muito utilizada mesmo que o coeficiente n seja dimensional. A Tab. 10.1 apresenta alguns valores de n com unidades compatíveis com o SI.

Assim, a equação de Manning adequada para escoamentos uniformes num canal aberto é

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (10.19)$$

e

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (10.20)$$

Como era esperado, quanto mais rugosa for a superfície do canal em contato com a água maior será o valor de n . Por exemplo, note que a rugosidade de uma superfície inundada aumenta se esta passa de pasto para cerrado até floresta. Os valores precisos de n são sempre difíceis de obter exceto para canais artificiais novos mas, normalmente, a estrutura da superfície dos canais é complexa e variável. Existem vários métodos para determinar uma estimativa razoável do valor de n para uma dada situação (Ref. [5]). Observe que o erro em Q é diretamente proporcional ao erro em n . Assim, um erro de 10% no valor de n produz um erro de 10% na vazão em volume no canal. Esforços consideráveis foram feitos para obter estimativas adequadas de n e existem várias tabelas deste coeficiente para uma variedade de superfícies (por exemplo, consulte a Ref. [7]). É importante ressaltar que os valores de n da Tab. 10.1 são válidos para escoamentos de água em canais (● 10.3 – Escoamento uniforme num canal).

Tanto o fator de atrito para os escoamentos em tubos quanto o coeficiente de Manning para escoamentos em canais são parâmetros que relacionam a tensão de atrito com as características da superfície em contato com o fluido. Assim, existem modos para obter n em função do fator de atrito para um tubo equivalente (Ref. [8]). Para os propósitos deste livro nós só vamos utilizar os valores de n que estão indicados na Tab. 10.1.

10.4.3 Exemplos de Escoamentos com Profundidade Uniforme

Os próximos exemplos irão ilustrar as aplicações típicas da equação de Manning. Os principais parâmetros envolvidos nos escoamentos em canais abertos são o tamanho, a forma da seção transversal do canal (A , R_h), a inclinação do fundo do canal (S_0), o tipo de material utilizado no revestimento do fundo e das paredes do canal (n) e a velocidade média ou a vazão em volume no canal (V ou Q).

O Exemplo 10.3 mostra que o procedimento utilizado para determinar a vazão em volume do escoamento num dado canal com profundidade de escoamento conhecida (normalmente denominada vazão em volume normal e profundidade normal, y_n) é direto.

Exemplo 10.3

Água escoa no canal com seção transversal trapezoidal mostrada na Fig. E10.3. A inclinação do fundo do canal é 1,4 m a cada 1000 m de canal. Determine a vazão em volume neste canal sabendo que (a) o canal é revestido com concreto acabado e (b) o canal está coberto com vegetação rasteira. Determine o número de Froude em cada um destes escoamentos.

Solução A vazão em volume nos escoamentos pode ser calculada com a Eq. 10.20, ou seja,

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (1)$$

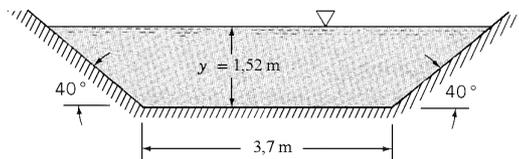


Figura E10.3

onde a área da seção transversal de escoamento, A , é

$$A = 3,7 \times 1,52 + 1,52 \left(\frac{1,52}{\tan 40^\circ} \right) = 8,38 \text{ m}^2$$

e o perímetro molhado é $P = 3,7 + 2(1,52/\sin 40^\circ) = 8,43 \text{ m}$. O raio hidráulico da seção, $R_h = A/P = 1,00 \text{ m}$. Note que, apesar do canal ser bastante largo, o raio hidráulico é menor do que a profundidade do escoamento. Lembrando que $S_0 = 1,4/1000 = 0,0014$, a Eq. (1) pode ser reescrita como

$$Q = \frac{1}{n} (8,38)(1,0)^{2/3} (0,0014)^{1/2} = \frac{0,31}{n}$$

A Tab. 10.1 indica que $n = 0,012$ quando o revestimento do canal é de concreto (com acabamento) e $n = 0,030$ quando a superfície do canal está coberta com vegetação rasteira. Assim,

$$Q = \frac{0,31}{0,012} = 25,8 \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{concreto com acabamento})$$

$$Q = \frac{0,31}{0,030} = 10,3 \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{vegetação rasteira})$$

A velocidade média do escoamento no canal de concreto é $V = Q/A = 3,1 \text{ m/s}$ e $1,2 \text{ m/s}$ no canal recoberto com vegetação rasteira. Observe que não é necessária uma grande inclinação do fundo do canal ($S_0 = 0,0014$ ou $\theta = \tan^{-1}(0,0014) = 0,08^\circ$) para que obtenhamos escoamentos com estas velocidades médias.

É importante notar que o aumento da rugosidade da superfície do canal provoca uma diminuição da vazão do escoamento. Isto é uma indicação que nós estamos lidando com escoamentos turbulentos. Admitindo que a temperatura da água que escoar no canal é 20°C , o número de Reynolds do escoamento no canal coberto com vegetação rasteira é $Re_h = R_h V / \nu = (1,0)(1,2)/(1,00 \times 10^{-6}) = 1,2 \times 10^6$, ou seja, o regime de escoamento é turbulento.

Os números de Froude baseados na profundidade máxima do escoamento podem ser determinados com $Fr = V/(gy)^{1/2}$. Deste modo

$$Q = \frac{3,1}{(9,8 \times 1,52)^{1/2}} = 0,803 \quad (\text{concreto com acabamento})$$

$$Q = \frac{1,2}{(9,8 \times 1,52)^{1/2}} = 0,31 \quad (\text{vegetação rasteira})$$

Assim, os dois escoamentos são subcríticos.

É necessário utilizar um procedimento iterativo na determinação do escoamento em alguns problemas. Isto sempre ocorre quando precisamos determinar a profundidade do escoamento e conhecemos a vazão em volume no canal, a inclinação do fundo do canal e o material utilizado na construção do canal. O próximo exemplo mostra um problema deste tipo.

Exemplo 10.4

A vazão de água que escoar no canal mostrado na Fig. E10.3 é $10,0 \text{ m}^3/\text{s}$. Determine a profundidade do escoamento sabendo que o canal está coberto com vegetação rasteira.

Solução Neste caso nós não conhecemos a área da seção transversal e o diâmetro hidráulico do escoamento. A área da seção transversal e o perímetro molhado da seção podem ser expressos em função de y , ou seja,

$$A = 3,7y + 1,19y^2$$

e

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{1,19y^2 + 3,7y}{3,11y + 3,7}$$

A Tab. 10.1 indica que o valor de n é $0,030$ e a Eq. 10.20 pode ser escrita como

$$Q = 10 = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$= \frac{1}{0,030} (1,19 y^2 + 3,7 y) \left(\frac{1,19 y^2 + 3,7 y}{3,11 y + 3,7} \right)^{2/3} (0,0014)^{1/2}$$

Rearranjando,

$$(1,19 y^2 + 3,7 y)^5 - 515,4 (3,11 y + 3,7)^2 = 0 \tag{1}$$

A solução da Eq. (1) pode ser determinada com uma técnica numérica dedicada a procura de zeros de funções ou com um procedimento baseado na tentativa e erro. A única raiz desta equação que apresenta significado físico (i.e., um número real e positivo) é

$$y = 1,49 \text{ m}$$

Nos determinamos, no Exemplo 10.4, a profundidade do escoamento para uma dada vazão. Note que é possível existir mais de uma solução para o problema porque a equação que define esta profundidade não é linear. Assim, para um dado canal, é possível encontrar duas ou mais profundidades que transportam a mesma quantidade de fluido. Apesar disto não ser muito comum, o Exemplo 10.5 mostra que isto é possível.

Exemplo 10.5

Água escoa num tubo, que apresenta diâmetro interno D , do modo indicado na Fig. E10.5a. A inclinação do tubo é constante e igual a S_0 e o coeficiente de Manning é n . Determine a profundidade do escoamento onde detectamos a vazão máxima no tubo. Mostre que existem duas profundidades possíveis para uma dada vazão. Explique porque isto ocorre.

Solução A vazão em volume no canal pode ser calculada com a equação de Manning (Eq. 10.20),

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{3/2} S_0^{1/2} \tag{1}$$

A área da seção transversal do escoamento é

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen}\theta)$$

onde θ é o ângulo (em radianos) indicado na Fig. E10.5a. De modo análogo, o perímetro molhado é

$$P = \frac{D\theta}{2}$$

de modo que o raio hidráulico é dado por

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{D(\theta - \text{sen}\theta)}{4\theta}$$

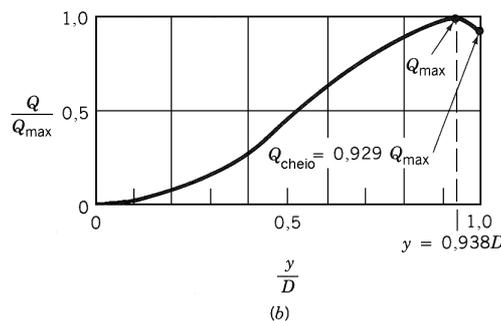
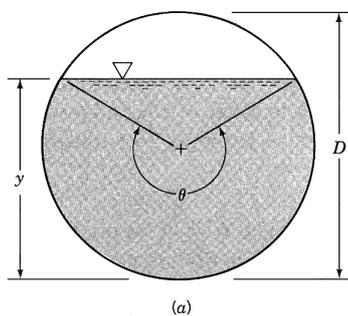


Figura E10.5

Assim, a Eq. (1) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$Q = \frac{1}{n} S_0^{1/2} \frac{D^{8/3}}{8(4)^{2/3}} \left[\frac{(\theta - \text{sen}\theta)^{5/3}}{\theta^{2/3}} \right]$$

Esta equação pode ser reescrita em função da profundidade do escoamento, y , utilizando $y = (D/2)[1 - \cos(\theta/2)]$. A Fig. E5.10b mostra o gráfico da vazão em volume em função de y . Note que a vazão máxima, Q_{max} , não ocorre quando o tubo está repleto com fluido ($Q_{\text{cheio}} = 0,929Q_{\text{max}}$) mas sim quando $y = 0,938D$ (ou $\theta = 5,28 \text{ rad} = 303^\circ$).

Note que existem duas profundidades de escoamento que fornecem a mesma vazão quando $0,929 < Q/Q_{\text{max}} < 1$. A razão para este comportamento pode ser encontrada se compararmos o ganho na área de escoamento, A , com o aumento do perímetro molhado, P , na região próxima de $y = D$. Nesta faixa, o aumento da área da seção transversal é muito pequeno com o aumento de y enquanto que o aumento do perímetro provoca uma aumento na força de cisalhamento que atua no fluido. O resultado líquido deste processo é uma diminuição da vazão com o aumento da profundidade do escoamento. Na maioria dos problemas encontrados na engenharia, a diferença entre a vazão máxima e a vazão referente ao tubo completamente preenchido com fluido é desprezível (adicionalmente, lembre que nós não conhecemos o valor preciso de n "a priori").

Algumas vezes é necessário determinar a inclinação do canal necessária para produzir uma determinada vazão num canal com seção transversal e tipo de superfície conhecidos. Esta determinação pode ser realizada diretamente com a aplicação da Eq. 10.20. Adicionalmente, é sempre necessário determinar se o escoamento no canal é subcrítico, crítico ou supercrítico. O próximo exemplo ilustra este tipo de problema.

Exemplo 10.6

Água escoo num canal com seção transversal retangular que apresenta largura $b = 10 \text{ m}$ e coeficiente de Manning igual a $0,025$. Construa um gráfico da vazão em volume, Q , em função da inclinação do canal, S_0 , e indique as linhas de profundidade e de número de Froude constantes.

Solução A área da seção transversal do canal é $A = by = 10y$ e o raio hidráulico é $R_h = A/P = by/(b + 2y)$, onde y é a profundidade do escoamento. Considerando a equação de Manning (Eq. 10.19), temos

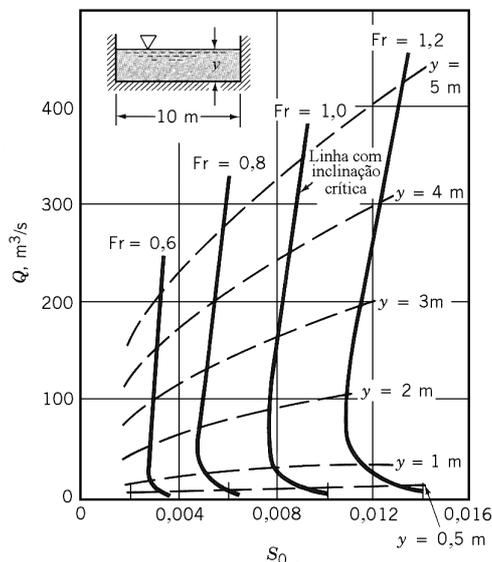


Figura E10.6

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{0,025} \left(\frac{10y}{10+2y} \right)^{2/3} S_0^{1/2} \quad (1)$$

Nós desejamos construir um gráfico de Q em função de S_0 para um determinado número de Froude. Assim, nós vamos utilizar o fato de que o canal é retangular, que $Fr = V/(gy)^{1/2}$ e reescrever a Eq. (1) como

$$(gy)^{1/2} Fr = \frac{1}{0,025} \left(\frac{10y}{10+2y} \right)^{2/3} S_0^{1/2}$$

Simplificando,

$$S_0 = 0,00613 (Fr)^2 y \left(\frac{5+y}{5y} \right)^{4/3} \quad (2)$$

Uma das curvas desejadas pode ser construída do seguinte modo: admita um valor para Fr , escolha vários valores para y e determine o valor de S_0 correspondente com a Eq. (2) e, então, calcule a vazão, $Q = VA$, com o valor de V obtido com a Eq. (1) ou a partir da definição do número de Froude. Os resultados deste procedimento estão indicados na Fig. E10.6.

Note que para uma dada vazão em volume existe um valor específico de inclinação que fornece a condição crítica, $Fr = 1$. Esta inclinação, indicada por S_{0c} , é denominada crítica. A linha relativa a inclinação crítica divide o gráfico em duas regiões – uma subcrítica e outra supercrítica. A relação entre S_{0c} e Q é um tanto fraca numa faixa ampla de Q . Assim, se o escoamento é crítico, ou quase crítico, ele não mudará de característica numa faixa bastante ampla de vazões (e profundidades).

A Fig. E10.6 também apresenta um conjunto de linhas relativas a profundidades constantes. Note que uma figura como esta permite analisar prontamente as características dos escoamentos em canais.

A rugosidade da superfície (e, conseqüentemente, o coeficiente de Manning) varia ao longo do perímetro molhado em muitos canais artificiais e na maioria dos canais naturais. Por exemplo, um canal de drenagem pode apresentar o fundo rochoso e paredes laterais de concreto (para prevenir a erosão). Assim, o valor efetivo de n pode ser diferente se a profundidade do escoamento é pequena ou grande. De modo análogo, um rio pode apresentar um valor de n no período da seca e outro valor de n no período das chuvas (quando uma porção do escoamento ocorre através da área inundada). Um canal coberto por gelo usualmente apresenta um valor de n para a superfície do gelo que é diferente do coeficiente de Manning relativo ao resto da seção de escoamento (Ref. [7]). Os escoamentos em canais cobertos por gelo não são, rigorosamente, escoamentos em canal aberto mas normalmente eles são tratados como escoamentos em canal aberto. Isto é aceitável porque a camada de gelo normalmente é fina o suficiente para que represente uma fronteira fixa em relação a resistência a tensão de cisalhamento mas ela não pode suportar um diferencial de pressão significativo (como aquele normalmente encontrado nos escoamentos em tubos).

Uma grande variedade de métodos tem sido utilizados para determinar o valor efetivo de n válidos para canais que apresentam subseções com valores distintos de n . É difícil estabelecer qual o melhor método para determinar o valor de coeficiente de Manning efetivo porque os resultados dos métodos são mais ou menos próximos (Ref. [5]). Uma aproximação razoável consiste em dividir a seção transversal do canal em N subseções e considerar que cada uma delas apresenta um perímetro molhado, P_i , área A_i e coeficiente de Manning, n_i . Os valores de P_i não incluem as fronteiras imaginárias entre as diferentes subseções e a vazão total é admitida como igual a soma das vazões em cada uma das subseções. O Exemplo 10.7 ilustra a aplicação deste método.

Exemplo 10.7

Água esco num canal de drenagem que apresenta seção transversal indicada na Fig. E10.7. Se a inclinação do fundo do canal é $S_0 = 2 \text{ m} / 1000 \text{ m} = 0,002$; estime a vazão de água no canal.

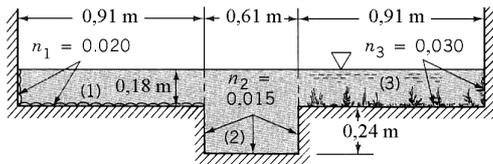


Figura E10.7

Solução Nós vamos dividir a seção transversal do canal em três subseções (veja a Fig. E10.7). Deste modo, a vazão no canal é $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$ e a vazão em cada subseção é dada por

$$Q_i = \frac{1}{n_i} A_i R_{hi}^{2/3} S_0^{1/2} \quad (1)$$

A Tab. E10.7 apresenta os valores de A_i , P_i , R_{hi} e n_i . Note que as porções imaginárias dos perímetros entre as subseções não estão contabilizadas nos P_i .

Tabela E10.7

i	A_i (m ²)	P_i (m)	R_{hi} (m)	n_i
1	0,164	1,09	0,150	0,020
2	0,256	1,09	0,235	0,015
3	0,164	1,09	0,150	0,030

Aplicando estes valores na Eq. (1), temos

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (0,002)^{1/2} \left[\frac{(0,164)(0,150)^{2/3}}{0,020} + \frac{(0,256)(0,235)^{2/3}}{0,015} + \frac{(0,164)(0,150)^{2/3}}{0,030} \right]$$

$$= 0,46 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se nós consideramos a seção transversal do canal como um todo, temos $A = A_1 + A_2 + A_3 = 0,584 \text{ m}^2$ e $P = P_1 + P_2 + P_3 = 3,27 \text{ m}$. Assim, $R_h = A/P = 0,179 \text{ m}$. A vazão em volume pode ser avaliada com a Eq. 10.20 modificada, ou seja,

$$Q = \frac{1}{n_{\text{ef}}} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

onde n_{ef} é o valor efetivo da constante de Manning para o canal como um todo. Nós sabemos que a vazão no canal é $0,46 \text{ m}^3/\text{s}$ e, nestas condições,

$$n_{\text{ef}} = \frac{1}{Q} A R_h^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{0,46} (0,584)(0,179)^{2/3} (0,002)^{1/2} = 0,018$$

Como era esperado, o valor da constante de Manning do canal como um todo está entre os valores máximo e mínimo das subseções que formam o canal.

Outro tipo de problema bastante comum é a determinação da "seção transversal hidráulica mais eficiente" do canal que é definida como a seção que apresenta a mínima área na qual seja possível transportar a vazão Q para um conjunto de inclinação e coeficiente de Manning fixos. Se utilizarmos o raio hidráulico, $R_h = A/P$, nós podemos escrever a Eq. 10.20 do seguinte modo:

$$Q = \frac{1}{n} A \left(\frac{A}{P} \right)^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3} S_0^{1/2}}{P^{2/3}}$$

Rearranjando,

$$A = \left(\frac{nQ}{S_0^{1/2}} \right)^{3/5} P^{2/5}$$

onde a quantidade entre parênteses é uma constante. Assim, o canal com área da seção transversal mínima é aquele com perímetro mínimo. Note que a quantidade de material removido na escavação do canal pode ser minimizada considerando-se a "seção transversal hidráulica mais eficiente".

A melhor seção transversal hidráulica possível é o canal semicircular. Nenhum outro formato de seção transversal apresenta perímetro menor para uma dada área. É uma tarefa usual a determinação da melhor forma para seções transversais retangulares, trapezoidais e triangulares. O Exemplo 10.8 ilustra o conceito de "seção transversal hidráulica mais eficiente" para canais retangulares.

Exemplo 10.8

Água esco uniformemente num canal retangular que apresenta largura b e profundidade y . Determine a relação de aspecto, b/y , da "seção transversal hidráulica mais eficiente".

Solução A vazão no canal pode ser avaliada com a Eq. 10.20, ou seja,

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2} \quad (1)$$

onde $A = by$ e $P = b + 2y$. Assim, $R_h = A/P = by/(b + 2y)$. Nós podemos reescrever o raio hidráulico em função de A . Assim,

$$R_h = \frac{A}{(2y + b)} = \frac{A}{(2y + A/y)} = \frac{Ay}{(2y^2 + A)}$$

e a Eq. (1) pode ser reescrita do seguinte modo

$$A^{5/2} y = K(2y^2 + A) \quad (2)$$

onde $K = (nQ/S_0^{1/2})^{3/2}$ é uma constante. A seção transversal hidráulica mais eficiente é aquela que fornece a área mínima para todos os y . Ou seja, $dA/dy = 0$. Diferenciando a Eq. (2) em relação a y , temos

$$\frac{5}{2} A^{3/2} \frac{dA}{dy} y + A^{5/2} = K \left(4y + \frac{dA}{dy} \right)$$

Se $dA/dy = 0$,

$$A^{5/2} = 4Ky \quad (3)$$

A Eq. (2) mostra que $K = A^{5/2} y / (2y^2 + A)$. Assim, a Eq. 3 pode ser reescrita na forma

$$A^{5/2} = \frac{4A^{5/2} y^2}{(2y^2 + A)}$$

que simplificada fornece $y = (A/2)^{1/2}$. Como $A = by$, a "seção transversal hidráulica mais eficiente" para um canal retangular com largura b apresenta profundidade

$$y = \left(\frac{A}{2} \right)^{1/2} = \left(\frac{by}{2} \right)^{1/2}$$

ou

$$b / y = 2$$

Um canal retangular com profundidade $y = b/2$ apresenta a menor área (e o menor perímetro molhado) para uma dada vazão. De modo oposto, para uma dada área, a maior vazão em volume num canal retangular ocorrerá quando $b/y = 2$. Como $A = by = \text{constante}$ se $y \rightarrow 0$ então $b \rightarrow \infty$. De modo análogo, se $y \rightarrow \infty$ então $b \rightarrow 0$ e a vazão é pequena porque $P = b + 2y \rightarrow \infty$. A vazão máxima ocorre quando $y = b/2$. Entretanto, como pode ser visto na Fig. E10.8, o máximo representado nesta configuração ótima é bastante fraco. Por exemplo, para relações de aspecto entre 1 e 4, a vazão em volume no canal é 96% da vazão máxima obtida num canal que apresenta mesma área da seção transversal e $b/y = 2$.

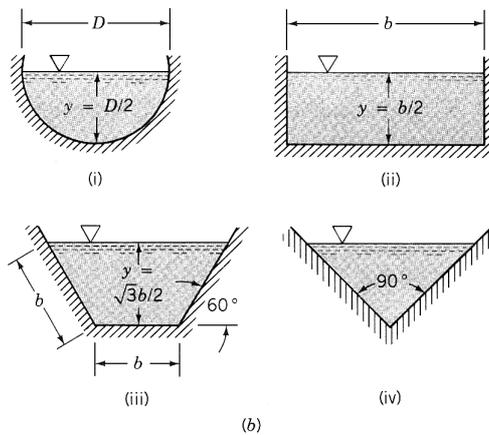
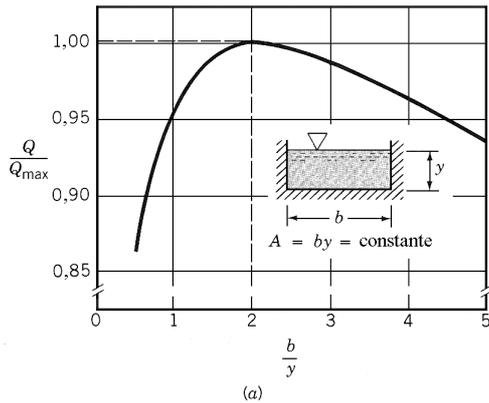


Figura E10.8

Um método alternativo, e equivalente, de obter a resposta deste problema é baseado no fato que $dR_h/dy = 0$ [veja a Eq. (1)]. Se utilizarmos $dQ/dy = 0$ (porque a vazão é constante) e $dA/dy = 0$ (a "melhor seção transversal hidráulica" apresenta área mínima) nós encontramos a relação procurada. A diferenciação de $R_h = Ay/(2y^2 + A)$, com A constante, fornece $b/y = 2$ quando $dR_h/dy = 0$.

A "seção transversal hidráulica mais eficiente" também pode ser determinada para outros tipos de canais com um procedimento igual ao apresentado neste problema. Os resultados relativos a canais com seção transversal circular, trapezoidal (ângulos laterais iguais a 60°) e triangular estão apresentados na Fig. E10.8b.

10.5 escoamento com Variação Gradual

Em muitas situações, a profundidade do escoamento no canal aberto não é constante ao longo do canal. Isto pode ocorrer por diversas razões, por exemplo: a inclinação do fundo do canal não é constante, a forma e a área da seção transversal do canal variam na direção do escoamento ou existe uma obstrução numa porção do canal. Tais escoamentos são classificados como escoamentos com variação gradual se $dy/dx \ll 1$ ou escoamentos com variação rápida se $dy/dx \sim 1$. Nesta seção nós vamos considerar algumas características dos escoamentos com variação gradual.

É normal dividir o escoamento num canal em segmentos específicos quando o escoamento é complexo. Um dos métodos de classificar o escoamento nestas regiões é o modo como varia a profundidade do escoamento com a distância medida ao longo do trecho do canal.

Nós mostramos na seção anterior que a profundidade do escoamento no canal é constante ($dy/dz = 0$) se a inclinação do fundo do canal é igual a inclinação da linha de energia, $S_0 = S_f$. Note que, nestas situações, a variação de energia potencial do escoamento é exatamente igual a dissipação de energia pelos efeitos viscosos.

A profundidade do escoamento variará ao longo do canal se a inclinação do fundo do canal e a da linha de energia não forem iguais. Em tais casos $dy/dx \neq 0$ e o lado esquerdo da Eq. 10.14 não é nulo. Observe que, nestes casos, a diferença entre a componente da força peso e a força de cisalhamento na direção do escoamento produz uma alteração na quantidade de movimento do escoamento que provoca uma alteração da velocidade e da profundidade do escoamento. A profundidade do escoamento pode aumentar ou diminuir e isto depende de vários parâmetros do escoamento. Nós veremos que existem 12 tipos de configurações possíveis para a superfície livre do escoamento [profundidade do escoamento em função da distância, $y = y(x)$].

O comportamento de dy/dx é função dos sinais do numerador e do denominador da Eq. 10.14. O sinal do denominador depende se o escoamento é subcrítico ou supercrítico. Para um dado canal (i.e., tamanho, forma, coeficiente de Manning e vazão) existe uma inclinação crítica, S_{0c} , e uma profundidade crítica, y_c , de modo que $Fr = 1$ se o escoamento puder ser modelado como uniforme (veja o Exemplo 10.6).

Quando o escoamento apresenta profundidade uniforme, $S_0 = S_f$, o numerador da Eq. 10.14 é nulo. Entretanto, se S_0 é maior do que S_f – a inclinação do fundo do canal é mais íngreme do que a necessária para o escoamento uniforme – o numerador é negativo. De modo contrário, o numerador é positivo se S_0 é menor do que S_f . Assim, existe um número de combinações de numerador e denominador da Eq. 10.14 que fornecem valores de dy/dx negativos, nulos ou positivos.

10.5.1 Classificação das Formas de Superfícies Livres

As características do escoamento com variação gradual são sempre classificadas em função da comparação entre a inclinação real do canal, S_0 , e a inclinação necessária para produzir um escoamento uniforme crítico, S_{0c} . Adicionalmente, as características do escoamento também dependem se a profundidade do escoamento é menor ou maior do que a profundidade normal, y_n , que ocorreria num escoamento uniforme no canal (com inclinação e vazão dadas). Todas as 12 configurações de superfície livre do escoamento indicadas na Tab. 10.2 são possíveis. Nós vamos apenas indicar os possíveis tipos de configurações de superfície sem entrarmos nos detalhes de como elas são determinadas. Informações adicionais sobre este tópico complexo podem ser encontrados na bibliografia (por exemplo, Refs. [3 e 9]).

Tabela 10.2

Configurações Possíveis das Superfícies Livres

Tipo de Inclinação	Notação da Inclinação	Número de Froude	Designação do Formato da Superfície
$S_0 < S_{0c}$	Suave (<i>S</i>)	$Fr < 1$	<i>S</i> -1
		$Fr < 1$	<i>S</i> -2
		$Fr > 1$	<i>S</i> -3
$S_0 = S_{0c}$	Crítica (<i>C</i>)	$Fr < 1$	<i>C</i> -1
		$Fr > 1$	<i>C</i> -3
$S_0 > S_{0c}$	Íngreme (<i>I</i>)	$Fr < 1$	<i>I</i> -1
		$Fr > 1$	<i>I</i> -2
		$Fr > 1$	<i>I</i> -3
$S_0 = 0$	Horizontal (<i>H</i>)	$Fr < 1$	<i>H</i> -2
		$Fr > 1$	<i>H</i> -3
$S_0 < 0$	Adversa (<i>A</i>)	$Fr < 1$	<i>A</i> -2
		$Fr > 1$	<i>A</i> -3

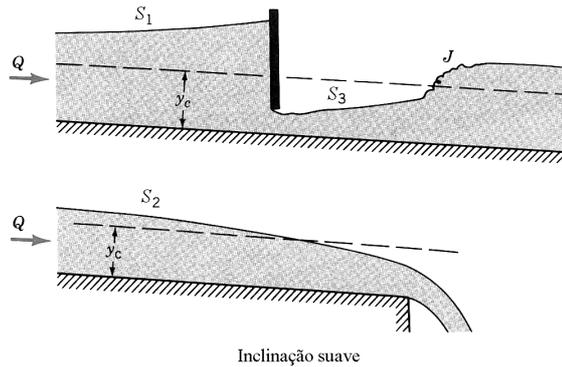


Figura 10.11 Configurações típicas dos escoamentos com profundidade não uniforme. A inclinação é suave, $S_0 < S_{0c}$.

Os cinco tipos de inclinação da superfície livre são: (1) inclinação suave com $S_0 < S_{0c}$ (o escoamento seria subcrítico se apresentasse profundidade uniforme), (2) inclinação crítica com $S_0 = S_{0c}$ (o escoamento apresentaria $Fr = 1$ se a profundidade fosse uniforme), (3) inclinação íngreme com $S_0 > S_{0c}$ (o escoamento seria supercrítico se apresentasse profundidade uniforme), (4) inclinação horizontal com $S_0 = 0$ e (5) inclinação adversa com $S_0 < 0$ (escoamento ascendente). Quando nós estamos considerando escoamentos com profundidades não uniformes, os números de Froude podem ser maiores ou menores do que 1 e isto depende se $y > y_c$ ($Fr < 1$) ou $y < y_c$ ($Fr > 1$), onde y_c é a profundidade crítica do escoamento. Esta profundidade crítica é aquela do escoamento uniforme crítico com profundidade uniforme (calculado com a vazão e coeficiente de Manning do escoamento real). A Tab. 10.1 indica as designações usuais destes escoamentos (i.e., S-1, A-2 etc).

Se a profundidade do escoamento ao longo do canal é uniforme, a determinação do tipo de escoamento depende apenas se $S_0 < S_{0c}$ (subcrítico) ou se $S_0 > S_{0c}$ (supercrítico). A inércia do fluido é importante nos escoamentos com variação gradual e, assim, é possível termos uma variedade adicional de situações. A determinação do tipo do escoamento com variação gradual (subcrítico ou supercrítico) passa a ser função de condições adicionais e não apenas do valor de S_0 . Por exemplo, é possível encontrar tanto $Fr < 1$ ou $Fr > 1$ se $S_0 < S_{0c}$ (uma inclinação suave indicando que $Fr < 1$ se o escoamento apresentasse profundidade uniforme) e isto depende da profundidade do escoamento. Observe que os efeitos da inércia propiciam uma liberdade adicional para o escoamento (esta liberdade não existe nos escoamentos com profundidade uniforme porque, nestes casos, os efeitos da inércia são nulos).

10.5.2 Exemplos de Escoamentos com Variação Gradual

Existem procedimentos para determinar, com precisão, as formas das superfícies livres dos escoamentos com variação gradual mas eles estão fora do escopo deste livro. Apesar disto, os 12 tipos de perfis de superfície livre estão apresentados nas Figs. 10.11 a 10.15. Em cada caso, a variação da profundidade é provocada por uma obstrução ou variação da geometria do canal (tal como um barragem, uma comporta deslizante ou uma variação súbita na elevação do canal). Os escoamentos com variação gradual também podem ocorrer na vizinhança do local onde existe uma variação da inclinação do fundo do canal.

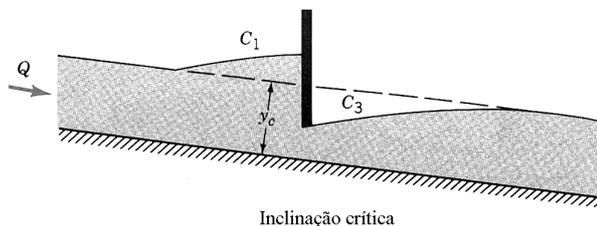


Figura 10.12 Configurações típicas dos escoamentos com profundidade não uniforme. Escoamento crítico, $S_0 = S_{0c}$.

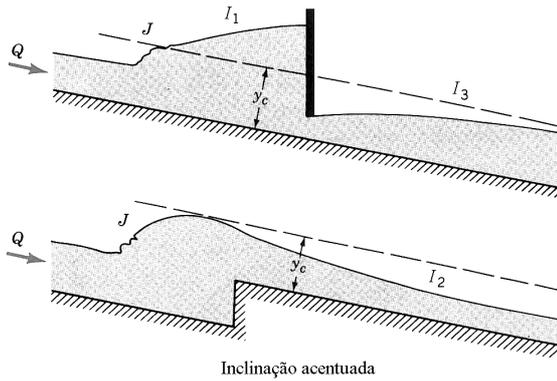


Figura 10.13 Configurações típicas dos escoamentos com profundidade não uniforme. Inclinação íngreme, $S_0 > S_{0c}$.

Note que a escala de comprimento horizontal das Figs. 10.11 a 10.15 foram reduzidas para que seja possível visualizar as inclinações da superfície livre e do fundo do canal. Normalmente, a inclinação do fundo do canal é tão pequena que não pode ser vista num desenho em escala real e as distâncias nas quais ocorrem as variações de profundidade são muito grandes quando comparadas com as variações de profundidade. Se o escoamento apresenta variação rápida, tal como o ressalto hidráulico (indicado por J nas figuras), a variação de profundidade ocorre numa distância relativamente pequena.

O escoamento com variação de profundidade gradual mais comum é do tipo S -1 (veja a Fig. 10.11). Estes escoamentos ocorrem a montante de uma barragem ou comporta deslizante onde o escoamento subcrítico é desacelerado pela presença da obstrução no canal. É sempre importante determinar o aumento do nível do escoamento em relação aquele que ocorreria se a obstrução não estivesse presente. A superfície de uma represa é horizontal a montante de uma barragem. Entretanto, o perfil da superfície na região de transição entre o lago e a parte não afetada de um rio não é horizontal nem apresenta a elevação que ela teria se a barragem não estivesse presente.

A curva do tipo S -2 é obtida pela redução da resistência a jusante do escoamento num canal (veja a condição de descarga mostrada na Fig. 10.11 – o escoamento subcrítico acelera enquanto se aproxima do fim do canal e produz o perfil mostrado no esboço inferior da Fig. 10.11).

A curva S -3, indicada na Fig. 10.11, é obtida quando a inclinação não é suficiente para manter as condições supercríticas do escoamento criadas na comporta deslizante. Num certo ponto, a jusante da comporta, o escoamento supercrítico passa através de um ressalto hidráulico, J , e o escoamento se torna subcrítico.

Os perfis críticos C -1 e C -3, indicados na Fig. 10.12, podem ser encontrados na vizinhança de uma comporta deslizante instalada num canal. Entretanto, não é fácil encontrá-los porque é necessário que $Fr = 1$ ou $S_0 = S_{0c}$ (estas condições não são usuais).

Os escoamentos íngremes I -1 e I -2, indicados na Fig. 10.13, podem ser produzidos por uma obstrução (como um dique ou comporta deslizante) e, de um certo modo, são parecidos com os escoamentos dos tipos S -1 e S -3. Note que, nestes casos, as curvaturas das superfícies livres são opostas àquelas referentes aos casos encontrados quando a inclinação é suave. O perfil I -2 é obtido quando o canal recebe um escoamento que apresenta profundidade crítica (como sempre ocorre no escoamento de um reservatório para um canal).

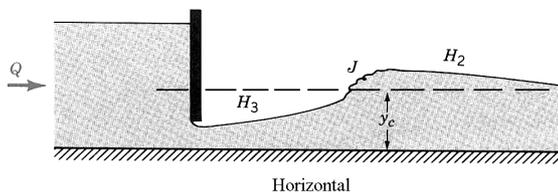


Figura 10.14 Configurações típicas dos escoamentos com profundidade não uniforme. Inclinação horizontal, $S_0 = 0$.

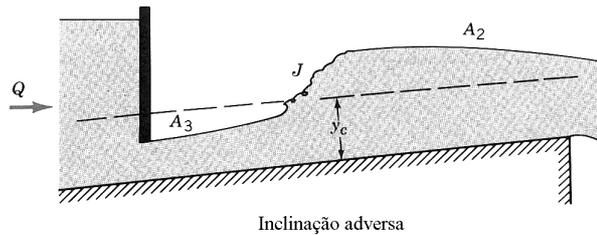


Figura 10.15 Configurações típicas dos escoamentos com profundidade não uniforme. Inclinação adversa, $S_0 < 0$.

As situações com inclinação horizontal ou adversa são as únicas aonde é impossível manter um escoamento uniforme. A inércia do fluido é importante nestes escoamentos porque a componente do peso na direção do canal pode ser nula (inclinação horizontal) ou no sentido oposto ao escoamento (inclinação adversa) – veja as Figs. 10.14 e 10.15.

Nós vimos, nesta seção, que a superfície livre dos escoamentos com variação gradual em canal aberto apresentam vários perfis diferentes. Note que o formato da superfície livre é ajustado de modo que as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia sejam satisfeitas. A forma da superfície livre é sempre importante no projeto de dispositivos de medida de vazão em canais abertos e na predição dos níveis de enchentes em canais naturais. A forma da superfície, $y = y(x)$, pode ser calculada pela solução da equação diferencial obtida pela combinação da equação de Manning (Eq. 10.20) com a equação da energia (Eq. 10.14). O resultado desta combinação é uma equação diferencial não linear que foi bastante estudada neste século. Atualmente, existem vários métodos numéricos desenvolvidos para resolver este problema com precisão adequada para os fins da engenharia. A descrição destes métodos está fora do escopo deste livro e pode ser encontrada na literatura (por exemplo, consulte as Refs. [5 e 9]).

10.6 Escoamento com Variação Rápida

A profundidade do escoamento em alguns canais varia numa distância relativamente curta de modo que $dy/dx \sim 1$. O escoamento na região onde ocorrem as variações rápidas é bastante complexo e, por isso, é difícil estudá-lo com rigor. Felizmente, muitos resultados aproximados podem ser obtidos utilizando um modelo unidimensional simples combinado com coeficientes empíricos. Nesta seção nós discutiremos alguns escoamentos que apresentam variações rápidas.

Alguns escoamentos com variação rápida, tal como o ressalto hidráulico, ocorrem em canais com área constante por razões que não são óbvias a primeira vista. A Fig. 10.16 mostra que o escoamento a montante do ressalto é raso e com velocidade alta e que o escoamento a jusante do ressalto apresenta velocidade baixa e profundidade significativa. Observe na figura que o ressalto ocorre numa região que apresenta comprimento reduzido. Outros escoamentos com variação rápida são aqueles provocados pela mudança brusca na geometria do canal (veja a Fig. 10.17).

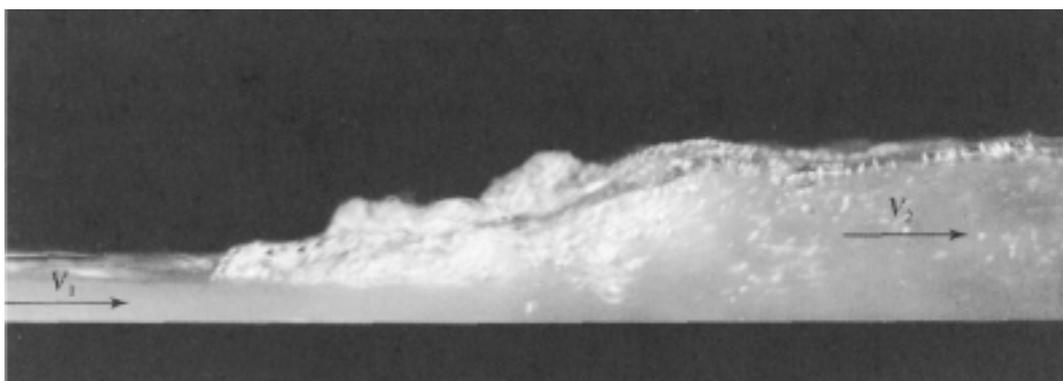


Figura 10.16 Ressalto hidráulico.

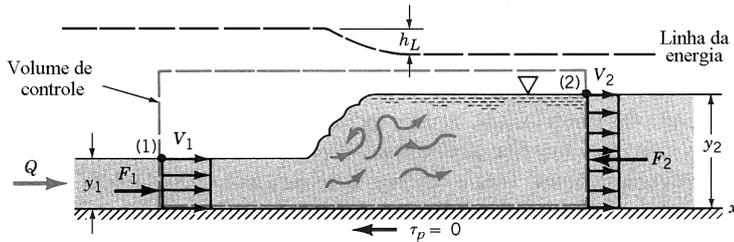


Figura 10.19 Ressalto hidráulico.

O ressalto hidráulico mais simples é aquele que ocorre num canal horizontal e com seção transversal retangular (veja a Fig. 10.19). Apesar do escoamento no ressalto ser extremamente complexo, é razoável admitir que os escoamentos nas seções (1) e (2) são unidimensionais e que o regime do escoamento é o permanente. Adicionalmente, nós vamos admitir que a tensão de cisalhamento na parede do canal, τ_p , na região delimitada pelas seções (1) e (2), que é relativamente pequena, é nula. Nestas condições, o resultado da aplicação da equação da quantidade de movimento na direção x (Eq. 5.22) para o volume de controle indicado na figura é

$$F_1 - F_2 = \rho Q (V_2 - V_1) = \rho V_1 y_1 b (V_2 - V_1)$$

onde b é a largura do canal. As forças de pressão nas seções (1) e (2) são as hidrostáticas, ou seja, $F_1 = p_{c1} A = \gamma y_1^2 b / 2$ e $F_2 = p_{c2} A_2 = \gamma y_2^2 b / 2$ com $p_{c1} = \gamma y_1 / 2$ e $p_{c2} = \gamma y_2 / 2$ são as pressões que atuam nos centróides das seções transversais (1) e (2). Assim, a equação da quantidade de movimento fica restrita a

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} = \frac{V_1 y_1}{g} (V_2 - V_1) \quad (10.21)$$

A aplicação da equação da conservação da massa (Eq. 5.12) ao volume de controle fornece

$$y_1 b V_1 = y_2 b V_2 = Q \quad (10.22)$$

Já a aplicação da equação da energia (Eq. 5.84) fornece

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad (10.23)$$

A perda de carga, h_L , na Eq. 10.23 é devida a dissipação viscosa intensa que ocorre no ressalto. Lembre que nós desprezamos a tensão de cisalhamento na parede e, assim, a perda de carga devida ao atrito na parede do canal é nula.

As Eqs. 10.21, 10.22 e 10.23 apresentam a solução $y_1 = y_2$, $V_1 = V_2$ e $h_L = 0$. Esta solução representa o caso onde não existe o ressalto. É importante observar que este conjunto de equações pode apresentar mais de uma solução porque ele não é linear. Assim, as outras soluções podem ser obtidas do seguinte modo: combinando as Eqs. 10.21 e 10.22 (para eliminar V_2), temos

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} = \frac{V_1 y_1}{g} \left(\frac{V_1 y_1}{y_2} - V_1 \right) = \frac{V_1^2 y_1}{g y_2} (y_1 - y_2)$$

Dividindo os dois lados da equação por $(y_1 - y_2)$ e rearranjando,

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - 2 Fr_1^2 = 0$$

onde $Fr_1 = V_1 / (g y_1)^{1/2}$ é o número de Froude a montante do ressalto. Utilizando a fórmula quadrática, obtemos

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[-1 \pm (1 + 8 Fr_1^2)^{1/2} \right]$$

É claro que a solução negativa não apresenta significado físico. Assim,

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[-1 + \left(1 + 8 Fr_1^2 \right)^{1/2} \right] \quad (10.24)$$

A Fig. 10.20 mostra a relação entre profundidades, y_2/y_1 , em função do número de Froude do escoamento a montante do ressalto. A porção da curva referente a $Fr < 1$ é tracejada para indicar que o ressalto só pode ocorrer a partir de um escoamento supercrítico, ou seja, a solução dada pela Eq. 10.24 precisa estar restrita a $Fr_1 \geq 1$. Observe que nestas condições, $y_2/y_1 \geq 1$. Esta afirmação pode ser verificada a partir da análise da equação da energia (Eq. 10.23). A perda de carga adimensional, h_L/y_1 , pode ser escrita como

$$\frac{h_L}{y_1} = 1 - \frac{y_2}{y_1} + \frac{Fr_1^2}{2} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] \quad (10.25)$$

A Fig. 10.20 mostra que a perda de carga adimensional é negativa se Fr é menor do que 1 e isto é um absurdo pois contraria a segunda lei da termodinâmica. Deste modo nós mostramos que o escoamento a montante do ressalto tem que ser supercrítico ($Fr_1 > 1$) para que o ressalto exista. Esta condição é parecida com a do choque nos escoamentos compressíveis pois para que o choque exista é necessário que o escoamento a montante do choque seja supersônico (número de Mach > 1). Entretanto, o fato do escoamento ser supercrítico (ou supersônico) não garante a produção de um ressalto hidráulico (ou de uma onda de choque) porque a solução trivial $y_1 = y_2$ e $V_1 = V_2$ também é possível.

A perda de energia no ressalto hidráulico é útil em algumas situações. Por exemplo, a energia do escoamento no vertedoro de uma barragem normalmente é muito grande e pode provocar danos no canal localizado a jusante do vertedoro. Instalando-se objetos dedicados ao controle do escoamento no canal a jusante do vertedoro é possível (se o escoamento é supercrítico) produzir um ressalto hidráulico no vertedoro e, deste modo, obter uma dissipação de uma parte considerável da energia do escoamento. Deste modo, o vertedoro da barragem produz um escoamento supercrítico e o canal a jusante da barragem opera de modo subcrítico. Observe que o ressalto hidráulico fornece um meio para alterar o caráter do escoamento.

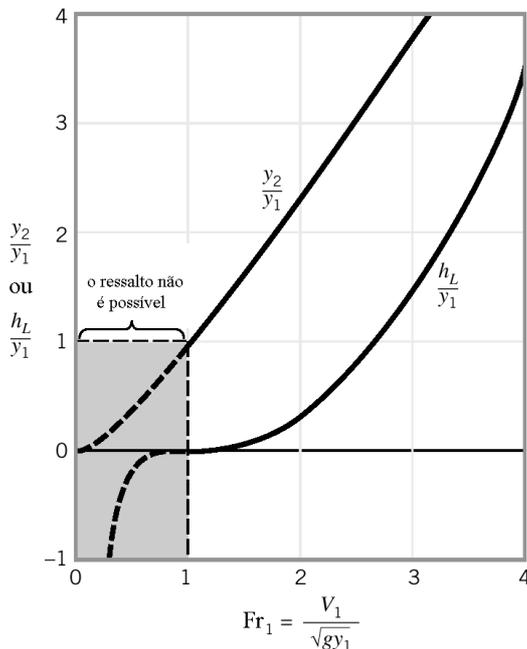
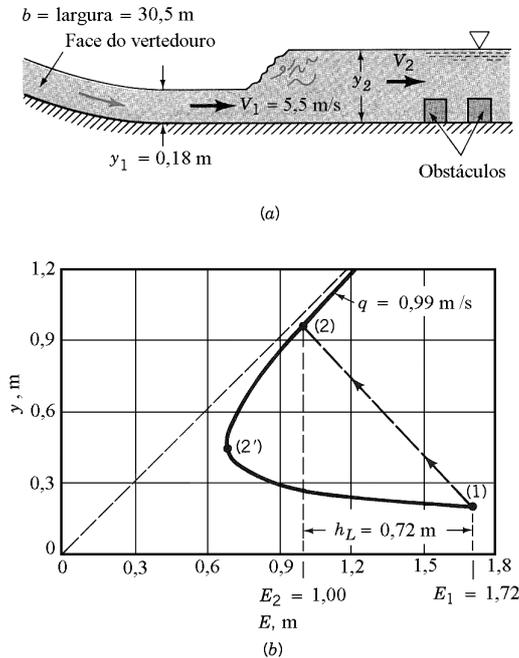


Figura 10.20 Razão entre as profundidades do escoamento e perda de carga adimensional num ressalto hidráulico em função do número de Froude a montante do ressalto.

Exemplo 10.9

Água escoando no paramento externo horizontal de um vertedouro, que apresenta 30,5 m de largura, com velocidade de 5,5 m/s (veja a Fig. E10.9a). A profundidade do escoamento neste local, y_1 , é igual a 0,18 m. Determine a profundidade do escoamento após o ressalto, y_2 , o número de Froude a montante e a jusante do ressalto, Fr_1 e Fr_2 , e a potência dissipada no ressalto, Pot_d .

**Figura E10.9**

Solução O número de Froude para o escoamento na seção (1) é

$$Fr_1 = \frac{V_1}{(g y_1)^{1/2}} = \frac{5,5}{(9,8 \times 0,18)^{1/2}} = 4,1$$

Assim, o escoamento na seção (1) é supercrítico e o ressaltamento hidráulico esboçado na Fig. E10.9a é possível. A relação entre as profundidades a montante e a jusante do ressaltamento pode ser determinada com a Eq. 10.24, ou seja,

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[-1 + (1 + 8 Fr_1^2)^{1/2} \right] = \frac{1}{2} \left[-1 + (1 + 8 \times 4,1^2)^{1/2} \right] = 5,3$$

ou

$$y_2 = 5,3 \times 0,18 = 0,95 \text{ m}$$

Como $Q_1 = Q_2$ temos $V_2 = (y_1 V_1)/y_2 = (0,18 \times 5,5)/0,95 = 1,0$ m/s. Deste modo, o número de Froude na seção (2) é

$$Fr_2 = \frac{V_2}{(g y_2)^{1/2}} = \frac{1,0}{(9,8 \times 0,95)^{1/2}} = 0,33$$

Note que os escoamentos a montante e a jusante do ressaltamento são, respectivamente, supercrítico e subcrítico.

A potência dissipada por efeitos viscosos no ressaltamento, Pot_d , pode ser determinada a partir da perda de carga no ressaltamento (Eq. 5.85), ou seja,

$$Pot_d = \gamma Q h_L = \gamma b y_1 V_1 h_L \quad (1)$$

onde h_L é obtido a partir da Eq. 10.23 (ou 10.25). Deste modo,

$$h_L = \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) = \left(0,18 + \frac{5,5^2}{2 \times 9,8} \right) - \left(0,95 + \frac{1,0^2}{2 \times 9,8} \right) = 0,72 \text{ m}$$

Aplicando este resultado na Eq. (1),

$$Pot_d = \gamma Q h_L = (9800)(30,5)(0,18)(5,5)(0,72) = 2,13 \times 10^5 \text{ W}$$

Esta potência, que é dissipada pelos movimentos turbulentos no ressalto, é convertida num aumento de temperatura da água. Assim, $T_2 > T_1$. Apesar da potência dissipada ser considerável, o aumento de temperatura não é grande porque a vazão de água no vertedoro é significativa.

O ressalto hidráulico também pode ser analisado com o conceito da energia específica, $E = y + V^2/2g$. Note que, neste problema, $E_1 = E_2 + h_L$, onde $E_1 = y_1 + V_1^2/2g = 1,72 \text{ m}$ e $E_2 = y_2 + V_2^2/2g = 1,00 \text{ m}$. O diagrama de energia específica para este escoamento (veja a Sec. 10.3) pode ser construído utilizando $V = q/y$, onde

$$q = q_1 = q_2 = \frac{Q}{b} = y_1 V_1 = (0,18)(5,5) = 0,99 \text{ m}^2/\text{s}$$

Deste modo,

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^2} = y + \frac{(0,99)^2}{2(9,8)y^2} = y + \frac{0,05}{y^2}$$

onde y e E estão expressos em metros. A Fig. E10.9b mostra o diagrama da energia específica relativo a este problema. Os valores de E a montante e a jusante do ressalto são diferentes porque existe uma perda de carga no ressalto. Para ir do estado (1) ao (2) o fluido não pode seguir os estados representados pela curva de energia específica e passar pela condição crítica indicada pelo estado 2'. Em vez disso, ele "salta" do estado (1) para o (2) do modo representado pela curva tracejada mostrada na figura. O ressalto hidráulico, visto por um modelo unidimensional, é uma descontinuidade. Na realidade, o ressalto é um escoamento tridimensional complexo que não pode ser representado adequadamente num diagrama de energia específica que é construído com uma aproximação unidimensional.

A estrutura real de um ressalto hidráulico depende muito, e de um forma complexa, do número de Froude a montante do ressalto. Mesmo assim, a relação entre as profundidades a montante e a jusante do ressalto e a perda de carga calculadas com o modelo unidimensional (Eqs. 10.24 e 10.25) são próximas dos valores obtidos experimentalmente. Uma investigação detalhada

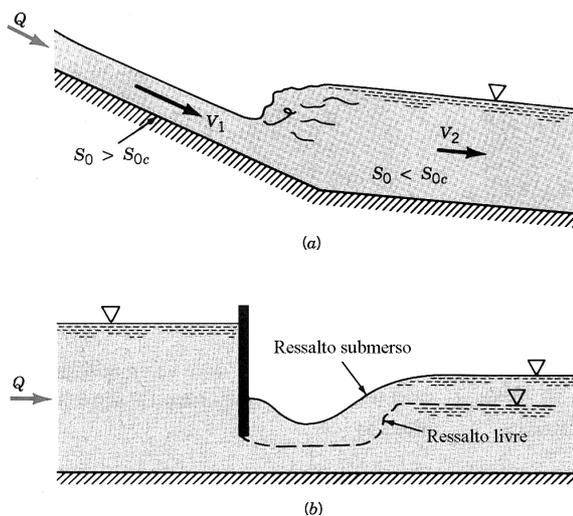
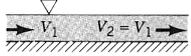
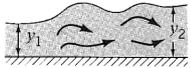
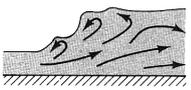


Figura 10.21 (a) Ressalto provocado pela alteração da inclinação do fundo do canal e (b) ressalto afogado.

Tabela 10.3
Classificação dos Ressaltos Hidráulicos (Ref. [12])

Fr_1	y_2/y_1	Classificação	Esboço
< 1	1	Impossível	
1,0 a 1,7	1,0 a 2,0	Onda estacionária ou ressalto ondulante	
1,7 a 2,5	2,0 a 3,1	Ressalto fraco	
2,5 a 4,5	3,1 a 5,9	Ressalto oscilante	
4,5 a 9	5,9 a 12	Ressalto estável e insensível as condições a jusante	
$> 9,0$	> 12	Ressalto forte e bastante intermitente	

do escoamento no ressalto indica que existem cinco tipos básicos de ressalto. A Tab. 10.3 mostra uma classificação para os ressaltos e os esboços de suas estruturas. O salto é parecido como uma onda estacionária e não apresenta uma variação brusca de profundidade quando o número de Froude é pequeno (mas maior do que 1). Em outras condições, o ressalto é transitório e apresenta oscilações periódicas que são propagadas para a jusante do escoamento. (Lembre que a onda não pode se deslocar para a montante do ressalto porque, nesta região, o escoamento é supercrítico).

O comprimento de um ressalto hidráulico (a distância entre os escoamento praticamente uniformes a montante e a jusante do ressalto) pode ser importante no projeto do canal. Infelizmente, não é possível determinar teoricamente este comprimento mas os experimentos indicam que esta distância é aproximadamente igual a sete profundidades do escoamento a jusante do ressalto. Esta aproximação é válida numa faixa larga de números de Froude (Ref. [5]).

Os ressaltos hidráulicos podem ocorrer em vários tipos de canais e não apenas nos canais horizontais e com seção transversal retangular. Ressaltos em canais não retangulares (i.e., em canais com seção circular, trapezoidal etc) se comportam de modo parecido com o analisado nesta seção mas a relação entre as alturas dos escoamentos e a equação para a perda de carga no ressalto são um pouco diferentes das apresentadas até este ponto (● 10.6 – Ressalto hidráulico numa pia).

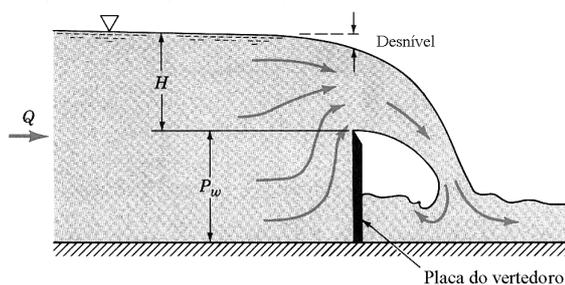


Figura 10.22 Vertedoro com soleira delgada.

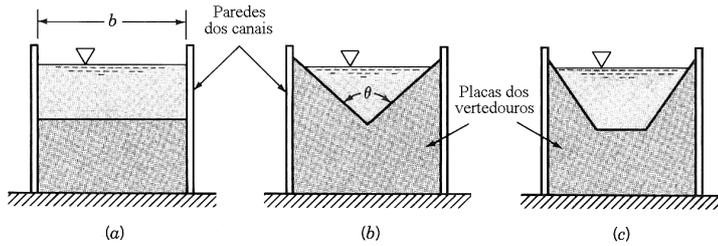


Figura 10.23 Geometria das placas de vertedores com soleira delgada: (a) retangular, (b) triangular e (c) trapezoidal.

Outro tipo comum de ressalto hidráulico é aquele encontrado nos canais inclinados (veja a Fig. 10.21a) e o ressalto afogado encontrado logo a jusante de uma comporta deslizante (veja a Fig. 10.21b). Os detalhes destes ressalto e um tratamento mais abrangente do assunto podem ser encontrados na literatura (por exemplo, nas Refs. [3 e 5]).

10.6.2 Vertedores com Soleira Delgada

Um vertedor é uma obstrução instalada no canal sobre o qual o fluido tem que escoar. É possível determinar a vazão em canais abertos com um vertedor a partir de uma simples medida de profundidade. Essencialmente, o vertedor com soleira delgada é uma placa vertical com ponta afilada que é instalada no canal de modo que o fluido precisa escoar sobre a extremidade afilada (veja a Fig. 10.22). A forma específica da área de escoamento acima do vertedor normalmente é utilizada para designar o tipo de vertedor. Os vertedores mais comuns são os retangulares, os triangulares e os trapezoidais (veja a Fig. 10.23).

É impossível descrever analiticamente o escoamento no vertedor porque ele é muito complexo. Entretanto, nós sabemos que os parâmetros importantes deste escoamento são a altura do vertedor, P_w , a carga no vertedor, H , a profundidade do escoamento a montante do vertedor e a geometria do vertedor (o ângulo θ para os triangulares ou a relação de aspecto, b/H , para os retangulares). É interessante ressaltar que o escoamento sobre o vertedor não é unidimensional.

Os principais mecanismos que atuam no escoamento sobre o vertedor são a gravidade e a inércia. De um ponto de vista muito simplista, a gravidade acelera o escoamento de uma posição a montante do vertedor (onde a velocidade é baixa) até o jorro descarregado no vertedor (onde a velocidade é relativamente alta). Apesar dos efeitos viscosos e os devidos a tensão superficial apresentarem importância secundária eles não podem ser desprezados. Normalmente, estes efeitos são introduzidos na análise através de coeficientes determinados experimentalmente.

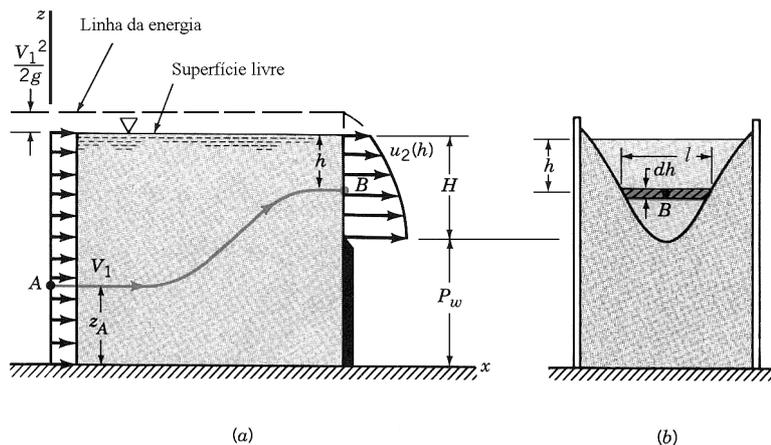


Figura 10.24 Estrutura do escoamento sobre um vertedor.

Como uma primeira aproximação nós vamos admitir que o perfil de velocidade do escoamento a montante da placa do vertedor é uniforme e que a pressão no jorro é igual a atmosférica. Adicionalmente, nós vamos considerar que o fluido escoo horizontalmente sobre a placa do vertedor e que o perfil de velocidade neste local é uniforme (veja a Fig. 10.24). Como $p_B = 0$, o resultado da aplicação da equação de Bernoulli para o escoamento ao longo da linha de corrente arbitrária $A - B$ indicada na figura é

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_A = (H + P_w - h) + \frac{u_2^2}{2g} \quad (10.26)$$

onde h é a distância entre o ponto B e a superfície livre do escoamento. Observe que nós não conhecemos a localização do ponto A . Entretanto, a carga total de qualquer partícula posicionada ao longo da seção vertical (1) é constante e igual a $z_A + p_A/\gamma + V_1^2/2g = H + P_w + V_1^2/2g$. Assim, a posição específica do ponto A não é relevante e a velocidade do fluido sobre a placa do vertedor pode ser obtida com a Eq. 10.26, ou seja,

$$u_2 = \left[2g \left(h + \frac{V_1^2}{2g} \right) \right]^{1/2}$$

A vazão em volume pode ser calculada com

$$Q = \int_{(2)} u_2 dA = \int_{h=0}^{h=H} u_2 l dh \quad (10.27)$$

onde $l = l(h)$ é a largura da seção transversal do canal na altura h (veja a Fig. 10.24b). Note que l é constante se o vertedor é retangular e que l está relacionado com h nos outros tipos de vertedores.

A vazão no vertedor retangular ($l = b$) é

$$Q = (2g)^{1/2} b \int_0^H \left(h + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{1/2} dh$$

ou

$$Q = \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b \left[\left(H + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (10.28)$$

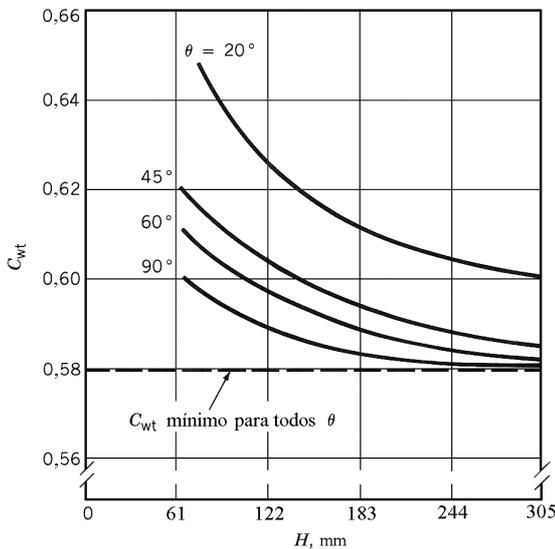


Figura 10.25 Coeficientes de correção para vertedores triangulares com parede delgada (Ref.[10]).

A Eq. 10.28 pode ser simplificada se for possível admitir que $P_w \gg H$ (esta condição é normalmente encontrada nas aplicações reais) e que a velocidade a montante do vertedor é muito pequena. Deste modo, $V_1^2/2g \ll H$ e a Eq. 10.28 se transforma na equação básica do vertedor,

$$Q = \frac{2}{3}(2g)^{1/2} b H^{3/2} \quad (10.29)$$

Note que a carga no vertedor, H , é a distância entre a superfície da superfície livre do escoamento a montante do vertedor e a linha superior do vertedor. A Fig. 10.22 mostra que existe um desnível na superfície livre do escoamento a montante do vertedor. Assim, H não é igual a profundidade do escoamento na seção de escoamento localizada acima do vertedor.

O modelo de escoamento utilizado para obter a Eq. 10.29 é muito simples. Assim, não é surpresa que nós vamos incluir um coeficiente de correção determinado experimentalmente na equação para que seus resultados sejam mais próximos dos reais. Deste modo, a forma final da equação é

$$Q = C_{wr} \frac{2}{3}(2g)^{1/2} b H^{3/2} \quad (10.30)$$

onde C_{wr} é o coeficiente do vertedor retangular. É possível concluir, utilizando a análise adimensional, que C_{wr} é uma função do número de Reynolds (efeitos viscosos), do número de Weber (efeitos da tensão superficial) e de H/P_w (geometria). Na maioria das aplicações, os efeitos viscosos e da tensão superficial são desprezíveis e a próxima correlação pode ser utilizada (Refs. [4 e 7])

$$C_{wr} = 0,611 + 0,075 \left(\frac{H}{P_w} \right) \quad (10.31)$$

Outras correlações mais precisas para C_{wr} podem ser encontradas na literatura (Refs. [3 e 14]).

Os vertedores triangulares são bastante utilizados nas aplicações onde se deseja medir vazões que variam numa faixa ampla. Se a vazão é pequena, a carga H para o vertedor retangular também é pequena e pode ser difícil medi-la adequadamente. Entretanto, com o vertedor triangular, a área de escoamento diminui com o decréscimo de H de modo que mesmo para vazões pequenas é possível o desenvolvimento de uma carga razoável. Assim, é possível obter resultados precisos numa faixa ampla de vazões.

A equação do vertedor triangular pode ser obtida a partir da Eq. 10.27 se utilizarmos

$$l = 2(H - h) \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

onde θ é o ângulo inferior do triângulo (veja as Figs. 10.23 e 10.24). Integrando a equação resultante e desprezando a velocidade a montante do vertedor ($V_1^2/2g \ll H$), obtemos

$$Q = \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2} H^{5/2}$$

Um coeficiente experimental, C_{wt} , também é utilizado para levar em consideração os efeitos não considerados na análise. Assim,

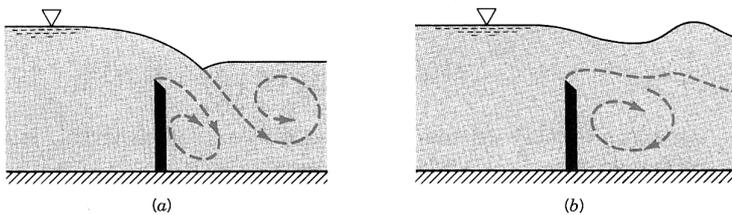


Figura 10.26 Escoamentos sobre um vertedor sem jorro livre: (a) jorro mergulhante, (b) jorro submerso

$$Q = C_{wt} \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2} H^{5/2} \quad (10.32)$$

Os valores típicos de C_{wt} estão restritos a faixa limitada por 0,58 e 0,62 (veja a Fig. 10.27). Note que apesar de C_{wt} e θ serem adimensionais, o valor de C_{wt} é fornecido em função da carga no vertedor, H , que é uma quantidade dimensional. Esta utilização de parâmetros dimensionais não é recomendada (veja a discussão sobre análise dimensional no Cap. 7) mas este tipo de situação sempre ocorre na análise de escoamentos em canais abertos (● 10.8 – Escoamento com baixa carga).

Os resultados apresentados para os vertedores com soleira delgada são válidos desde que a área sob o jorro seja ventilada (a pressão em torno do jorro descarregado do vertedor precisa ser igual a pressão atmosférica). Apesar disto não ser um problema para os vertedores triangulares, as vezes é necessário instalar tubos de ventilação para garantir esta condição na operação dos vertedores retangulares. Adicionalmente, também é possível obter uma operação com o vertedor submerso (veja a Fig. 10.26). É claro que, nestas condições, a vazão será diferente das calculadas com as Eqs. 10.30 e 10.32.

10.6.3 Vertedores com Soleira Espessa

O vertedor com soleira espessa é uma estrutura que apresenta um plano horizontal sobre o qual o fluido escoam com uma distribuição de pressão hidrostática. A Fig. 10.27 mostra uma configuração típica de vertedor com soleira espessa. Normalmente, para assegurar a operação adequada, estes vertedores estão restritos a faixa $0,08 < H/L_w < 0,50$. É importante ressaltar que a perda de carga no escoamento através do vertedor não pode ser desprezada se o vertedor é longo (H/L_w menor do que 0,08). De outro lado, se o bloco do vertedor é curto (H/L_w maior do que 0,50), as linhas de corrente do escoamento sobre o bloco não serão horizontais. Os vertedores com soleira espessa podem ser utilizados em canais com qualquer seção transversal mas nós restringiremos nossa atenção a aplicação deste medidor em canais com seção retangular.

A operação do vertedor com soleira espessa é baseado no fato de que é possível obter um escoamento crítico e uniforme na região inicial do bloco (mas, se $H/L_w < 0,08$, os efeitos viscosos são importantes e o escoamento é subcrítico sobre o vertedor). Se a energia cinética do escoamento a montante do vertedor é desprezível, temos $V_1^2/2g \ll y_1$ e a energia específica a montante do vertedor é $E_1 = V_1^2/2g + y_1 \approx y_1$. As observações experimentais mostram que o escoamento sobre o bloco acelera e atinge as condições críticas, $y_2 = y_c$ e $Fr_2 = 1$ (veja a Fig. 10.7) e que o escoamento não acelera até as condições supercríticas ($Fr_2 > 1$).

A equação de Bernoulli pode ser aplicada entre o ponto (1), localizado a montante do vertedor, e o ponto (2), posicionado sobre o vertedor onde o escoamento é crítico. Deste modo,

$$H + P_w + \frac{V_1^2}{2g} = y_c + P_w + \frac{V_c^2}{2g}$$

Se a carga de velocidade a montante do vertedor é desprezível

$$H - y_c = \frac{(V_c^2 - V_1^2)}{2g} = \frac{V_c^2}{2g}$$

Entretanto, como $V_2 = V_c = (g y_c)^{1/2}$, nós encontramos $V_c^2 = g y_c$. Assim,

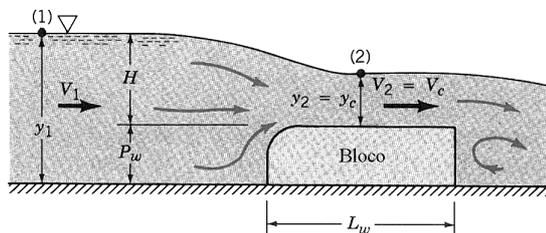


Figura 10.27 Geometria do vertedor com soleira espessa.

$$H - y_c = \frac{y_c}{2}$$

ou

$$y_c = \frac{2H}{3}$$

A vazão em volume é dada por

$$Q = b y_c V_2 = b y_c V_c = b y_c (g y_c)^{1/2} = b(g)^{1/2} y_c^{3/2}$$

ou

$$Q = b(g)^{1/2} \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2}$$

Novamente, um coeficiente empírico é utilizado para levar em consideração os efeitos não considerados nesta análise simplificada. Assim,

$$Q = C_{wb} b (g)^{1/2} \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2} \quad (10.33)$$

onde os valores típicos de C_{wb} , o coeficiente do vertedor com soleira espessa, podem ser obtidos com a equação (Ref. [6])

$$C_{wb} = \frac{0,65}{(1 + H/P_w)^{1/2}} \quad (10.34)$$

Exemplo 10.10

Água esco num canal retangular, largura $b = 2$ m, com uma vazão que varia entre $Q_{\min} = 0,02$ m³/s e $Q_{\max} = 0,60$ m³/s. Esta vazão deve ser medida utilizando (a) um vertedor retangular com soleira delgada, (b) um vertedor triangular com $\theta = 90^\circ$ ou (c) um vertedor com soleira espessa. Em todos os casos a distância entre o fundo do canal e o topo do vertedor é $P_w = 1$ m. Construa um gráfico de Q em função de H para cada um dos vertedores e comente qual deles é o mais adequado para operar nas condições do problema.

Solução A aplicação das Eqs. 10.30 e 10.31 para um vertedor retangular, de soleira delgada e com $P_w = 1$ m resulta em

$$Q = C_{wr} \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b H^{3/2} = \left(0,611 + 0,075 \frac{H}{P_w}\right) \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b H^{3/2}$$

Assim,

$$Q = (0,611 + 0,075H) \frac{2}{3} (2 \times 9,8)^{1/2} (2) H^{3/2} = 5,91(0,611 + 0,075H) H^{3/2}$$

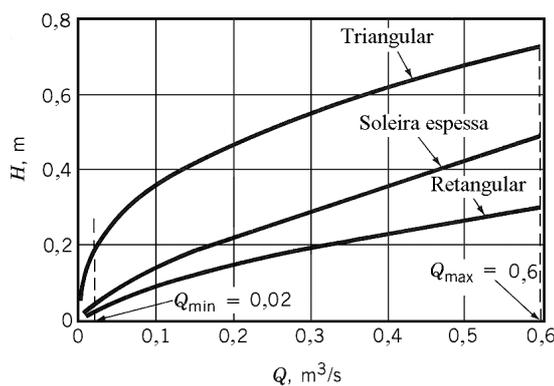


Figura E10.10

Os resultados da Eq. (1) estão indicadas na Fig. E10.10.

De modo análogo, a vazão no vertedor triangular pode ser calculada com a Eq. 10.32, ou seja,

$$Q = C_{wt} \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2} H^{5/2} = C_{wt} \frac{8}{15} \tan(45^\circ) (2g)^{1/2} H^{5/2}$$

ou

$$Q = 2,36 C_{wt} H^{5/2}$$

O valor de C_{wt} pode ser determinado na Fig. 10.25. Por exemplo, com $H = 0,20$ m nós encontramos $C_{wt} = 0,60$. Assim, $Q = 2,36(0,60)(0,20)^{5/2} = 0,0253$ m³/s. Os resultados do vertedor triangular também estão indicados na Fig. E10.10.

A vazão no vertedor com soleira espessa pode ser calculada com as Eqs. 10.33 e 10.34. Deste modo,

$$Q = C_{wb} b (g)^{1/2} \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2} = \frac{0,65}{(1+H/P_w)^{1/2}} b (g)^{1/2} \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2}$$

Como $P_w = 1$ m,

$$Q = \frac{0,65}{(1+H)^{1/2}} (2)(9,8)^{1/2} \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2} = \frac{2,22}{(1+H)^{1/2}} H^{3/2}$$

Os resultados desta equação estão mostrados na Fig. E10.10.

Observe que os três vertedores operam adequadamente quando a vazão está na região superior da faixa indicada na formulação do problema mas o vertedor retangular de soleira delgada e o de soleira espessa não são muito precisos quando a vazão se torna próxima de Q_{\min} (porque a carga H se torna muito pequena nesta condição). Entretanto, o vertedor triangular opera com valores de H maiores nas vazões baixas. As cargas correspondentes a $Q = Q_{\min} = 0,02$ m³/s para os vertedores com soleira delgada, soleira grossa e triangular são, respectivamente, iguais a 31, 44 e 182 mm.

Adicionalmente, como foi discutido nesta seção, para que o vertedor com soleira espessa opere adequadamente é necessário que $0,08 < H/L_w < 0,50$, onde L_w é o comprimento do bloco do vertedor. A Eq. (3) indica que $H_{\max} = 0,476$ m quando $Q_{\max} = 0,60$ m³/s. Assim, nós precisamos $L_w > H_{\max}/0,5 = 0,952$ m para manter as condições críticas do escoamento na vazão máxima do canal. De outro lado, nós precisamos ter $L_w < H_{\min}/0,08 = 0,549$ m para assegurar que os efeitos viscosos não sejam importantes no escoamento. É claro que estas duas restrições na geometria do bloco são incompatíveis.

Um vertedor com soleira espessa não funcionará adequadamente em toda a faixa de vazões considerada neste exemplo. Assim, o vertedor triangular é o mais adequado dos três considerados no problema desde que o canal possa operar com uma carga $H_{\max} = 0,719$ m.

10.6.4 Comportas Submersas

As comportas são utilizadas para controlar a vazão em canais abertos. A Fig. 10.28 mostra três tipos de comportas bastante utilizados e cada uma delas apresenta vantagens e desvantagens em termos de custo de fabricação, facilidade de operação etc. Apesar disso, as características dos escoamentos nestas comportas são muito parecidas.

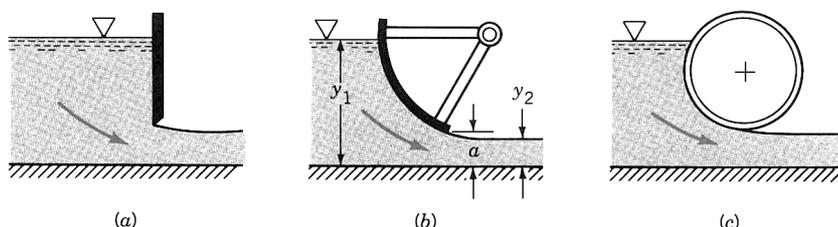


Figura 10.28 Três tipos de comportas submersas (a) vertical, (b) radial e (c) tambor.

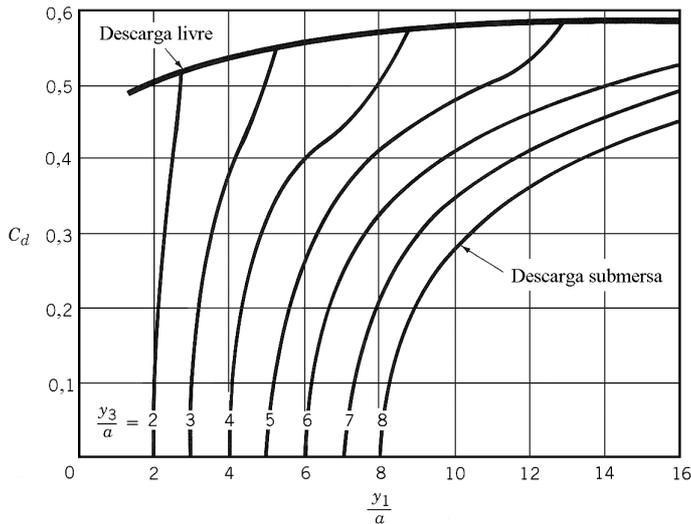


Figura 10.29 Coeficientes de descarga típicos para comportas submersas (Ref. [3]).

O escoamento sob a comporta é do tipo descarga livre quando o fluido é descarregado da comporta como um jato supercrítico e com a superfície livre exposta a atmosfera (veja a Fig. 10.28). Em tais casos é normal admitir que a vazão na comporta é igual ao produto da abertura da comporta, a , multiplicada pela velocidade de referência $(2gy_1)^{1/2}$, ou seja,

$$q = C_d a (2g y_1)^{1/2} \quad (10.35)$$

onde q é a descarga por unidade de largura na comporta. O coeficiente de descarga, C_d , é função do coeficiente de contração, $C_c = y_2/a$, e da relação de profundidades, y_1/a . A Fig. 10.29 mostra que o valor típico do coeficiente de descarga para uma comporta deslizante vertical está na faixa limitada por 0,50 e 0,60 quando a descarga da comporta é livre (observe a linha superior indicada na Fig. 10.29 – Ref. [3]).

Como está indicado na Fig. 10.30, em certas situações, a profundidade do escoamento a jusante da comporta é controlada por algum obstáculo localizado a jusante da comporta e o jato d'água descarregado da comporta é coberto com uma massa de água que apresenta uma turbulência considerável.

A vazão numa comporta submersa pode ser obtida com a mesma equação utilizada para a operação com descarga livre (Eq. 10.35) desde que o coeficiente de descarga seja modificado apropriadamente. Os valores típicos de C_d para escoamentos submersos também estão indicados nas curvas mostradas na Fig. 10.29. Considere o escoamento numa dada comporta com a condição a montante conhecida (i.e. y_1/a). Note que esta condição corresponde a uma linha vertical na figura. Se $y_3/a = y_1/a$ (i.e., $y_3 = y_1$) não existe carga para promover o escoamento de modo que $C_d = 0$ e o fluido está parado. Para uma dada profundidade a montante (com y_1/a fixo), o valor de C_d aumenta com a diminuição de y_3/a até que o valor máximo de C_d é alcançado. Este máximo corresponde a condição de descarga livre e é representado pela linha de descarga livre indicada na Fig. 10.29. O comportamento das comportas radial e do tipo tambor são semelhantes ao comportamento da comporta vertical analisada nesta seção.

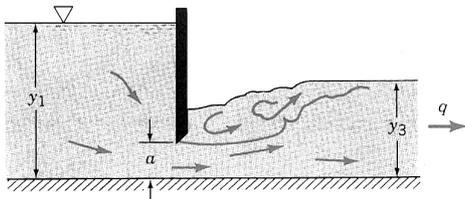
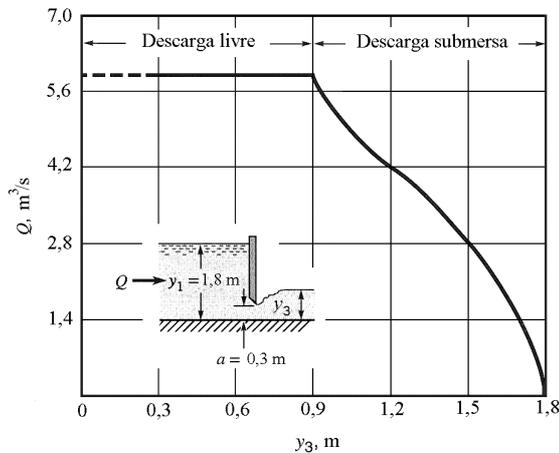


Figura 10.30 Escoamento submerso numa comporta deslizante.

Exemplo 10.11

Água escoava sob a comporta deslizante mostrada na Fig. E10.11. A largura do canal é $b = 6,1$ m, a profundidade do escoamento a montante da comporta é $y_1 = 1,8$ m e a abertura da comporta é $a = 0,3$ m. Faça um gráfico da vazão na comporta, Q , em função de y_3 .

**Figura E10.11**

Solução Aplicando a Eq. 10.35, temos

$$Q = bq = baC_d (2g y_1)^{1/2} = (6,1)(0,3)C_d (2 \times 9,8 \times 1,8)^{1/2} = 10,9 C_d \text{ m}^3/\text{s}$$

O valor de C_d pode ser obtido na Fig. 10.29 ao longo da linha $y_1/a = 1,8/0,3 = 6$. Para $y_3 = 1,8$ m (i.e., $y_3/a = 6 = y_1/a$) nós obtemos $C_d = 0$ e isto indica que o escoamento na comporta é nulo. O valor de C_d aumenta com a diminuição de y_3/a e atinge o valor máximo ($C_d = 0,56$) quando $y_3/a = 3,2$. Assim, com $y_3 = 3,2a = 0,96$ m

$$Q = 10,9(0,56) = 6,1 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para $y_3 < 0,96$ m, a vazão é independente de y_3 e a descarga é livre (não é submersa). Em tais condições, a inércia da água escoando sob a comporta é suficiente para produzir a descarga livre mesmo que $y_3 > a$.

A vazão para $0,96 \text{ m} \leq y_3 \leq 1,80$ m pode ser calculada com a Eq. (1) e a Fig. 10.29. Os resultados deste procedimento estão indicados na Fig. E10.11.

Referências

1. Currie, I.G., *Fundamentals Mechanics of Fluids*, McGraw-Hill, New York, 1974.
2. Stoker, J.J., *Water Waves*, Interscience, New York, 1957.
3. Henderson, F. M., *Open Channel Flow*, Macmillan, New York, 1966.
4. Rouse, H., *Elementary Fluid Mechanics*, Wiley, New York, 1946.
5. French, R. H., *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1985.
6. Chow, V. T., *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York, 1959.
7. Blevins, R. D., *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1984.
8. Daugherty, R. L. e Franzini, J. B., *Fluid Mechanics with Engineering Applications*, McGraw-Hill, New York, 1977.
9. Vennard, J. K. e Street, R. L., *Elementary Fluid Mechanics*, Wiley, New York, 1976.
10. Lenz, A. T. "Viscosity and Surface Tension Effects on V-Notch Weir Coefficients", *Transactions of the American Society of Chemical Engineers*, Vol. 108, 759 – 820, 1943.
11. White, F.M., *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1986.

12. U.S. Bureau of Reclamation, Research Studies on Stilling Basins, Energy Dissipators, and Associated Appurtenances, Hydraulic Lab Report Hyd.-399, Junho, 1955.
13. Wallet, A e Ruellan, F., *Houille Blanche*, Vol. 5, 1950.
14. Spitzer, D. W (Editor), *Flow Measurement: Practical Guides for Measurement and Control*, Instrument Society of America, Research Triangle Park, 1991.

Problemas

Nota: Se o valor de uma propriedade não for especificado no problema, utilize o valor fornecido na Tab. 1.5 ou 1.6 do Cap. 1. Os problemas com a indicação (*) devem ser resolvidos com uma calculadora programável ou computador. Os problemas com a indicação (+) são do tipo aberto (requerem uma análise crítica, a formulação de hipóteses e a adoção de dados). Não existe uma solução única para este tipo de problema.

10.1 Água escoo num rio que apresenta 3,1 m de largura. Sabendo que a profundidade do rio é igual a 0,61 m e que o escoamento é crítico, determine a vazão deste rio.

10.2 A vazão por unidade de largura num canal é 2,3 m²/s. Determine se o escoamento é subcrítico ou supercrítico para as seguintes profundidades: (a) 0,2 m; (b) 0,8 m e (c) 2,5 m.

10.3 Água escoo num canal com profundidade e velocidade iguais a 0,85 m e 1,62 m/s. As ondas produzidas por uma perturbação superficial no escoamento serão transmitidas para todo o campo de escoamento ou serão carregadas pelo escoamento? Explique.

10.4 Considere um escoamento de água que apresenta profundidade e velocidade a montante uniformes e respectivamente iguais a y e V . A Fig. P10.4 mostra as ondas produzidas pela queda sucessiva de objetos no mesmo ponto deste campo de escoamento (veja o 9.1). A velocidade de propagação das ondas circulares produzidas, em relação ao escoamento principal, é fornecida por $c = (gy)^{1/2}$. Observe que os diâmetros das ondas aumentam quando as ondas são transportadas pelo escoamento principal e que os centros de cada onda estão parados em relação ao escoamento principal. (a) Mostre que as linhas tangentes às ondas geradas formam um ângulo igual a $2\text{arcsen}(1/\text{Fr})$, onde $\text{Fr} = V/(gy)^{1/2}$, se o escoamento é supercrítico. (b) O que acontece com o formato das ondas quando o escoamento é subcrítico ($\text{Fr} < 1$)?

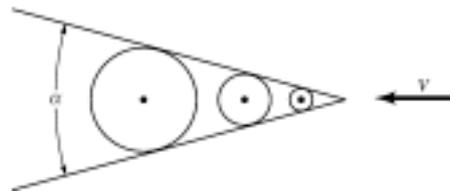


Figura P10.4

10.5 A velocidade das ondas num tanque é igual a 2 m/s. Qual será a velocidade destas ondas se (a) o tanque estiver localizado num elevador que apresenta aceleração de 4 m/s² para cima, (b) o tanque acelera a 9,8 m/s² na horizontal, (c) o tanque está em órbita. Explique.

10.6 Considere um escoamento de água num canal aberto. A profundidade e o número de Froude na seção (1) deste escoamento são iguais a y e 0,5 (subcrítico). Já na seção (2) a profundidade é $y/2$ e o número de Froude vale 3,0 (supercrítico). Sabendo que a largura do canal na seção (1) é igual a 3,66 m, determine a largura do canal na seção (2).

10.7 As observações numa praia que apresenta declividade pequena mostram que as ondas não são paralelas quando estão distantes da rebentação e que as ondas são praticamente paralelas neste local (veja a Fig. P10.7). Explique este comportamento utilizando o conceito de velocidade da onda $c = (gy)^{1/2}$.

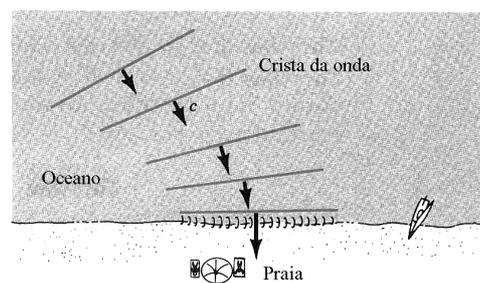


Figura P10.7

10.8 A velocidade das ondas num tanque de água é igual a 1,8 m/s. Se a água é substituída por

mercúrio, com todas as outras condições inalteradas, determine a nova velocidade da onda. Determine também a velocidade da onda no tanque num local onde a aceleração da gravidade é 4 vezes maior do que na Terra.

10.9 Um terremoto altera a forma de uma região do fundo do mar e produz ondas com amplitudes pequenas e comprimentos de onda muito longos. Tais ondas são dificilmente identificadas quando se movem no oceano aberto mas se tornam destrutivas quando se aproximam das regiões costeiras. Determine a velocidade de uma onda que apresenta comprimento de onda, λ , igual a 1830 m admitindo que a profundidade do oceano é 4570 m.



Figura P10.10

10.10 A Fig. 10.10 mostra um ciclista passando com velocidade constante numa lâmina d'água que apresenta espessura igual a 76 mm. Estime a velocidade da bicicleta sabendo que o ângulo formado pelas ondas produzidas pela roda da frente da bicicleta é igual a 40° (veja o \odot 10.1).

10.11 Água escoando num canal retangular com energia específica $E = 2,5$ m. Se a vazão por unidade de largura do canal é $q = 2,5$ m²/s, determine as duas profundidades possíveis do escoamento e os números de Froude correspondentes. Construa o diagrama de energia específica deste escoamento.

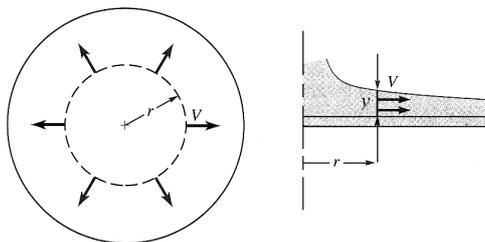


Figura P10.12

10.12 Água escoando radialmente e para fora dos discos mostrados na Fig. P10.12 e no \odot 10.6. (a) Mostre que a energia específica pode ser escrita em

função da vazão em volume, Q , da distância radial, r , e da profundidade do escoamento, y , como

$$E = y + \left(\frac{Q}{2\pi r} \right)^2 \frac{1}{2g y^2}$$

(b) Construa o diagrama da energia específica admitindo que a vazão é constante. Analise a Fig. 10.7 mas note que, neste caso, r é uma variável. Explique as características importantes do seu diagrama. (c) Baseado nos resultados da parte (b), mostre que a profundidade do escoamento aumenta no sentido do escoamento se este é subcrítico e que o escoamento apresenta diminuição de profundidade no sentido do escoamento se este é supercrítico.

* **10.13** Água escoando num canal retangular com energia específica $E = 1,52$ m. Se a vazão por unidade de largura do canal é $q = 2,8$ m²/s, determine as duas profundidades possíveis do escoamento e os números de Froude correspondentes. Construa o diagrama de energia específica deste escoamento. Repita o problema admitindo que $E = 0,3; 0,6; 0,9$ e $1,2$ m.

10.14 Água escoando num canal retangular com uma vazão por unidade de largura de canal igual a 1,86 m²/s. Quando um tubo de Pitot é colocado no escoamento, a água sobe a um nível situado 1,37 m acima do fundo do canal. Determine as duas profundidades possíveis do escoamento no canal. Construa o diagrama de energia específica deste escoamento.

10.15 Água escoando num canal retangular, largura = 1,53 m, com vazão igual a 0,85 m³/s (veja a Fig. P10.15). Determine a profundidade do escoamento e a elevação da superfície na seção (2).

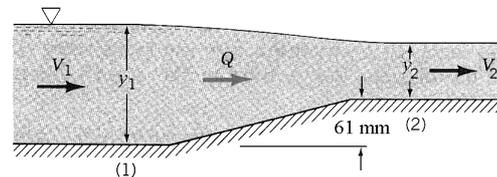


Figura P10.15

10.16 Refaça o problema anterior admitindo que a profundidade a montante, y_1 , é igual a 0,15m.

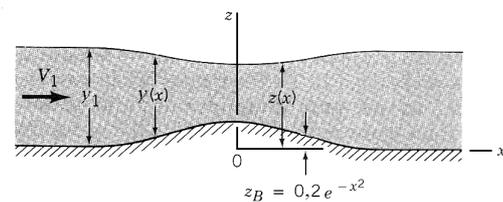


Figura P10.17

* **10.17** Considere o escoamento de água no canal mostrado na Fig. P10.17. A vazão por unidade de largura do escoamento é igual a 4 m²/s. O contorno

do fundo do canal é descrito por $z_B = 0,2\exp(-x^2)$, onde z_B e x são dados em metros. A profundidade do escoamento a montante da protuberância no fundo do canal, y_1 , é 2 m. Construa um gráfico da profundidade do escoamento, $y = y(x)$, e da elevação da superfície, $z = z(x)$, para $-4 \text{ m} \leq x \leq 4 \text{ m}$. Admita que o escoamento é unidimensional.

* 10.18 Refaça o problema anterior admitindo que a profundidade do escoamento a montante da protuberância é igual a 0,4 m.

10.19 Água escoo no canal com seções transversais retangulares mostrado na Fig. P10.19. Determine a profundidade do escoamento a jusante da contração, y_2 , sabendo que a vazão no canal, Q e a profundidade a montante, y_1 , são iguais a $0,71 \text{ m}^3/\text{s}$ e $0,61 \text{ m}$.

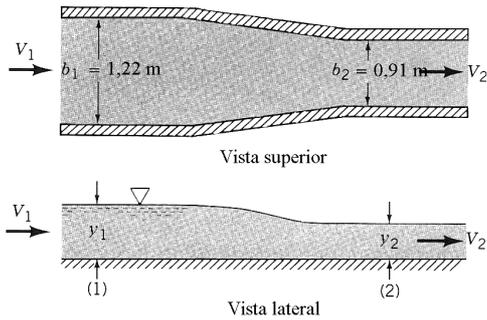


Figura P10.19

10.20 Construa o diagrama de energia específica para o escoamento do Prob. 10.19 e indique as características importantes deste diagrama.

10.21 Refaça o Prob. 10.19 admitindo que $y_1 = 0,15 \text{ m}$. Admita que as perdas no escoamento entre as seções (1) e (2) são nulas.

10.22 Água escoo num canal retangular com vazão por unidade de largura igual a $1,5 \text{ m}^2/\text{s}$. A profundidade do escoamento na seção (1) é $0,5 \text{ m}$ e a perda de carga do escoamento entre as seções (1) e (2) é $0,03 \text{ m}$. Construa o diagrama de energia específica deste escoamento e indique os estados (1) e (2) no diagrama. É possível que a perda de carga seja igual a $0,06 \text{ m}$? Justifique sua resposta.

10.23 Água escoo num canal retangular com vazão por unidade de largura igual a $0,93 \text{ m}^2/\text{s}$. A profundidade do escoamento na seção (2) é $0,3 \text{ m}$ e a perda de carga do escoamento entre as seções (1) e (2) é 61 mm . Construa o diagrama de energia específica deste escoamento e indique os estados (1) e (2) no diagrama. A seção (1) está a montante da seção (2).

10.24 Água escoo num canal horizontal e com seção transversal retangular. A profundidade e a velocidade iniciais do escoamento são iguais a $0,61 \text{ m}$ e $3,7 \text{ m/s}$. Determine a profundidade do escoamento se as perdas no escoamento forem desprezíveis. Note que pode existir mais de uma solução para este problema. Refaça o problema

admitindo que a profundidade inicial é a mesma mas que a velocidade inicial é igual a $1,85 \text{ m/s}$.

10.25 A Fig. P10.25 mostra uma transição lisa que conecta dois canais com seções transversais retangulares. Se a profundidade do escoamento a montante é $0,91 \text{ m}$, determine a elevação do fundo do canal para que a superfície livre do escoamento seja horizontal.

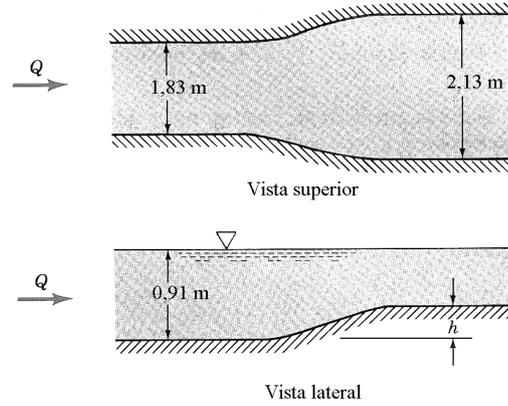


Figura P10.25

10.26 Água escoo num canal com seção transversal retangular que apresenta a protuberância indicada na Fig. P10.26. A superfície da protuberância pode ser descrita por $h = h(x)$. Se as perdas de energia são desprezíveis, mostre que a inclinação da superfície é dada por $dy/dx = -(dh/dx)/[1 - (V^2/gy)]$, onde $V = V(x)$ e $y = y(x)$ são a velocidade local e a profundidade local do escoamento.

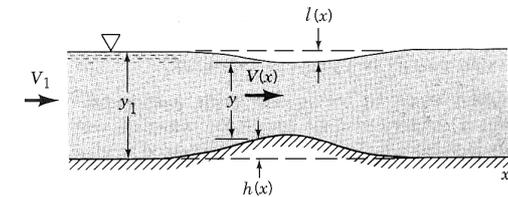


Figura P10.26

10.27 Integre a equação diferencial obtida no Prob. 10.26 para determinar como varia a distância $l = l(x)$ indicada na Fig. 10.26.

10.28 Determine a profundidade máxima do escoamento num canal com seção transversal retangular, que apresenta largura de 3 m , sabendo que a vazão é igual a $60 \text{ m}^3/\text{s}$ e que o escoamento é supercrítico.

+ 10.29 A viscosidade dinâmica e a massa específica do fluido não aparecem na equação de Manning (Eq. 10.20). Esta equação é aplicável a escoamentos de óleo e mercúrio em canais abertos? Explique.

10.30 Um canal apresenta $A = 18,6 \text{ m}^2$, $P = 24,4 \text{ m}$ e $S_0 = 0,3 \text{ m} / 1 \text{ km}$. Determine a tensão de cisalhamento média no perímetro molhado deste canal.

10.31 Um filme de óleo escoo numa placa larga com profundidade uniforme de 8 mm e velocidade média de 50 mm/s. A inclinação da placa é 3° e a densidade do óleo é igual a 0,85. Determine a tensão de cisalhamento entre o óleo e a placa.

10.32 As características da seção transversal de um rio são: $A = 17,0 \text{ m}^2$, largura da superfície livre = 16,8 m, profundidade média = 1,0 m, $R_h = 0,98 \text{ m}$, $V = 2,0 \text{ m/s}$ e inclinação do fundo do rio igual a 0,009. Determine (a) a tensão de cisalhamento média no perímetro molhado do rio, (b) o coeficiente de Manning, n , e (c) o número de Froude do escoamento.

10.33 Determine a redução percentual da vazão de água do canal mostrado na Fig. P10.33 provocada pela adição da placa fina no centro do canal. Admita que todas as superfícies se comportam do mesmo modo.

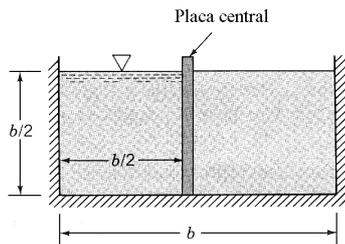


Figura P10.33

10.34 Água escoo num canal de concreto "não acabado" com uma vazão de $30 \text{ m}^3/\text{s}$. Qual seria a vazão se o concreto fosse "acabado" e a profundidade do escoamento permanecesse constante?

10.35 A Fig. P10.35 mostra a seção transversal de um canal que foi utilizado para transportar toras de madeira no estado da Califórnia (EUA). O canal foi construído com lâminas de madeira e era alimentado com água e toras numa altitude de 1372 m e descarregava as toras numa estação de trem onde a altitude é igual a 91 m (as altitudes são relativas ao nível do mar). O canal apresentava 87 km de comprimento e seus usuários alegavam que as toras percorriam o canal em 15 horas. Você concorda com a afirmação dos antigos usuários do canal? Justifique sua resposta.

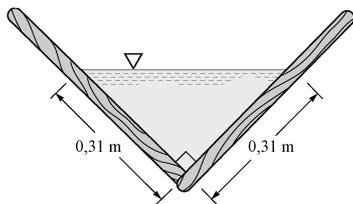


Figura P10.35

10.36 A velocidade média do escoamento num rio, que apresenta largura e profundidade iguais a 122 m e 0,92 m, é 0,91 m/s. O rio escoo numa reta em direção ao mar e seu leito é bastante limpo. O declive deste rio é maior do que aquele do rio

Mississippi? A diferença entre a cota na cabeceira e aquela na seção final do rio Mississippi é 450 m e o comprimento total aproximado deste rio é 4106 km.

10.37 A Fig. P10.37 mostra uma seção transversal de um rio. Sabendo que a velocidade média do escoamento no rio é 2,7 m/s e que $S_0 = 1,7 \times 10^{-4}$, determine o valor do coeficiente de Manning, n .

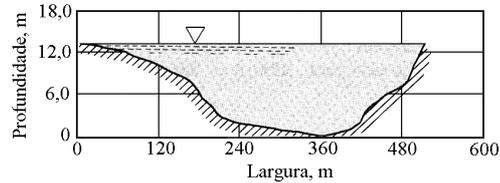


Figura P10.37

10.38 Determine a velocidade do escoamento do rio descrito no Prob. 10.37 sabendo que a profundidade máxima do escoamento é 6,1 m (em vez do valor indicado na Fig. P10.37). Admita que S_0 continua igual a $1,7 \times 10^{-4}$.

10.39 A água de chuva coletada num estacionamento (61 m por 153 m) deve escoar numa tubulação de concreto que apresenta inclinação igual a 0,09. Determine o diâmetro dos tubos de modo que ele opere totalmente preenchido com água quando a pluviômetro indicar 38 mm de água por hora.

10.40 A velocidade dos canais de terra não deve ser menor do que 0,76 m/s para evitar o crescimento de vegetação rasteira nas superfícies do canal. Determine a inclinação do canal mostrado na Fig. P10.40 para que esta condição seja satisfeita.

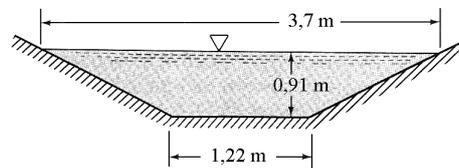


Figura P10.40

10.41 A velocidade média da água no canal simétrico e construído com concreto mostrado no Prob. 10.3 e na Fig. 10.40 é 1,22 m/s. A velocidade média não deve ser menor do que este valor para evitar a decantação de materiais sólidos no fundo do canal. Determine a inclinação deste canal.

10.42 Um canal cavado num terreno arenoso apresenta seção transversal igual àquela mostrada na Fig. P10.40 e $n = 0,020$. A velocidade média do escoamento precisa ser menor do que 0,5 m/s para evitar a erosão das superfícies do canal. Determine a inclinação do canal para obter um escoamento com esta velocidade.

10.43 A vazão no canal cavado num terreno argiloso ($n = 0,025$) mostrado na Fig. P10.43 deve ser igual a $8,5 \text{ m}^3/\text{s}$. A velocidade do escoamento no canal deve ser menor do que 1,5 m/s para prevenir a

ocorrência de erosão nas superfícies do canal. Nestas condições, determine a largura do fundo do canal, b , e a inclinação do canal, S_0 .

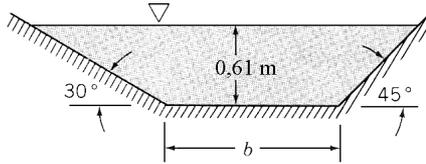


Figura P10.43

10.44 Nós devemos projetar um canal trapezoidal com largura de fundo igual a 3,0 m e lados com inclinação 2:1 (horizontal : vertical). O canal funcionará coberto com uma vegetação rasteira ($n = 0,020$) e deverá transportar $10 \text{ m}^3/\text{s}$. Este canal pode ser construído com inclinação igual a 0,0001 se é necessário manter a velocidade do escoamento abaixo de $0,75 \text{ m/s}$ (para prevenir a erosão do fundo do canal)? Justifique sua resposta.

10.45 Água escoo numa tubulação de concreto "acabado" que apresenta diâmetro igual a 2 m. A tubulação está repleta de fluido e a pressão é constante ao longo do escoamento. Se a inclinação da tubulação, S_0 , é igual a 0,005, determine a vazão do escoamento utilizando os métodos utilizados na análise de escoamentos em canal aberto. Compare este resultado com aquele que pode ser obtido com os métodos utilizados na análise dos escoamentos em condutos (veja o Cap. 8).

+ **10.46** Os resultados obtidos com a equação de Manning não são precisos. Assim, só é possível estimar a vazão em canais abertos com esta equação. É interessante observar que a equação não é adimensional e que não foi feito muito esforço para desenvolver uma outra equação que correlacionasse melhor os dados experimentais disponíveis. O que você acha deste aparente desinteresse em formular uma equação que substitua a de Manning?

10.47 A vazão de água num canal de irrigação mal cuidado e com a superfície ocupada por vegetação rasteira é igual a 90% da vazão desejada. Será que a remoção da vegetação rasteira irá aumentar a vazão de água até o valor desejado? Justifique sua resposta.

10.48 A vazão de água num canal recém - construído e que apresenta seção transversal quadrada é $2,27 \text{ m}^3/\text{s}$. Após um certo período, vários sedimentos passam a ocupar a metade do volume disponível para o escoamento de água no canal. Determine a vazão de água no canal quando ele está sujo. Admita que o coeficiente de Manning é o mesmo para todas as superfícies do canal.

10.49 Um tubulação de concreto, com inclinação igual a 0,001, deve transportar $2,83 \text{ m}^3/\text{s}$ de água. O escoamento não deve ocupar mais do que a metade da tubulação. O fabricante de tubos fornece tubos com diâmetros múltiplos de 0,31 m. Qual será o diâmetro mínimo desta tubulação?

10.50 Um canal de concreto inacabado e com seção transversal retangular apresenta largura e inclinação iguais a 8,5 m e 0,0015. Determine a profundidade do escoamento e o número de Froude sabendo que a vazão de água no canal é $11,3 \text{ m}^3/\text{s}$.

10.51 Um canal com 3,1 m de largura foi construído paralelamente a uma barragem para que os peixes possam nadar contra o escoamento durante o período migratório. A profundidade da água no canal e a velocidade média do escoamento, durante a operação normal do canal, são iguais a 1,22 m e 1,5 m/s. Determine a velocidade média da água no canal, no período chuvoso, quando a profundidade da água no canal atinge 2,44 m.

10.52 Um engenheiro deve projetar um canal revestido com madeira para transportar $2 \text{ m}^3/\text{s}$ de água. A inclinação do canal deve ser igual a 0,0125 e a seção transversal do canal pode ser triangular (com $\theta = 90^\circ$) ou retangular (com largura igual ao dobro da profundidade). Qual é o canal que consumirá menos madeira? Qual é a diferença percentual entre os consumos de madeira nos dois canais.

10.53 As inclinações dos dois canais mostrados na Fig. P10.53 são iguais e eles foram construídos com o mesmo material. Considere que as profundidades dos escoamentos nos dois canais são iguais a $D/2$. A vazão de água será maior no canal com seção transversal circular? Justifique sua resposta.

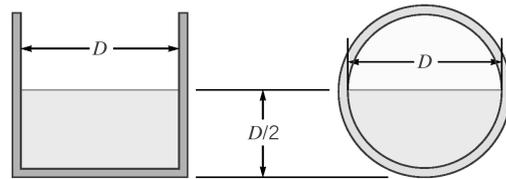


Figura P10.53

10.54 Água escoo no canal com seção triangular mostrado na Fig. 10.54. Sabendo que os lados do triângulo são iguais, que o coeficiente de Manning é n e que a inclinação do canal é conhecida, determine a profundidade do escoamento que fornece a vazão máxima no canal.

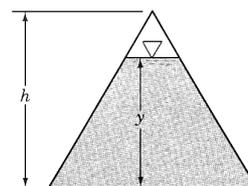


Figura P10.54

10.55 Considere um canal construído com tijolos e que apresenta seção transversal retangular. A largura e a inclinação do canal são iguais a 1,83 m e $1/500$. Sabendo que a vazão de água no canal é $1,41 \text{ m}^3/\text{s}$, determine se é possível detectarmos um salto hidráulico neste canal.

10.56 Água escoo no canal trapezoidal mostrado na Fig. P10.56. O canal é construído com concreto e

sua superfície não apresenta acabamento. A vazão de água no canal é $3,4 \text{ m}^3/\text{s}$ e a inclinação do canal é igual a $0,002$. Determine o volume de concreto necessário para construir 330 m de canal.

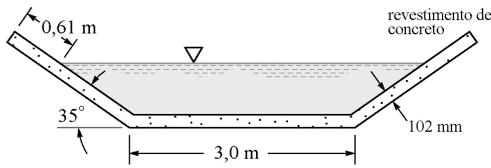


Figura P10.56

10.57 Determine a profundidade crítica de um escoamento com vazão de $200 \text{ m}^3/\text{s}$ num canal retangular que apresenta largura de 10 m . O escoamento é supercrítico se a profundidade do escoamento for igual a $3,8 \text{ m}$? Explique.

10.58 Água escoo num canal que apresenta seção transversal retangular e que foi construído com tijolos. A largura do canal e a vazão de água transportada são iguais a $1,2 \text{ m}$ e $73.000 \text{ m}^3/\text{dia}$. Sabendo que a inclinação do canal é igual a $6,0 \times 10^{-4}$, determine a profundidade do escoamento no canal

10.59 Um escorregador com água de um parque de diversões (desnível = $10,7 \text{ m}$ e comprimento = 128 m) é construído com aço e apresenta superfície lisa. A seção transversal do escorregador é semicircular (diâmetro = $0,76 \text{ m}$). Determine a profundidade do escoamento no escorregador sabendo que a bomba fornece $0,17 \text{ m}^3/\text{s}$ de água para o escorregador. Despreze os efeitos das curvas no escoamento de água.

10.60 A Fig. P10.60 mostra a junção de dois canais (veja também o 10.2). As seções transversais dos três canais são retangulares e as inclinações dos fundos de todos os canais são iguais. Sabendo que a profundidade da água nos canais é uniforme e igual a 2 m , determine a largura do canal que está a jusante da junção, b . Explique porque a largura calculada é menor do que a soma das larguras dos canais que estão a montante da junção.

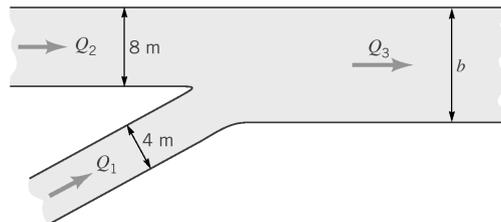


Figura P10.60

***10.61** Água escoo no canal com cantos arredondados mostrado na Fig. P10.61. O canal é de aço, está pintado e a inclinação do fundo do canal é $1/200$. Faça um gráfico da vazão em função da profundidade do escoamento para $0 \leq y \leq 0,30 \text{ m}$. Admita que os raios de curvatura dos cantos, r , são iguais a $0, 60, 120, 180, 240$ e 300 mm .

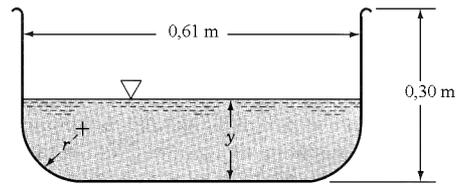


Figura P10.61

***10.62** Água escoo no canal triangular e com fundo arredondado mostrado na Fig. P10.62. O canal é construído com fibra de vidro ($n = 0,014$) e apresenta inclinação igual a $0,1 \text{ m} / 90 \text{ m}$. Faça um gráfico da vazão em função da profundidade do escoamento para $0 \leq y \leq 0,50 \text{ m}$. Admita que o raio de curvatura do fundo, r , é igual a $0; 0,25; 0,50; 0,75$ e $1,0 \text{ m}$.

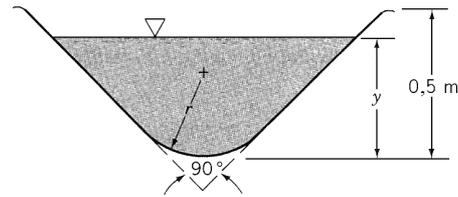


Figura P10.62

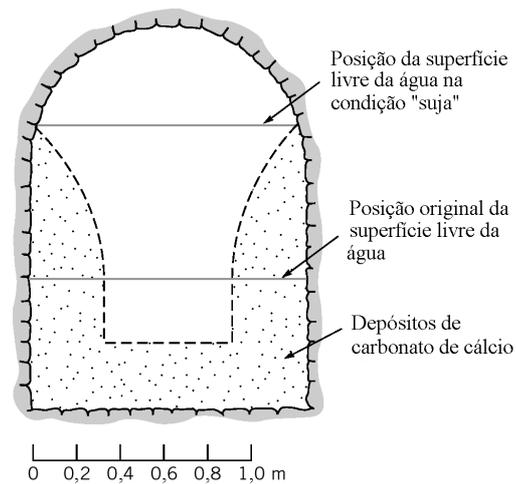


Figura P10.63

10.63 A Fig. P10.63 mostra a seção transversal de um aqueduto romano. Quando o aqueduto era novo, a seção do canal era aproximadamente retangular e transportava 100.000 m^3 de água por dia. As evidências arqueológicas nos indicam que ocorreu a formação de um depósito significativo de carbonato de cálcio nas superfícies do aqueduto. Observe que a Fig. P10.63 também mostra a forma aproximada da seção transversal do canal "sujo". Estime a vazão no aqueduto na condição "suja" admitindo que a inclinação e a rugosidade das superfícies do canal não foram alteradas com a deposição do carbonato de cálcio.

10.64 A Fig. P10.64 mostra a seção transversal de um canal revestido com concreto bem acabado. A inclinação do canal é igual a 2 m / km. Determine a vazão no canal sabendo que a profundidade do escoamento é igual a 1,5 m.

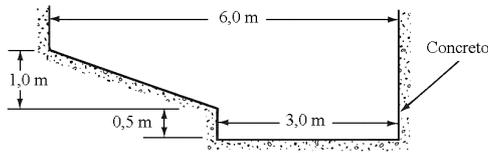


Figura P10.64

10.65 Determine a profundidade do escoamento no canal esboçado na Fig. P10.64 sabendo que a vazão no canal é 15 m³/s.

* **10.66** A Fig. P10.66 mostra o esboço da seção transversal de uma região inundável. Faça um gráfico da vazão em função da profundidade, y , para $0 \leq y \leq 3,0$ m. A inclinação média da região é igual a $9,5 \times 10^{-4}$.

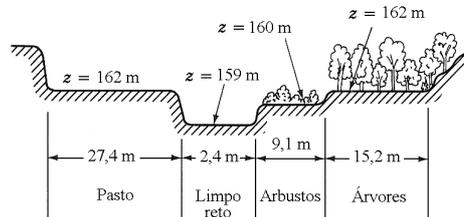


Figura P10.66

10.67 Refaça o Prob. 10.64 considerando que a superfície inclinada é construída com cascalho ($n = 0,025$) e que todas as outras são construídas com concreto bem acabado.

10.68 Água escoo no canal mostrado na Fig. P10.68. A inclinação do fundo do canal é igual a 2 m/400 m. Faça um gráfico da vazão em função da profundidade para $0 \leq y \leq 1,7$ m. Superponha neste gráfico a curva referente ao escoamento que ocorreria se todas as superfícies estivessem cobertas com um material que se comporta como tijolos de argila.

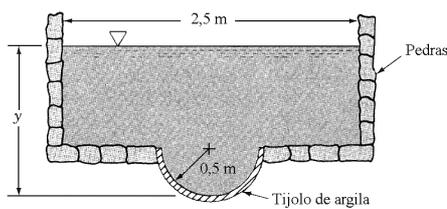


Figura P10.68

10.69 Determine a vazão no canal mostrado na Fig. P10.40 se o fundo do canal estiver coberto com concreto "acabado" e as laterais estiverem recobertas com vegetação rasteira. A inclinação do fundo do canal é $S_0 = 0,001$.

10.70 Água escoo num canal com seção transversal retangular (largura = 0,31 m) construído

com aço e coberto com uma camada de tinta. A profundidade do escoamento, y , é tal que $Fr = 1$. Construa um gráfico para a inclinação crítica do canal, S_{0c} , em função de y para $15 \leq y \leq 1525$ mm.

10.71 Água escoo num canal retangular (largura = b) com uma profundidade y . O número de Froude do escoamento é igual a 1. A inclinação crítica, S_{0c} , do canal necessária para produzir o escoamento crítico é uma função de y . Mostre que $S_{0c} = C_1 y$, onde C_1 é uma constante, quando $y \rightarrow \infty$ e que $S_{0c} = C_2 / y^{1/3}$, onde C_2 é uma constante, quando $y \rightarrow 0$. Mostre que o canal com relação de aspecto $b/y = 6$ apresenta o valor mínimo de S_{0c} .

10.72 Água escoo num canal retangular que apresenta inclinação do fundo igual a 8×10^{-4} m/m. A perda de carga no escoamento é $4,4 \times 10^{-4}$ m/m. A velocidade média do escoamento é 1,8 m/s na seção transversal onde a profundidade é 1,77 m. A profundidade do escoamento aumenta ou diminui no sentido do escoamento? Justifique sua resposta.

10.73 Água escoo no rio esboçado na Fig. P10.73. A inclinação do fundo do rio é constante e a carga total nas seções (1) e (2) foi determinada com um tubo de Pitot. Determine o valor de dy/dx na seção onde o número de Froude é igual a 0,357.

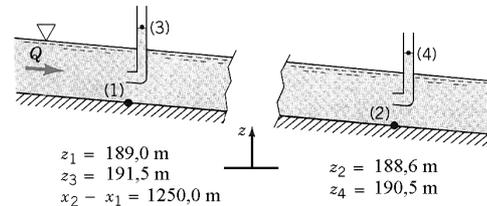


Figura P10.73

10.74 Refaça o Prob. 10.73 admitindo que o número de Froude na seção é igual a 2,75.

10.75 Reconsidere o Prob. 10.73. Admita que todas as condições são as fornecidas exceto que o valor de z_4 é desconhecido. Determine z_4 sabendo que a profundidade do escoamento é uniforme.

10.76 Uma onda estacionária, com altura igual a 0,61 m, é produzida na parte final do escorregador de água de um parque de diversões. A profundidade do escoamento a montante da onda é 0,46 m. Determine a velocidade do barco, que se desloca pelo escorregador, quando ele atravessa a onda estacionária (ressalto hidráulico).

10.77 As profundidades a montante e a jusante de um ressalto hidráulico são, respectivamente, iguais a 0,3 e 1,2 m. Determine a velocidade a montante do ressalto e a potência dissipada no ressalto sabendo que a largura do canal é igual a 50 m.

10.78 A Fig. P10.78 mostra que é possível produzir um ressalto hidráulico no escoamento de água sobre um prato. Observe que a água é descarregada da torneira e incide normalmente no prato (veja o 10.6). Determine a vazão de água descarregada da torneira para a condição operacional indicada na figura.

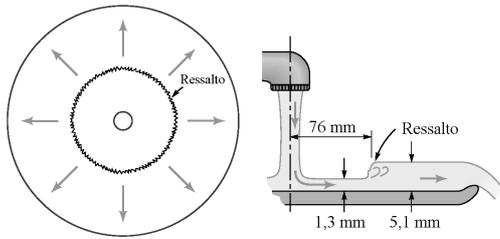


Figura P10.78

10.79 Mostre que o número de Froude do escoamento num canal retangular a montante de um ressalto hidráulico, Fr_1 , e o número de Froude a jusante do ressalto, Fr_2 , estão relacionadas por

$$Fr_2^2 = \frac{8 Fr_1^2}{\left[\left(1 + 8 Fr_1^2 \right)^{1/2} - 1 \right]^3}$$

Construa um gráfico de Fr_2 em função de Fr_1 e mostre que o escoamento a jusante do ressalto é subcrítico.

10.80 Água esco num canal retangular que apresenta largura igual a 0,61 m. A vazão do escoamento é 0,283 m³/s. Se a profundidade a jusante do ressalto hidráulico é 0,76 m, determine (a) a profundidade do escoamento a montante do ressalto, (b) os números de Froude a jusante e a montante do ressalto e (c) a perda de carga no ressalto.

10.81 Água esco no vertedor de uma represa que apresenta largura igual a 50 m. As profundidades a montante e a jusante do ressalto hidráulico, posicionado na base do vertedor, são respectivamente iguais a 0,90 e 3,60 m. Determine a vazão de água no vertedor da represa.

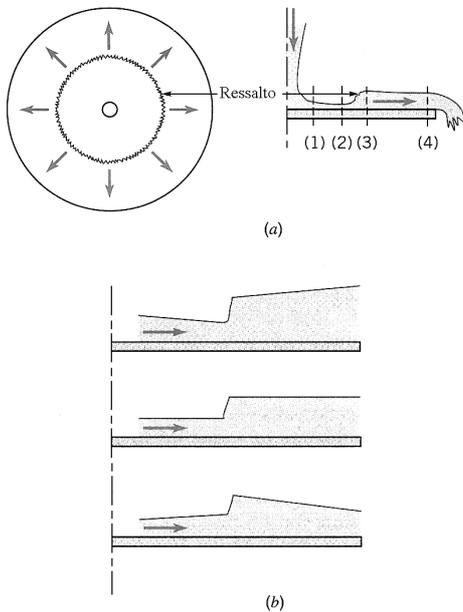


Figura P10.83

10.82 Determine a perda de carga e a potência dissipada no ressalto hidráulico do Prob. 10.81.

10.83 Água esco radialmente e para fora de uma placa circular e forma um ressalto hidráulico circular (veja a Fig. P10.83a). Este escoamento é facilmente realizado segurando um prato sob o jato d'água descarregado de uma torneira (veja o 10.6). (a) Faça um esboço do diagrama de energia específica deste escoamento (veja o Prob. 10.12) e localize os pontos 1, 2, 3 e 4 no diagrama. (b) Qual dos perfis indicados na Fig. P10.83b representa o escoamento real? Justifique sua resposta.

10.84 Água esco no canal largo e de concreto bem acabado esboçado na Fig. P10.84. Note que ocorre um ressalto hidráulico na região onde existe uma variação da inclinação do fundo do canal. Se o número de Froude e a profundidade do escoamento a montante do ressalto são iguais a 4,0 e 61 mm, determine as inclinações dos canais a montante e a jusante do ressalto (S_{01} e S_{02}). Os escoamentos a montante e a jusante do ressalto podem ser modelados como uniformes e o ressalto pode ser considerado com um ressalto numa superfície horizontal.

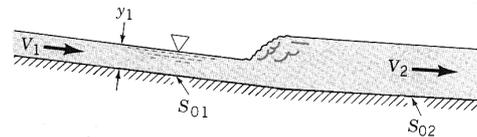


Figura P10.84

* **10.85** A vazão de água, Q , num canal retangular com largura b varia de 0,85 a 17 m³/s. A profundidade do escoamento a montante do ressalto hidráulico (se é possível que ele ocorra) deve permanecer sempre igual a 0,46 m. Faça um gráfico da energia dissipada no ressalto em função da vazão para canais com larguras, b , iguais a 3,0; 6,0; 9,0 e 12,0 m.

10.86 Água esco num canal retangular com profundidade $y = 0,31$ m e velocidade $V = 6,0$ m/s. Num determinado instante uma comporta é fechada subitamente e nós podemos identificar uma onda (um ressalto hidráulico móvel) que se desloca pelo canal com velocidade V_w (veja a Fig. 10.86). Determine V_w . Note que este problema é transitório para um observador fixo. Entretanto, para um observador que se move para a esquerda com velocidade V_w , o escoamento se parece com um ressalto hidráulico em regime permanente.

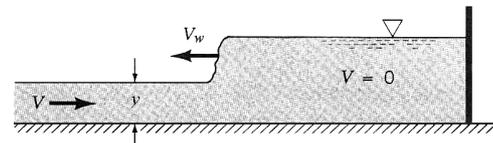


Figura P10.86

10.87 A Fig. P10.87 e o 10.7 mostram que a seção transversal do escoamento imediatamente a jusante do vertedor triangular é praticamente

triangular (seção $a - a$ mostrada na figura). Entretanto, a seção transversal do escoamento se afasta da forma triangular ao longo do escoamento (veja a seção $b - b$ indicada na figura). Explique o motivo para a ocorrência desta distorção. Dica: Considere o perfil de velocidade do escoamento na seção $a - a$.

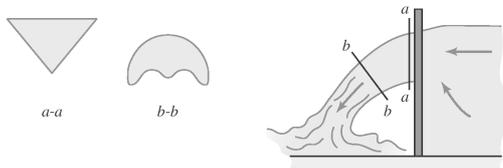


Figura P10.87

10.88 Água escoa sobre um vertedor retangular e com soleira delgada que apresenta altura $P_w = 1,37$ m. Se a profundidade do escoamento a montante do vertedor é 1,52 m, determine a vazão em volume no canal.

10.89 Um vertedor retangular e com soleira delgada é utilizado para medir a vazão num canal que apresenta largura igual a 3,05 m. Nós desejamos que a profundidade do canal seja igual a 1,83 m quando a vazão for igual a 1,42 m³/s. Nestas condições, determine a altura do vertedor, P_w .

10.90 Água, proveniente de um reservatório, escoa sobre os dois vertedores triangulares mostrados na Fig. P10.90 e é encaminhada para dois canais de irrigação (veja o 10.7). A carga em cada vertedor é igual a 122 mm e a vazão em volume no vertedor mostrado na parte esquerda da figura é o dobro daquela no outro vertedor. Nestas condições, determine o ângulo θ do vertedor mostrado no lado direito da figura.

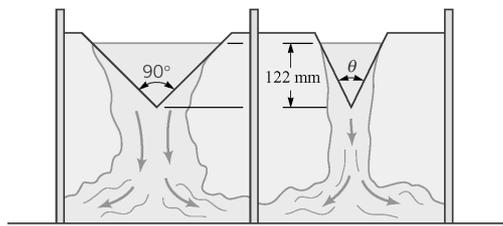


Figura P10.90

10.91 Água escoa sobre um vertedor de soleira espessa que apresenta largura de 4 m e altura $P_w = 1,5$ m. A superfície livre do escoamento bem a montante do vertedor é 0,5 m acima da superfície do bloco do vertedor. Determine a vazão no canal e a mínima profundidade do escoamento acima do bloco do vertedor.

10.92 Determine a vazão por unidade de largura, q , sobre um vertedor com soleira espessa que apresenta altura de 3,0 m se a carga do escoamento for igual a 0,6 m.

10.93 Água escoa sob uma comporta deslizante instalada num canal que apresenta largura igual a 3,05 m. A profundidade do escoamento a montante

do canal permanece constante e igual a 1,5 m. Construa um gráfico da vazão em volume no canal em função da abertura da comporta. Admita que o jato descarregado da comporta é livre.

10.94 Água escoa sobre o vertedor retangular com soleira delgada esboçado na Fig. P10.94. O canal é largo, está recoberto com concreto sem acabamento e apresenta inclinação 2 m / 300 m. É possível a ocorrência de um ressalto hidráulico a jusante do vertedor? Justifique sua resposta.

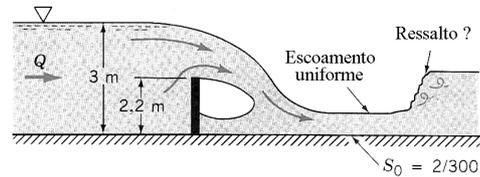


Figura P10.94

10.95 A vazão de água que escoa num canal retangular (largura = 6,1 m) é 2,82 m³/s. Esta vazão deve ser medida com um vertedor retangular com soleira delgada que apresenta altura $P_w = 1,22$ m ou com um vertedor triangular com soleira delgada e que apresenta $\theta = 90^\circ$. Determine a carga necessária, H , em cada caso. Se a incerteza na medição de H é igual a 12 mm, determine a precisão da vazão medida em cada um dos vertedores. Qual o vertedor mais adequado para este caso? Justifique sua resposta.

10.96 Água escoa sobre o vertedor triangular mostrado na Fig. P10.96a. Uma pessoa propõe que o vertedor triangular deveria ser substituído por um vertedor trapezoidal (Fig. P10.96b) para que seja possível obter um aumento da vazão em volume, Q , para o mesmo H . (a) Desenvolva uma equação que forneça a vazão em volume no vertedor trapezoidal em função da carga. Despreze a carga devida a velocidade a montante do vertedor e admita que o coeficiente do vertedor é independente de H e é igual a 0,60. (b) Utilize a equação desenvolvida no item anterior para mostrar que o vertedor trapezoidal se comporta como um triangular se $b \ll H$. De modo análogo, mostre que o vertedor trapezoidal se comporta como um retangular se $b \gg H$.

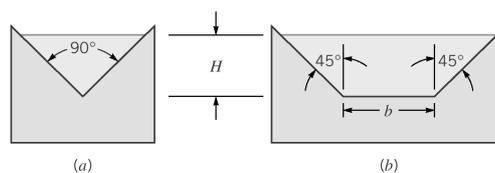


Figura P10.96

10.97 Um regulador de nível mantém a profundidade igual a 2,0 m no escoamento a jusante da comporta tambor mostrada na Fig. P10.97. A comporta apresenta largura igual a 15,2 m. Construa um gráfico da vazão, Q , em função da profundidade do escoamento a montante da comporta, y_1 , no intervalo $2,0 \leq y_1 \leq 5,0$ m.

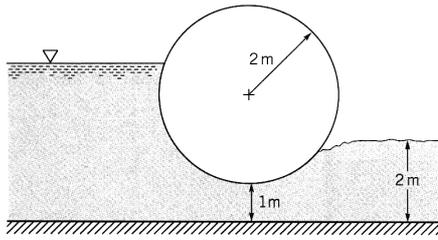


Figura P10.97

10.98 O dispositivo mostrado na Fig. P10.98 é utilizado para calibrar um vertedor triangular com $\theta = 90^\circ$. A profundidade do escoamento é uniforme e igual a y_1 e a carga no vertedor é H para uma dada vazão de água no canal a montante do vertedor. A velocidade média da água no canal, V_1 , é determinada a partir da medição do tempo necessário, t , para que a bóia percorra uma distância conhecida, l , igual a 0,61 m (i.e. $V_1 = l/t$). A vazão em volume no canal é $Q = A_1 V_1$, onde A_1 é a área da seção transversal do canal.

A próxima tabela apresenta valores experimentais de y_1 e t referentes a várias vazões no canal. Utilize estes resultados para construir um gráfico da vazão em volume em função da carga no vertedor num papel log-log. Superponha, neste gráfico, a curva teórica, construída com $C_{vt} = 1,0$. Utilize os resultados experimentais para determinar o valor do coeficiente do vertedor. Quais são as possíveis fontes de erro neste experimento? Analise a qualidade dos seus resultados.

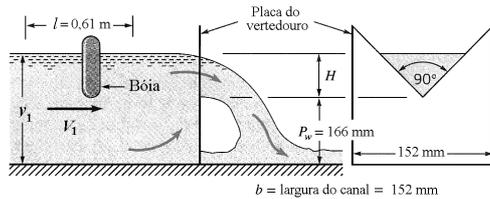


Figura P10.98

y_1 (mm)	t (s)
237	10,2
235	10,5
231	13,3
225	15,5
220	21,2
214	24,2
208	33,5
199	59,5
194	78,1
193	84,3

10.99 O dispositivo mostrado na Fig. P10.99 é utilizado para investigar o escoamento de água sob uma comporta deslizante. Para uma dada vazão de água no canal, a profundidade do escoamento a

montante da comporta é uniforme e igual a y_1 e a profundidade do escoamento a jusante da comporta é y_2 . A distância entre a superfície inferior da comporta e o fundo do canal, a , é igual a 25,4 mm. A velocidade média da água no canal, V_1 , é determinada a partir da medição do tempo necessário, t , para que a bóia percorra uma distância conhecida, l , igual a 0,61 m (i.e. $V_1 = l/t$). A vazão em volume no canal é $Q = A_1 V_1$, onde A_1 é a área da seção transversal do canal.

A próxima tabela apresenta valores experimentais de y_1 , y_2 e t referentes a várias vazões no canal. Utilize estes resultados para construir um gráfico da vazão em volume em função da profundidade do escoamento a montante da comporta num papel log-log. Superponha, neste gráfico, a curva teórica construída com o coeficiente de descarga igual a um. Utilize os resultados experimentais para determinar o valor do coeficiente de descarga e o coeficiente de contração, $C_c = y_2/a$, para esta comporta. Quais são as possíveis fontes de erro neste experimento? Analise a qualidade dos seus resultados.

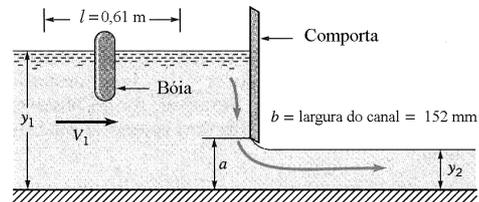


Figura P10.99

y_1 (mm)	y_2 (mm)	t (s)
267,3	17,4	5,1
221,0	17,4	4,5
173,4	18,0	4,3
138,1	18,0	3,5
104,6	18,3	3,3
81,4	18,3	3,0
55,8	18,3	2,9

10.100 O arranjo experimental indicado na Fig. P10.100 é utilizado para investigar os ressaltos hidráulicos. Água é fornecida ao canal aberto por uma bomba e a comporta deslizante regula a profundidade do escoamento y_0 . Para uma dada profundidade no canal a montante da comporta, y_0 , a comporta de fundo (localizada a direita do ressalto) é ajustada para que se produza um ressalto (veja a figura). A profundidade a montante e a jusante do ressalto são, respectivamente, y_1 e y_2 . Determinou-se, experimentalmente, que o valor de y_1 é uniforme e independente de y_0 quando a abertura da comporta deslizante, a , é igual a 16,7 mm. A velocidade do escoamento a montante do ressalto, V_1 , pode ser determinada com os valores medidos de y_0 e y_1 e a utilização das

equações de Bernoulli e da continuidade aplicados entre os pontos (0) e (1).

A próxima tabela apresenta valores experimentais de y_0 e y_2 correspondentes a diferentes vazões no arranjo. Utilize estes resultados para construir um gráfico da relação de profundidades y_2/y_1 em função do número de Froude a montante do ressalto hidráulico, $Fr_1 = V_1/(gy_1)^{1/2}$. Superponha a curva teórica no gráfico. Compare as curvas e discuta as possíveis razões para as diferenças que podem existir entre os resultados teóricos e os experimentais.

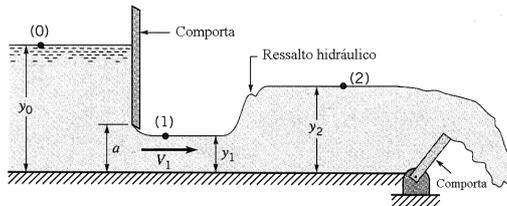


Figura P10.100

y_0 (mm)	y_2 (mm)
26,1	123
23,1	114
21,1	112
17,6	103
15,0	94
12,6	88
8,8	71
7,6	64