Exercícios propostos resolvidos

Capítulo 7 – Função Modular

P 7.1

Aplicando a propriedade de módulo de um número real,

$$|3x-2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} 3x-2=4 \\ \text{ou} \\ 3x-2=-4 \end{cases}$$

1º) 3x – 2 = 4 ⇒ 3x = 4 + 2 ⇒ 3x = 6 ⇒ x = 2
2º) 3x – 2 = –4 ⇒ 3x = –4 + 2 ⇒ 3x = – 2 ⇒ x = –2/3

Resposta: S = {-2/3, 2}

P 7.2

Aplicando a definição de módulo de um número real:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ \text{ou} \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

Então,
1º) Se $x \geq 0$, então $x^2 - 5x + 6 = 0$, aplicando a fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \begin{cases} x' = \dfrac{5+1}{2} = 3 \\ x'' = \dfrac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

2º) Se $x < 0$, então $(-x)^2 - 5(-x) + 6 = x^2 + 5x + 6 = 0$, aplicando a fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4.1.6}}{2.1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \begin{cases} x' = \dfrac{-5+1}{2} = -2 \\ x'' = \dfrac{-5-1}{2} = -3 \end{cases}$$

Resposta: S = {-3, -2, 2, 3}

P 7.3

Pela propriedade de módulo de um número real,

$$|x^2-3x-1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2-3x-1=3 \\ \text{ou} \\ x^2-3x-1=-3 \end{cases}$$

1º) $x^2 - 3x - 1 = 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$, aplicando a fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.(-4)}}{2.1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \begin{cases} x' = \dfrac{3+5}{2} = 4 \\ x'' = \dfrac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$$

2º) $x^2 - 3x - 1 = -3 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$, aplicando a fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.2}}{2.1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} \begin{cases} \\ \end{cases} = \begin{array}{l} x' = \dfrac{3+1}{2} = 2 \\ x'' = \dfrac{3-1}{2} = 1 \end{array}$$

Resposta: S = {−1; 1; 2; 4}

P 7.4

Pela propriedade de módulo temos,

$$|2x+3| = |x-2| \Rightarrow \begin{cases} 2x+3 = x-2 \\ 2x+3 = -x+2 \end{cases}$$

1º) $2x + 3 = x - 2 \Rightarrow 2x - x = -3 - 2 \Rightarrow x = -5$

2º) $2x + 3 = -x + 2 \Rightarrow 2x + x = 2 - 3 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -1/3$

Resposta é S = {−5; −1/3 }

P 7.5

Pela propriedade de módulo temos,

$$|x^2+x-5| = |4x-1| \Rightarrow \begin{cases} x^2+x-5 = 4x-1 \\ x^2+x-5 = -4x+1 \end{cases}$$

1º) $x^2 + x - 5 = 4x - 1 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$, aplicando a fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.(-4)}}{2.1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} \begin{cases} \\ \end{cases} = \begin{array}{l} x' = \dfrac{3+5}{2} = 4 \\ x'' = \dfrac{3-5}{2} = -1 \end{array}$$

2º) $x^2 + x - 5 = -4x + 1 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$, aplicando a fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4.1.(-6)}}{2.1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{2} \begin{cases} \\ \end{cases} = \begin{array}{l} x' = \dfrac{-5+7}{2} = 1 \\ x'' = \dfrac{-5-7}{2} = -6 \end{array}$$

Resposta é S = {−6; −1; 1; 4 }

P 7.6

Aplicando a definição de módulo de um número real,

$$|x+2| \Rightarrow \begin{cases} x+2, \text{ se } x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ \text{ou} \\ -x-2, \text{ se } x+2 < 0 \Rightarrow x < -2 \end{cases}$$

$$|2x-3| \Rightarrow \begin{cases} 2x-3, \text{ se } 2x-3 \geq 0 \Rightarrow x \ \geq 3/2 \\ \text{ou} \\ -2x+3, \text{ se } x+2 < 0 \Rightarrow x < 3/2 \end{cases}$$

1º) Para $x < -2$,

$$-x-2+(-2x+3) = 10 \ \rightarrow \ -3x+1 = 10 \ \rightarrow \ -3x = 9 \ \rightarrow \ x = -3$$

2º) Para $-2 \leq x < \frac{3}{2}$,

$x+2+(-2x+3) = 10 \ \rightarrow \ -x+5 = 10 \ \rightarrow -x = 5 \ \rightarrow x = -5$, não pertence ao intervalo.

3º) Para $x \ \geq 3/2$,

$$x+2+2x-3 = 10 \ \rightarrow \ 3x-1 = 10 \ \rightarrow 3x = 11 \ \rightarrow x = {}^{11}/_{3}$$

Resposta: S = {-3, 11/3}

P 7.7

Aplicando a propriedade de módulo, temos:

$$-3 < x - \frac{1}{2} < 3 \ \rightarrow \ -3 + \frac{1}{2} < x < 3 + \frac{1}{2} \ \rightarrow \ -\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$$

Resposta: S = {x ∈ ℝ \ -5/2 < x < 7/2}

P 7.8

Aplicando a propriedade de módulo, temos:

$$x-3 > 1-4x \ \rightarrow x+4x > 1+3 \ \rightarrow \ 5x > 4 \ \rightarrow \ x > \frac{4}{5}$$

$$x-3 < -1+4x \ \rightarrow \ x-4x < -1+3 \ \rightarrow \ -3x < 2 \ \rightarrow \ 3x > -2 \ \rightarrow x > -\frac{2}{3}$$

Resposta: S = {x ∈ ℝ \ x >-2/3}

P 7.9

Aplicando a definição de módulo de um número real,

$$|x| \Rightarrow \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ \text{ou} \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

$$|x-1| \Rightarrow \begin{cases} x-1, \text{ se } x-1 \geq 0 \Rightarrow x \ \geq 1 \\ \text{ou} \\ -x+1, \text{ se } x-1 < 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$$

1º) Para $x < 0$,

$$-x + (-x+1) > 5 \ \rightarrow \ -2x + 1 > 5 \ \rightarrow \ -2x > 4 \ \rightarrow \ 2x < -4 \ \rightarrow x < -2$$

2º) Para 0$\leq x < 1$,

$x + (-x+1) > 5 \ \rightarrow \ 0 + 1 > 5$, não é uma sentença verdadeira.

3º) Para $x \ \geq 1$,

$$x + x - 1 > 5 \ \rightarrow \ 2x - 1 > 5 \ \rightarrow 2x > 6 \ \rightarrow x > 3$$

Resposta: S = {x ∈ ℝ \ x □ − 2 ∨ x > 3}

P 7.10

Aplicando a definição de módulo de um número real,

$$|2x-4| \Rightarrow \begin{cases} 2x-4, \text{ se } 2x-4 \geq 0 \ \rightarrow x \geq 2 \\ \text{ou} \\ -2x+4, \text{ se } 2x-4 < 0 \ \rightarrow x < 2 \end{cases}$$

$$|1-x| \Rightarrow \begin{cases} 1-x, \text{ se } 1-x \geq 0 \Rightarrow x \ \leq 1 \\ \text{ou} \\ -1+x, \text{ se } 1-x < 0 \Rightarrow x > 1 \end{cases}$$

1º) Para $x \leq 1$,

$$-2x + 4 - 3 < 1 - x \ \rightarrow \ -2x + x < 1 - 4 + 3 \ \rightarrow \ -x < 0 \ \rightarrow \ x > 0$$

2º) Para 1$< x < 2$,

$-2x + 4 - 3 < -1 + x \ \rightarrow \ -2x - x < -1 + 3 - 4 \ \rightarrow -3x < -2 \ \rightarrow 3x > 2 \ \rightarrow$
$x > \frac{2}{3}$, não pertence ao intervalo.

3º) Para $x \ \geq 2$,

$$2x - 4 - 3 < -1 + x \ \rightarrow \ 2x - x < -1 + 4 + 3 \ \rightarrow x < 6$$

Resposta: S = {x ∈ ℝ \ 0 < x < 6}