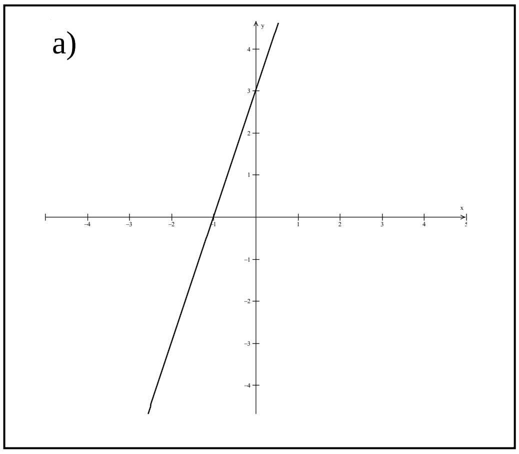
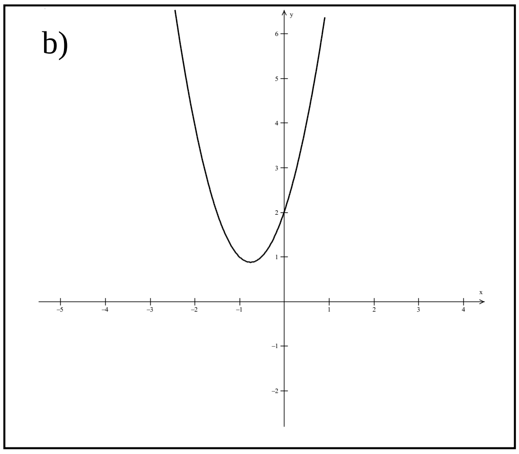
Exercícios propostos resolvidos

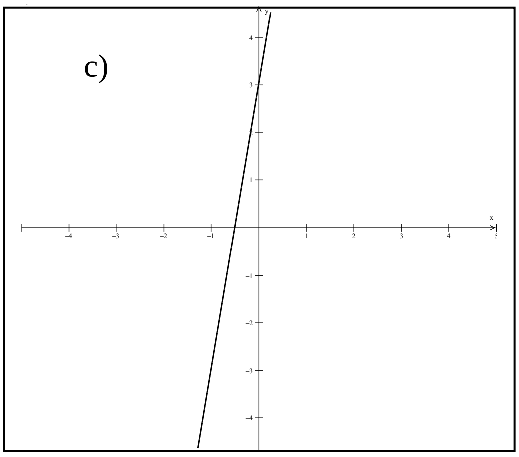
Capítulo 6 – Operações com funções

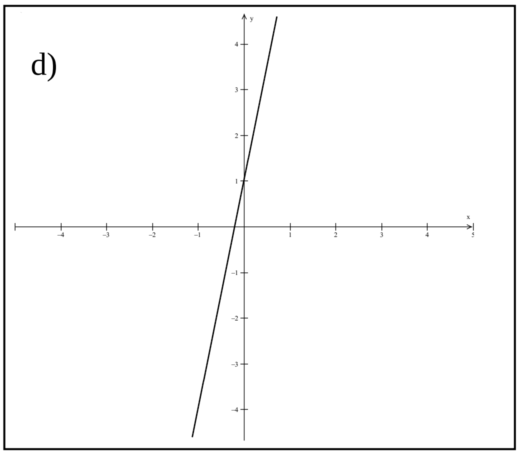
P 6.1

a) $(f + g)(x) = (2x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$
b) $(f.g)(x) = (2x + 1)(x + 2) = 2x^2 + 2x + x + 2 = 2x^2 + 3x + 2$
c) $3f(x) = 3(2x + 1) = 6x + 3$
d) $3f(x) - g(x) = 3(2x + 1) - (x + 2) = 6x + 3 - x - 2 = 5x + 1$
e)


a)

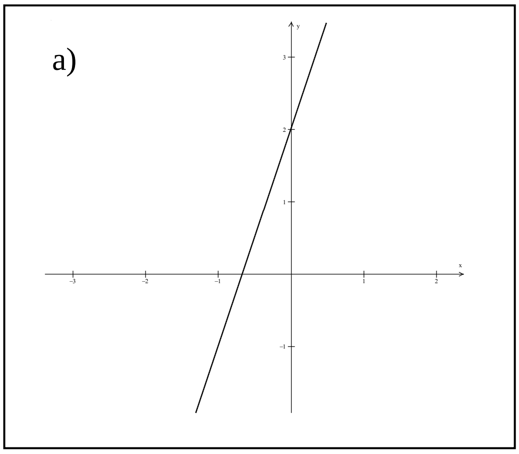

b)

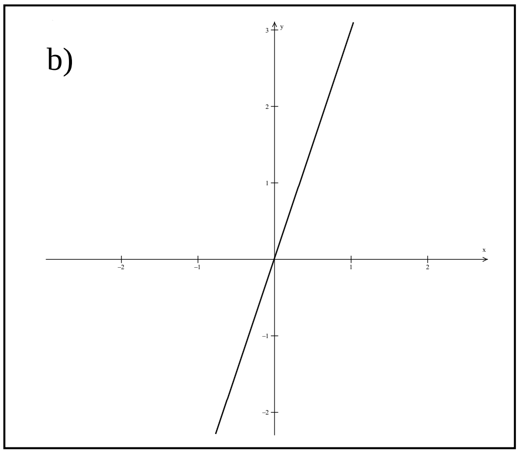

c)

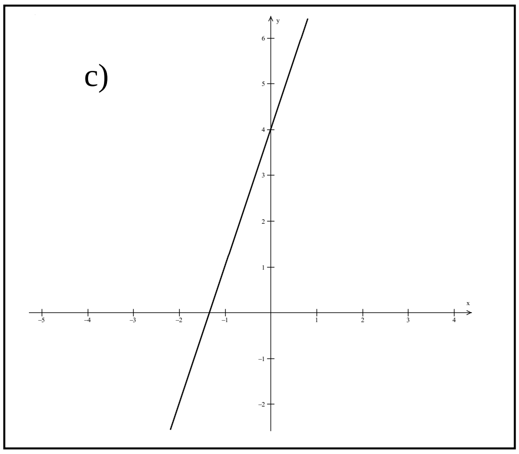

d)

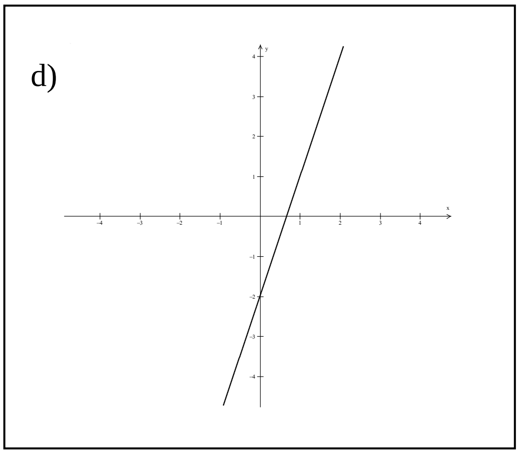
P 6.2

a) $f(x) + 1 = 3x + 1 + 1 = 3x + 2$
b) $f(x) - 1 = 3x + 1 - 1 = 3x$
c) $f(x + 1) = 3(x + 1) + 1 = 3x + 4$
d) $f(x - 1) = 3(x - 1) + 1 = 3x - 2$









P 6.3

a) Condição de existência: $x - 3 \neq 0$: D(f) = $\mathbb{R} - \{3\}$;
b) Condições de existência: $x + 2 \neq 0 \;\; \wedge \;\; x - 5 \neq 0$: D(f) = $\mathbb{R} - \{-2; 3\}$;
c) Condição de existência: $x^2 - 5x + 6 \neq 0$. Vamos determinar os pontos onde esta expressão do 2º grau é igual a zero, aplicando a fórmula de Bháskara:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4.1.6}}{2.1} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

D(f) = $\mathbb{R} - \{2; 3\}$

P 6.4

a) Condição de existência: $x^2 - 7x + 12 \geq 0$. Precisamos determinar os zeros da expressão do 2º grau:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4.1.12}}{2.1} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Como $x^2 - 7x + 12$ é uma função do 2º grau, seu gráfico é uma parábola e como o coeficiente de x^2 é positivo, sua concavidade é para cima. Portanto, a função é positiva fora das raízes. D(f) = $]-\infty; 3] \cup [4; \infty[$.

b) Condição de existência: $\frac{x-3}{(x+3)(x-1)} \geq 0$. Neste caso, devemos estudar separadamente o sinal de cada expressão:

- $x - 3$; é uma função do 1º grau, com coeficiente angular positivo, portanto, crescente; então, antes de $x = 3$ a função é negativa e depois de $x = 3$ a função é positiva;
- $x + 3$; é uma função do 1º grau, com coeficiente angular positivo, portanto, crescente; então, antes de $x = -3$ a função é negativa e depois de $x = -3$ a função é positiva;
- $x - 1$; é uma função do 1º grau, com coeficiente angular positivo, portanto, crescente; então, antes de $x = 1$ a função é negativa e depois de $x = 1$ a função é positiva.

Para resumir, vamos fazer um quadro de sinais:

		-3	1	3
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	$+$
$x + 3$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x - 1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$\frac{x-3}{(x+3)(x-1)}$	$-$	$+$	$-$	$+$

D(f) = $]-3; 1[\cup [3; \infty[$.

c) Condição de existência: $\frac{x+3}{x^2+x-12} \geq 0$. Neste caso, devemos estudar separadamente o sinal de cada expressão:

- $x + 3$; é uma função do 1º grau, com coeficiente angular positivo, portanto, crescente; então, antes de $x = -3$ a função é negativa e depois de $x = -3$ a função é positiva;

- $x^2 + x - 12$. Precisamos determinar os zeros da expressão do 2º grau:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4.1.(-12)}}{2.1} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

- Como $x^2 + x - 12$ é uma função do 2º grau, seu gráfico é uma parábola e como o coeficiente de x^2 é positivo, sua concavidade é para cima. Portanto, a função é positiva fora das raízes. Fazendo um quadro de sinais:

-4 $\qquad$ -3 $\qquad$ 3

$x + 3$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x^2 + x - 12$	$+$	$-$	$-$	$+$
$\frac{x+3}{x^2 + x - 12}$	$-$	$+$	$-$	$+$

D(f) = $]-4; -3] \cup]3; \infty[$